



ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ, ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ &
ΡΥΘΜΙΣΗΣ ΧΗΜΙΚΩΝ ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ ΚΑΙ
ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ (Α.Σ.Ρ.Χ.Δ.Ε.)

Βέλτιστος Κυκλικός Χρονοπρογραμματισμός Παραγωγής Πολλαπλών Προϊόντων και Σταδίων

Διπλωματική Εργασία της
Καλλιόπης Γαΐλα
(ΑΕΜ:5338)

Επιβλέπων: Καθηγητής Μιχαήλ Γεωργιάδης

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2023

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία αποσκοπεί στην ανάπτυξη ενός γενικού μαθηματικού πλαισίου βελτιστοποίησης, μέσω του οποίου επιτυγχάνεται ο βέλτιστος κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής μιας βιομηχανίας πολλαπλών προϊόντων και σταδίων. Το μαθηματικό αυτό πλαίσιο αποτελείται από τρία στάδια εκφρασμένα ως μαθηματικά μοντέλα Μικτού – Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού. Η αντιμετώπιση του προβλήματος ξεκινάει με την εύρεση του ελάχιστου κυκλικού χρόνου παραγωγής του εκάστοτε προϊόντος, ακολουθεί η ελαχιστοποίηση του χρόνου των εναλλαγών μεταξύ των διαφορετικών διαδοχικών προϊόντων και τελικά με δεδομένα τα προηγούμενα επιτυγχάνεται η ελαχιστοποίηση του χρονικού ορίζοντα ολοκλήρωσης της παραγωγής σε ένα περιβάλλον κυκλικού χρονοπρογραμματισμού. Έπειτα, αναπτύσσεται ένα μαθηματικό μοντέλο Μικτού – Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού με αντικειμενικό στόχο την εύρεση του ελάχιστου χρόνου ολοκλήρωσης της συνολικής παραγωγής της – υπό μελέτη – μονάδας σε περιβάλλον συμβατικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής και σύγκριση αυτού με τον αντίστοιχο κυκλικό. Το προτεινόμενο μαθηματικό πλαίσιο εφαρμόζεται σε μία γαλακτοβιομηχανία, η παραγωγική διαδικασία της οποίας αποτελείται από πέντε βασικά στάδια παραγωγής, τα οποία αποτελούν διεργασίες διαλείπουσας λειτουργίας όπου οι πρώτες ύλες μετασχηματίζονται σε εννέα διαφορετικά τελικά προϊόντα μέσα σε ένα αυστηρά καθορισμένο χρονικό πλαίσιο. Οι διεργασίες της παραγωγής είναι κοινές για όλα τα προϊόντα, ενώ υπάρχει ένα σύνολο ομοειδών συσκευών πολλαπλών χρήσεων που έχει την δυνατότητα να εκτελέσει δύο διαφορετικά στάδια παραγωγής. Επιπλέον στο τελικό στάδιο παραγωγής, αυτό της συσκευασίας, απαιτείται ένας ορισμένος χρόνος εναλλαγής μεταξύ των διαφορετικών διαδοχικών προϊόντων, ο οποίος αντιστοιχεί στο χρόνο για τον απαραίτητο καθαρισμό της γραμμής συσκευασίας. Εξετάζονται τρεις μελέτες περίπτωσης που αφορούν σε διαφορετικά σενάρια ζήτησης, σε εναλλακτικές δομές σχεδιασμού και περιβάλλοντος προγραμματισμού των προϊόντων της μονάδας. Σε αυτές δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στην μελέτη της επίδρασης διαφόρων παραγόντων στον κυκλικό χρόνο παραγωγής του κάθε προϊόντος. Η επίλυση των προαναφερόμενων μαθηματικών μοντέλων πραγματοποιείται στο λογισμικό βελτιστοποίησης GAMS, χρησιμοποιώντας τον επιλυτή ILOG CPLEX. Τα αποτελέσματα παρατίθενται σε πίνακες, διαγράμματα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής και ειδικά διαμορφωμένα γραφήματα, βάσει των

οποίων πραγματοποιείται τόσο η αξιολόγηση των βέλτιστων λύσεων για κάθε εξεταζόμενο σενάριο όσο και η απόκριση και η υπολογιστική απόδοση των προτεινόμενων μαθηματικών μοντέλων. Εν κατακλείδι, υπογραμμίζονται τα σημαντικότερα συμπεράσματα της μελέτης και παρουσιάζονται προτάσεις για περαιτέρω έρευνα και βελτίωση των παρουσιαζόμενων μοντέλων.

Abstract

This diploma thesis aims to propose a general mathematical framework, for the optimal cyclic production scheduling of a multi-stage, multi-product industrial facility. The overall mathematical framework consists of three steps expressed as Mixed-Integer Linear Programming mathematical models. First the minimum cyclic time for each product is calculated, followed by the minimization of the required changeover time between the production of consecutive products. Finally, based on the results of the previous steps, the production makespan in a cyclic scheduling pattern is minimized. Subsequently, a Mixed-Integer Linear Programming mathematical model is developed to minimize the production makespan in a non-cycle production scheduling pattern and compared with the corresponding cyclic one. The overall framework is applied in a dairy plant. The production process relies on five basic batch production stages. Raw materials are transformed into nine different final products within a strictly defined time frame. The processing stages of the overall production are common for all the different products, while there is a set of similar multi-purpose devices capable of executing two different production stages. Furthermore, in the final production stage (packaging) a specific changeover time is required between different consecutive products, which corresponds to the time needed for the necessary cleaning process of the packaging line. Three case studies are considered, covering different product demand scenarios, alternative design structures, and scheduling patterns for the production unit. These case studies place particular emphasis on investigating the impact of various factors on the cyclic time of each product. The mathematical models implemented in GAMS tool and solved using the ILOG CPLEX solver. The results are presented in tables, Gantt charts, and specially configured graphs, based on which the evaluation of the optimal solutions for each examined scenario and the computational performance of the proposed mathematical models are conducted. In conclusion, the most significant findings of the study are highlighted, along with suggestions for further research and improvement of the presented models.

Ευχαριστίες

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή Μιχαήλ Γεωργιάδη, επιβλέποντα της διπλωματικής μου εργασίας, ο οποίος με τις γνώσεις, την εμπειρία και την μεταδοτικότητα του με ενέπνευσε να ασχοληθώ με το συγκεκριμένο γνωστικό αντικείμενο από τα πρώτα κιόλας χρόνια των σπουδών μου και μου έδωσε την ευκαιρία να συνεργαστώ μαζί του στα πλαίσια εκπόνησης της παρούσας εργασίας. Ακόμα, τον ευχαριστώ εγκάρδια για την καθοδήγηση και τις πολύτιμες συμβουλές που μου παρείχε για την μετέπειτα προσωπική μου ζωή και επαγγελματική σταδιοδρομία.

Επιπλέον θα ήθελα να ευχαριστήσω τον μεταδιδακτορικό ερευνητή Γεώργιο Γεωργιάδη, συνεπιβλέποντα της διπλωματικής μου εργασίας, για την άψογη συνεργασία και την πολύτιμη συνεισφορά του σε όλα τα στάδια διεκπεραίωσής της, ιδίως όταν βρισκόμουν σε αδιέξοδο. Ήταν πάντα πρόθυμος να βοηθήσει και να μοιραστεί τις γνώσεις του, ενώ οι ιδέες και οι προτάσεις του συνέβαλαν καθοριστικά στο τελικό αποτέλεσμα της εργασίας αυτής.

Φυσικά οφείλω ένα μεγάλο ευχαριστώ στην οικογένεια μου, στους γονείς μου, Κώστα και Ρένα, και στον αδελφό μου, Μιχάλη, για την άμετρη συμπαράσταση που μου παρείχαν καθ' όλη την διάρκεια των σπουδών μου και που με στηρίζουν με κάθε δυνατό τρόπο όλα τα χρόνια της ζωής μου.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω τους φίλους μου για όλες τις όμορφες αναμνήσεις και στιγμές που μοιράστηκαν μαζί μου τα τελευταία πέντε έτη της φοίτησής μου.

Καλλιόπη Γαΐλα

Περιεχόμενα

1. Εισαγωγή	1
2. Παραγωγική διαδικασία.....	15
2.1 Περιγραφή παραγωγικής διαδικασίας.....	15
2.2 Δεδομένα παραγωγικής διαδικασίας	17
2.3 Ορισμός στόχου και μελέτες περίπτωσης	19
3. Τεχνικές βελτιστοποίησης του κυκλικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής	22
3.1 Μοντέλο Α – Μαθηματικό μοντέλο εύρεσης του ελάχιστου κυκλικού χρόνου κάθε προϊόντος της μονάδας παραγωγής γιαουρτιών	24
3.1.1 Ονοματολογία Μοντέλου Α.....	24
3.1.2 Ορισμός προβλήματος.....	25
3.1.3 Μαθηματική διατύπωση του Μοντέλου Α	26
3.2 Μοντέλο Β – Μαθηματικό μοντέλο εύρεσης του ελάχιστου συνολικού χρόνου εναλλαγών των προϊόντων στην γραμμή συσκευασίας της μονάδας παραγωγής γιαουρτιών.....	32
3.2.1 Ονοματολογία Μοντέλου Β.....	32
3.2.2 Ορισμός προβλήματος.....	33
3.2.3 Μαθηματική διατύπωση του Μοντέλου Β	34
3.3 Μοντέλο Γ – Μαθηματικό μοντέλο κυκλικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με αντικειμενικό στόχο την εύρεση του ελάχιστου χρόνου παραγωγής των προϊόντων της μονάδας παραγωγής γιαουρτιών	38
3.3.1 Ονοματολογία Μοντέλου Γ	38
3.3.2 Ορισμός προβλήματος.....	40
3.3.3 Μαθηματική διατύπωση του Μοντέλου Γ.....	42
3.4 Μοντέλο Δ – Μαθηματικό μοντέλο συμβατικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με αντικειμενικό στόχο την εύρεση του ελάχιστου χρόνου παραγωγής των προϊόντων της μονάδας παραγωγής γιαουρτιών	47

3.4.1 Ορισμός προβλήματος	47
3.5 Σταθερά μεγάλου M (<i>big-M</i>).....	48
3.6 Τεχνική διάσπασης	48
3.7 Το λογισμικό βελτιστοποίησης GAMS	50
4. Μελέτες περίπτωσης – Αποτελέσματα	53
4.1 Εισαγωγή.....	53
4.2 Μελέτη Περίπτωσης Α – Κυκλικός χρόνος παραγωγής.....	55
4.2.1 Μελέτη Περίπτωσης Α1 - Επίδραση του μεγέθους του συνόλου IN_b στον κυκλικό χρόνο παραγωγής.....	55
4.2.2 Μελέτη Περίπτωσης Α2 – Επίδραση του αριθμού των δοχείων ζύμωσης και αποθήκευσης στον κυκλικό χρόνο παραγωγής	58
4.2.3 Μελέτη Περίπτωσης Α3 – Επίδραση περιορισμών συνδεσιμότητας μεταξύ των δοχείων ζύμωσης και αποθήκευσης στον κυκλικό χρόνο παραγωγής	62
4.3 Μελέτη Περίπτωσης Β – Κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής	64
4.3.1 Βέλτιστος κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής – Σενάριο Ζήτησης 1	65
4.3.2 Βέλτιστος κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής – Σενάριο Ζήτησης 2	73
4.3.3 Βέλτιστος κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής – Σενάριο Ζήτησης 3 (βασικό σενάριο)	78
4.3.4 Βέλτιστος κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής – Σενάριο Ζήτησης 4	84
4.3.5 Σύνοψη αποτελεσμάτων Μελέτης Περίπτωσης Β	89
4.4 Μελέτη Περίπτωσης Γ – Σύγκριση συμβατικού και κυκλικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής.....	91
4.4.1 Βέλτιστος συμβατικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής – Σενάριο Ζήτησης 2	91
4.4.2 Σύγκριση κυκλικού και συμβατικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής – Σενάριο Ζήτησης 2	95

4.4.3 Βέλτιστος συμβατικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής – Σενάριο Ζήτησης 3	96
4.4.4 Σύγκριση κυκλικού και συμβατικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής – Σενάριο Ζήτησης 3	100
4.4.5 Σύνοψη αποτελεσμάτων Μελέτης Περίπτωσης Γ	102
5. Συμπεράσματα – Προτάσεις	105
5.1 Συμπεράσματα	105
5.2 Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα.....	107
6. Βιβλιογραφία	108
Παράρτημα Α – Μαθηματική διατύπωση του Μοντέλου Δ.....	111
Παράρτημα Β – Δεδομένα παραγωγικής διαδικασίας.....	113
Παράρτημα Γ – Αποτελέσματα.....	116

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 1. Βασικό σενάριο ζήτησης προϊόντων γιαουρτιού.....	18
Πίνακας 2. Δεδομένα χρόνων, ρυθμών επεξεργασίας και σχετικού χρόνου διεργασιών	18
Πίνακας 3. Χρόνος εναλλαγής προϊόντων γιαουρτιού ανάλογα με την γεύση και την συσκευασία.....	19
Πίνακας 4. Αποτελέσματα Μελέτης Περίπτωσης A1 για το Προϊόν A.....	55
Πίνακας 5. Αποτελέσματα Μελέτης Περίπτωσης A1 για το Προϊόν B.....	57
Πίνακας 6. Αποτελέσματα Μελέτης Περίπτωσης A2 για το Προϊόν A – 9 και 12 Δοχεία.....	58
Πίνακας 7. Αποτελέσματα Μελέτης Περίπτωσης A2 για το Προϊόν B – 9 και 12 Δοχεία.....	61
Πίνακας 8. Ελάχιστος κυκλικός χρόνος προϊόντων χωρίς ή με περιορισμούς συνδεσιμότητας, Σενάριο Ζήτησης 1.....	65
Πίνακας 9. Αποτελέσματα για τον ελάχιστο χρόνο εναλλαγών - Σενάριο Ζήτησης 1	66
Πίνακας 10. Αποτελέσματα για τον ελάχιστο χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 1, μονολιθική προσέγγιση.....	67
Πίνακας 11. Υπόμνημα προϊόντων για τα διαγράμματα Gantt των Σχημάτων 21 και 22.....	68
Πίνακας 12. Ανάλυση τεχνικών διάσπασης, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, χωρίς περιορισμούς συνδεσιμότητας – Σενάριο Ζήτησης 1.....	71
Πίνακας 13. Ανάλυση τεχνικών διάσπασης, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, με περιορισμούς συνδεσιμότητας – Σενάριο Ζήτησης 1.....	72
Πίνακας 14. Ελάχιστος κυκλικός χρόνος προϊόντων χωρίς ή με περιορισμούς συνδεσιμότητας, Σενάριο Ζήτησης 2.....	73
Πίνακας 15. Αποτελέσματα για τον ελάχιστο χρόνο εναλλαγών - Σενάριο Ζήτησης 2	73
Πίνακας 16. Αποτελέσματα για τον ελάχιστο χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 2, μονολιθική προσέγγιση.....	74
Πίνακας 17. Υπόμνημα προϊόντων για τα διαγράμματα Gantt των Σχημάτων 28 και 29.....	75

Πίνακας 18. Αποτελέσματα για τον ελάχιστο χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 2, τεχνική διάσπασης	77
Πίνακας 19. Ελάχιστος κυκλικός χρόνος προϊόντων με 9 ή 12 δοχεία, Σενάριο Ζήτησης 3	78
Πίνακας 20. Αποτελέσματα για τον ελάχιστο χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής με 9 ή 12 δοχεία, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 3, μονολιθική προσέγγιση.....	79
Πίνακας 21. Υπόμνημα προϊόντων για τα διαγράμματα Gantt των Σχημάτων 32 και 33.....	80
Πίνακας 22. Αποτελέσματα για τον ελάχιστο χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 3, τεχνική διάσπασης	84
Πίνακας 23. Ελάχιστος κυκλικός χρόνος προϊόντων χωρίς ή με περιορισμούς συνδεσιμότητας, Σενάριο Ζήτησης 4.....	85
Πίνακας 24. Αποτελέσματα για τον ελάχιστο χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 4, μονολιθική προσέγγιση.....	86
Πίνακας 25. Αποτελέσματα για τον ελάχιστο χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 4, τεχνική διάσπασης	86
Πίνακας 26. Υπόμνημα προϊόντων για τα διαγράμματα Gantt των Σχημάτων 38 και 39.....	87
Πίνακας 27. Αποτελέσματα Μελέτης Περίπτωσης Β.....	90
Πίνακας 28. Αποτελέσματα για τον ελάχιστο χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής, συμβατικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 2, μονολιθική προσέγγιση.....	92
Πίνακας 29. Αποτελέσματα για τον ελάχιστο χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής, συμβατικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 2, τεχνική διάσπασης	92
Πίνακας 30. Υπόμνημα προϊόντων για τα διαγράμματα Gantt των Σχημάτων 43 και 44.....	93
Πίνακας 31. Σύγκριση κυκλικού και συμβατικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής – Σενάριο Ζήτησης 2	95
Πίνακας 32. Αποτελέσματα για τον ελάχιστο χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής, συμβατικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 3, μονολιθική προσέγγιση.....	97
Πίνακας 33. Αποτελέσματα για τον ελάχιστο χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής, συμβατικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 3, τεχνική διάσπασης	97
Πίνακας 34. Υπόμνημα προϊόντων για τα διαγράμματα Gantt των Σχημάτων 43 και 44.....	98

Πίνακας 35. Σύγκριση κυκλικού και συμβατικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής – Σενάριο Ζήτησης 3	100
Πίνακας 36. Αποτελέσματα Μελέτης Περίπτωσης Γ	104
Πίνακας Β.1. Χρόνοι εναλλαγής μεταξύ των τελικών προϊόντων στο στάδιο της συσκευασίας.....	113
Πίνακας Β.2. Χρόνοι επεξεργασίας προϊόντων στις διεργασίες της μονάδας παραγωγής γιαουρτιών	113
Πίνακας Β.3. Δεδομένα διαδικασίας παραγωγής για το Προϊόν Α – Μελέτη Περίπτωσης Α	113
Πίνακας Β.4. Δεδομένα διαδικασίας παραγωγής για το Προϊόν Β – Μελέτη Περίπτωσης Α	114
Πίνακας Β.5. Δεδομένα ζήτησης για τα διάφορα σενάρια, σε τόνους.....	114
Πίνακας Β.6. Δεδομένα ζήτησης για τα διάφορα σενάρια, σε παρτίδες.....	114
Πίνακας Γ.1. Πορεία επίλυσης και χαρακτηριστικά του Μαθηματικού Μοντέλου Γ σε κάθε υποπρόβλημα, χωρίς περιορισμούς συνδεσιμότητας, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 1	117
Πίνακας Γ.2. Χρονική αξιοποίηση γραμμών παραγωγής, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 1 - τεχνική διάσπασης.....	117
Πίνακας Γ.3. Κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής χωρίς περιορισμούς συνδεσιμότητας, Σενάριο Ζήτησης 1 – τεχνική διάσπασης	118
Πίνακας Γ.4. Κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής με περιορισμούς συνδεσιμότητας, Σενάριο Ζήτησης 1 – τεχνική διάσπασης	123
Πίνακας Γ.5. Χρονική αξιοποίηση γραμμών παραγωγής, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 2 – τεχνική διάσπασης.....	129
Πίνακας Γ.6. Χρονική αξιοποίηση γραμμών παραγωγής, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 3 - τεχνική διάσπασης.....	131
Πίνακας Γ.7. Χρονική αξιοποίηση γραμμών παραγωγής, συμβατικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 3 - τεχνική διάσπασης.....	133

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 1. Διαλείπουσα και συνεχής λειτουργία εκτέλεσης διεργασιών (Harjunkoski et al., 2014)	4
Σχήμα 2. Διεργασίες συνολικής παραγωγικής διαδικασίας της βιομηχανίας γιαουρτιών	16
Σχήμα 3. Διάγραμμα των σταδίων και των επιμέρους διεργασιών της συνολικής παραγωγικής διαδικασίας της βιομηχανίας γιαουρτιών	16
Σχήμα 4. Στάδια πλαισίου βελτιστοποίησης κυκλικής παραγωγής προϊόντων	20
Σχήμα 5. Λειτουργία των δυαδικών μεταβλητών του μαθηματικού μοντέλου	28
Σχήμα 6. Σχηματική αναπαράσταση του περιορισμού (A6)	29
Σχήμα 7. Σχηματική αναπαράσταση του περιορισμού (A7)	30
Σχήμα 8. Σχηματική αναπαράσταση περιορισμού συνδεσιμότητας γραμμών παραγωγής	31
Σχήμα 9. Σχηματική αναπαράσταση περιορισμών αλληλουχίας των προϊόντων.....	36
Σχήμα 10. Σχηματική αναπαράσταση περιορισμού (B6)	37
Σχήμα 11. Μέθοδος τεχνικής διάσπασης	50
Σχήμα 12. Διάγραμμα Gantt για το Προϊόν A και τον μέγιστο κυκλικό χρόνο – Μελέτη Περίπτωσης A1.....	56
Σχήμα 13. Διάγραμμα Gantt για το Προϊόν A και τον ελάχιστο κυκλικό χρόνο – Μελέτη Περίπτωσης A1.....	57
Σχήμα 14. Διάγραμμα Gantt για το Προϊόν A και τον μέγιστο κυκλικό χρόνο, 9 δοχεία – Μελέτη Περίπτωσης A2	59
Σχήμα 15. Διάγραμμα Gantt για το Προϊόν A και τον ελάχιστο κυκλικό χρόνο, 9 δοχεία – Μελέτη Περίπτωσης A2	60
Σχήμα 16. Διάγραμμα Gantt για το Προϊόν A και τον μέγιστο κυκλικό χρόνο, 12 δοχεία – Μελέτη Περίπτωσης A2	60
Σχήμα 17. Διάγραμμα Gantt για το Προϊόν A και τον ελάχιστο κυκλικό χρόνο, 12 δοχεία – Μελέτη Περίπτωσης A2	60
Σχήμα 18. Διάγραμμα Gantt Προϊόντος A χωρίς περιορισμούς συνδεσιμότητας – Μελέτη Περίπτωσης A3.....	63
Σχήμα 19. Διάγραμμα Gantt Προϊόντος A με περιορισμούς συνδεσιμότητας – Μελέτη Περίπτωσης A3	63

Σχήμα 20. Βέλτιστη αλληλουχία παραγωγής προϊόντων στην γραμμή συσκευασίας – Σενάριο Ζήτησης 1	66
Σχήμα 21. Διάγραμμα Gantt χωρίς περιορισμούς συνδεσιμότητας, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 1 – μονολιθική προσέγγιση	68
Σχήμα 22. Διάγραμμα Gantt με περιορισμούς συνδεσιμότητας, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 1 – μονολιθική προσέγγιση	68
Σχήμα 23. Γράφημα χρονικής αξιοποίησης γραμμών παραγωγής χωρίς περιορισμούς συνδεσιμότητας, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 1	69
Σχήμα 24. Γράφημα χρονικής αξιοποίησης γραμμών παραγωγής με περιορισμούς συνδεσιμότητας, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 1	69
Σχήμα 25. Χρονική αξιοποίηση δοχείων ζύμωσης/αποθήκευσης, χωρίς περιορισμούς συνδεσιμότητας, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 1	70
Σχήμα 26. Χρονική αξιοποίηση δοχείων ζύμωσης/αποθήκευσης, με περιορισμούς συνδεσιμότητας, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 1	71
Σχήμα 27. Βέλτιστη αλληλουχία παραγωγής προϊόντων στην γραμμή συσκευασίας – Σενάριο Ζήτησης 2	74
Σχήμα 28. Διάγραμμα Gantt χωρίς περιορισμούς συνδεσιμότητας, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 2 – μονολιθική προσέγγιση	75
Σχήμα 29. Διάγραμμα Gantt με περιορισμούς συνδεσιμότητας, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 2 – μονολιθική προσέγγιση	75
Σχήμα 30. Γράφημα χρονικής αξιοποίησης γραμμών παραγωγής χωρίς περιορισμούς συνδεσιμότητας, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 2	76
Σχήμα 31. Γράφημα χρονικής αξιοποίησης γραμμών παραγωγής με περιορισμούς συνδεσιμότητας, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 2	76
Σχήμα 32. Διάγραμμα Gantt περίπτωσης 9 δοχείων, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 3 – μονολιθική προσέγγιση	80
Σχήμα 33. Διάγραμμα Gantt περίπτωσης 12 δοχείων, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 3 – μονολιθική προσέγγιση	80
Σχήμα 34. Γράφημα χρονικής αξιοποίησης γραμμών παραγωγής 9 δοχείων, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 3	81
Σχήμα 35. Γράφημα χρονικής αξιοποίησης γραμμών παραγωγής 12 δοχείων, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 3	81
Σχήμα 36. Χρονική αξιοποίηση 9 δοχείων ζύμωσης/αποθήκευσης, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 3	82

Σχήμα 37. Χρονική αξιοποίηση 12 δοχείων ζύμωσης/αποθήκευσης, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός –Σενάριο Ζήτησης 3	83
Σχήμα 38. Διάγραμμα Gantt, Σενάριο Ζήτησης 4, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – μονολιθική προσέγγιση.....	87
Σχήμα 39. Διάγραμμα Gantt, Σενάριο Ζήτησης 4, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – τεχνική διάσπασης	88
Σχήμα 40. Γράφημα χρονικής αξιοποίησης γραμμών παραγωγής, Σενάριο Ζήτησης 4, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – μονολιθική προσέγγιση	88
Σχήμα 41. Γράφημα χρονικής αξιοποίησης γραμμών παραγωγής, Σενάριο Ζήτησης 4 κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – τεχνική διάσπασης	89
Σχήμα 42. Σύνοψη χρόνων ολοκλήρωσης της συνολικής παραγωγής, μονολιθική προσέγγιση και τεχνική διάσπασης – Μελέτη Περίπτωσης Β	90
Σχήμα 43. Διάγραμμα Gantt, Σενάριο Ζήτησης 2, συμβατικός χρονοπρογραμματισμός – μονολιθική προσέγγιση	93
Σχήμα 44. Διάγραμμα Gantt, Σενάριο Ζήτησης 2, συμβατικός χρονοπρογραμματισμός – τεχνική διάσπασης.....	93
Σχήμα 45. Γράφημα χρονικής αξιοποίησης γραμμών παραγωγής, Σενάριο Ζήτησης 2, συμβατικός χρονοπρογραμματισμός – μονολιθική προσέγγιση.....	94
Σχήμα 46. Γράφημα χρονικής αξιοποίησης γραμμών παραγωγής, Σενάριο Ζήτησης 2, συμβατικός χρονοπρογραμματισμός – τεχνική διάσπασης	94
Σχήμα 47. Σύγκριση χρονικής αξιοποίησης των συσκευών της μονάδας κυκλικού και συμβατικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής, μονολιθική προσέγγιση – Σενάριο Ζήτησης 2	96
Σχήμα 48. Διάγραμμα Gantt περίπτωσης 9 δοχείων, συμβατικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 3 – μονολιθική προσέγγιση	98
Σχήμα 49. Διάγραμμα Gantt περίπτωσης 12 δοχείων, συμβατικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 3 – μονολιθική προσέγγιση	98
Σχήμα 50. Γράφημα χρονικής αξιοποίησης γραμμών παραγωγής 9 δοχείων, συμβατικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 3	99
Σχήμα 51. Γράφημα χρονικής αξιοποίησης γραμμών παραγωγής 12 δοχείων, συμβατικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 3	99
Σχήμα 52. Σύγκριση χρονικής αξιοποίησης των συσκευών της μονάδας κυκλικού και συμβατικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής 9 δοχείων, μονολιθική προσέγγιση – Σενάριο Ζήτησης 3	101

Σχήμα 53. Σύγκριση χρονικής αξιοποίησης των συσκευών της μονάδας κυκλικού και συμβατικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής 12 δοχείων, μονολιθική προσέγγιση – Σενάριο Ζήτησης 3	102
Σχήμα 54. Σύγκριση κυκλικού και συμβατικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής ως προς τον χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής, μονολιθική προσέγγιση – Μελέτη Περίπτωσης Γ	103
Σχήμα Γ.1. Διάγραμμα Gantt χωρίς περιορισμούς συνδεσιμότητας, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 1 – τεχνική διάσπασης.....	116
Σχήμα Γ.2. Διάγραμμα Gantt με περιορισμούς συνδεσιμότητας, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 1 – τεχνική διάσπασης.....	116
Σχήμα Γ.3. Διάγραμμα Gantt χωρίς περιορισμούς συνδεσιμότητας, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 2 – τεχνική διάσπασης.....	128
Σχήμα Γ.4. Διάγραμμα Gantt με περιορισμούς συνδεσιμότητας, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 2 – τεχνική διάσπασης.....	129
Σχήμα Γ.5. Διάγραμμα Gantt 9 δοχείων, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 3 – τεχνική διάσπασης	130
Σχήμα Γ.6. Διάγραμμα Gantt 12 δοχείων, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 3 – τεχνική διάσπασης	130
Σχήμα Γ.7. Διάγραμμα Gantt 9 δοχείων, συμβατικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 3 – τεχνική διάσπασης	132
Σχήμα Γ.8. Διάγραμμα Gantt 12 δοχείων, συμβατικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 3 – τεχνική διάσπασης	132

1. Εισαγωγή

Οι ολοένα και ταχύτερα μεταβαλλόμενες οικονομικές, τεχνολογικές και πολιτικές συνθήκες καθώς και οι αυστηρές περιβαλλοντικές νομοθετικές ρυθμίσεις που επικρατούν σε παγκόσμια κλίμακα προκαλούν έντονη ανησυχία στο σύγχρονο βιομηχανικό περιβάλλον, το οποίο χαρακτηρίζεται από υψηλή αστάθεια. Κάθε είδους βιομηχανία έρχεται αντιμέτωπη με τις διαρκώς αυξανόμενες ανάγκες και απαιτήσεις του καταναλωτικού κοινού και συνεπώς η κάλυψη αυτών αποτελεί για αυτές σημαντική πρόκληση. Για την εξασφάλιση της βιωσιμότητας και της ευημερίας τους, σε ένα περιβάλλον έντονου ανταγωνισμού, καλούνται να πάρουν ορθές αποφάσεις που θα εξασφαλίσουν την αποδοτική αξιοποίηση όλων των διαθέσιμων πόρων, την κάλυψη της υφιστάμενης ζήτησης και ταυτόχρονα την ελαχιστοποίηση του κόστους παραγωγής, δεδομένου ότι τα περιθώρια κέρδους είναι μειωμένα. Τα παραπάνω οδήγησαν στην αναζήτηση στρατηγικών βελτιστοποίησης του σχεδιασμού και της λήψης αποφάσεων, οι οποίες τα τελευταία χρόνια βασίζονται όλο και περισσότερο στην αυτοματοποίησή τους, μέσω της χρήσης νέων τεχνολογικά υπολογιστικών εργαλείων.

Ο χρονοπρογραμματισμός της παραγωγής (*scheduling*) αποτελεί επιτακτική ανάγκη στην βελτίωση της συνολικής απόδοσης μιας βιομηχανικής μονάδας. Ο Pinedo (2016) ορίζει τον χρονοπρογραμματισμό ως μία διαδικασία λήψης αποφάσεων για την κατανομή των διαθέσιμων πόρων μεταξύ ανταγωνιστικών διεργασιών εντός ενός καθορισμένου χρονικού ορίζοντα με απώτερο σκοπό την βελτιστοποίηση ενός ή περισσότερων αντικειμενικών στόχων, λαμβάνοντας υπόψη το σύνολο των διαδικασιών που εκτελούνται και τις αλληλεπιδράσεις τους με το περιβάλλον. Ως πόροι λογίζονται ο διαθέσιμος εξοπλισμός επεξεργασίας, αποθήκευσης και μεταφοράς, οι βοηθητικές παροχές (ατμός, ηλεκτρική ενέργεια κτλ.), το ανθρώπινο δυναμικό ή οποιοσδήποτε άλλος συμπληρωματικός εξοπλισμός. Οι διεργασίες συνήθως περιλαμβάνουν διαδικασίες επεξεργασίας (π.χ. αντίδραση, διαχωρισμός, ανάμιξη, συσκευασία) καθώς και άλλες δραστηριότητες όπως η μεταφορά, ο καθαρισμός και οι εναλλαγές μεταξύ προϊόντων. Τυπικοί αντικειμενικοί στόχοι αποτελούν η ελαχιστοποίηση του κόστους, των αποθεμάτων, του χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής, της καθυστέρησης των παραγγελιών ή η μεγιστοποίηση του κέρδους και της απόδοσης των παραγόμενων προϊόντων (Georgiadis et al., 2019; Méndez et al., 2006). Ο καθοριστικός ρόλος που διαδραματίζει ο χρονοπρογραμματισμός της

παραγωγής στις περισσότερες μεταποιητικές βιομηχανίες ώθησε την επιστημονική κοινότητα στην πρόταση πλήθους στρατηγικών για την αντιμετώπιση ποικίλων προβλημάτων τις τελευταίες δεκαετίες (Harjunkoski et al., 2014).

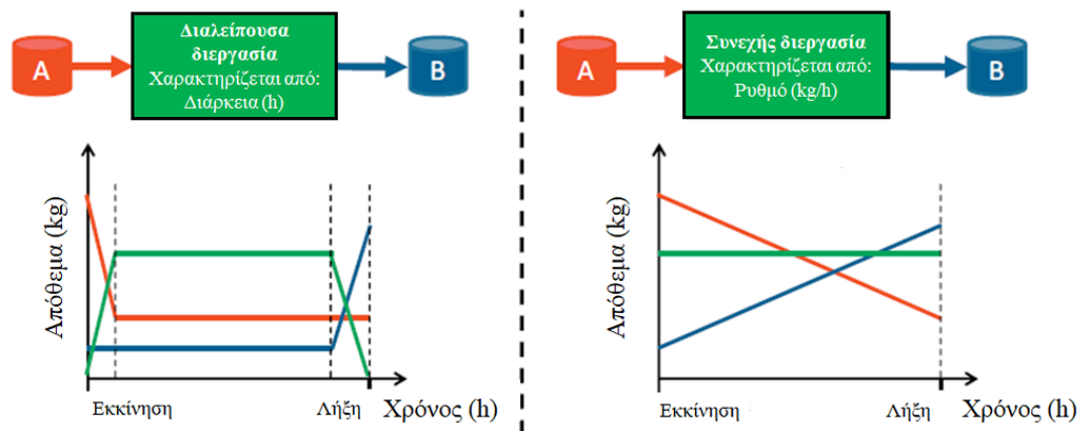
Η μοντελοποίηση του χρονοπρογραμματισμού της παραγωγής δύναται να επιτευχθεί με πληθώρα μαθηματικών μοντέλων, τα οποία περιέχουν τα χαρακτηριστικά και τις ιδιαιτερότητες της εκάστοτε βιομηχανικής μονάδας και των αποφάσεων βελτιστοποίησης που πραγματεύεται. Τα μαθηματικά μοντέλα Μικτού – Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού (*Mixed-Integer Programming Models, MILP*) κερδίζουν ολοένα και περισσότερο έδαφος σε – μεγάλης κλίμακας – προβλήματα της σύγχρονης βιομηχανίας, λόγω της υψηλής υπολογιστικής τους απόδοσης καθώς και της ανάπτυξης νέων και βελτιωμένων αλγορίθμων που οδηγούν σε βέλτιστες λύσεις ή λύσεις που προσεγγίζουν την βέλτιστη. Επιπλέον η ενσωμάτωσή τους σε τεχνικές διάσπασης (*decomposition methods*) και σε επαναληπτικές μεθόδους, μεθόδους σύσφιξης (*tightening methods*) κτλ. συνέβαλαν στην διευκόλυνση της επίλυσης μεγαλύτερων MILP μοντέλων (Harjunkoski et al., 2014). Ωστόσο, υπάρχουν περιπτώσεις που απαιτείται η μελέτη και η μοντελοποίηση πιο πολύπλοκων διεργασιών και τεχνικών χαρακτηριστικών μιας βιομηχανικής μονάδας και στις οποίες ενδέχεται να εισαχθούν μη γραμμικοί όροι οδηγώντας στην χρήση μαθηματικών μοντέλων Μικτού Ακέραιου Μη – Γραμμικού Προγραμματισμού (*Mixed Integer Non – Linear Programming, MINLP*). Σε αυτές τις περιπτώσεις συνίσταται η αποφυγή των μη γραμμικών όρων, καθώς κάτι τέτοιο συνεπάγεται σε πολύ υψηλότερη δυσκολία επίλυσης των μαθηματικών μοντέλων με σημαντικά αυξημένους υπολογιστικούς χρόνους (Γεωργιάδης et al., 2022).

Οι διεργασίες παραγωγής στις βιομηχανίες μεταποίησης διακρίνονται σε τρεις βασικές κατηγορίες: τις συνεχείς (*continuous processes*), τις ημι-συνεχείς (*semi-continuous processes*) και τις διαλείπουσες (*batch processes*). Στις συνεχείς διεργασίες, οι μονάδες παραγωγής τροφοδοτούνται διαρκώς με πρώτες ύλες οι οποίες μετασχηματίζονται σε προϊόντα με σταθερό ρυθμό παραγωγής. Οι συνεχείς διεργασίες πλεονεκτούν μεταξύ άλλων στην περίπτωση μαζικής παραγωγής ομοειδών προϊόντων, αφού μέσω αυτών δύναται να επιτευχθεί παραγωγή μεγαλύτερης ποσότητας προϊόντων σε μικρότερο χρονικό διάστημα, με ταυτόχρονη μείωση του κόστους παραγωγής και των αποβλήτων. Βρίσκουν εφαρμογή σε διάφορους βιομηχανικούς κλάδους όπως σε βιομηχανίες καταναλωτικών αγαθών, σε βιομηχανίες τροφίμων και ποτών, στην

πετροχημική βιομηχανία κλπ. Οι ημι-συνεχείς διεργασίες είναι περισσότερο ευέλικτες παρέχοντας μια προσαρμοσμένη λειτουργία για ιδιαίτερα δυναμικά και αβέβαια περιβάλλοντα παραγωγής. Χαρακτηρίζονται από την συνεχή παραγωγική διαδικασία με ενδιάμεσες περιοδικές εκκινήσεις και παύσεις για την μεταφορά των προϊόντων από το ένα στάδιο στο επόμενο. Οι περισσότερες βιομηχανίες μεταποίησης επιλέγουν την ημι-συνεχή λειτουργία για την παραγωγή των προϊόντων, αφού αυτή καθιστά πιο ευέλικτη την παραγωγή και πιο αποτελεσματική την αξιοποίηση του διαθέσιμου εξοπλισμού. Οι διεργασίες διαλείπουσας λειτουργίας ακολουθούν μία μέθοδο παραγωγής στην οποία τα προϊόντα παράγονται σε παρτίδες, εντός ενός καθορισμένου χρονικού πλαισίου. Η διαδικασία της παραγωγής χωρίζεται σε επιμέρους στάδια, τα οποία εκτελούνται διαδοχικά από συγκεκριμένες συσκευές για να μετασχηματίσουν τις πρώτες ύλες σε ένα ή περισσότερα προϊόντα. Αφού ολοκληρωθεί η επεξεργασία μίας παρτίδας σε μία συσκευή τότε αυτή μπορεί να επεξεργαστεί μία νέα παρτίδα ή να μείνει αδρανής. Οι διεργασίες διαλείπουσας λειτουργίας βρίσκουν εφαρμογή σε φαρμακευτικές και χημικές βιομηχανίες, σε βιομηχανίες παραγωγής τροφίμων κτλ. Επιπλέον είναι χρήσιμες σε βιομηχανίες που παράγουν εποχιακά είδη ή προϊόντα των οποίων η ζήτηση αποτελεί αστάθμητο παράγοντα ή ακόμα και σε βιομηχανίες μικρής κλίμακας οι οποίες δεν διαθέτουν την οικονομική ευρωστία να εξασφαλίσουν την συνεχή λειτουργία της παραγωγής (Κορανος, 2010).

Η κύρια διαφοροποίηση μεταξύ των συνεχούς και των διαλείπουσας λειτουργίας διεργασιών εντοπίζεται στον χρόνο επεξεργασίας. Συγκεκριμένα, στις διεργασίες διαλείποντος έργου το μέγεθος οποιασδήποτε παρτίδας εξαρτάται από την δυναμικότητα των συσκευών στις οποίες υφίσταται επεξεργασία, ενώ ο χρόνος επεξεργασίας είναι σταθερός και γνωστός εκ των προτέρων. Αντίθετα, στις διεργασίες συνεχούς λειτουργίας ο χρόνος επεξεργασίας αποτελεί συνάρτηση της συσκευής, της ζήτησης και των περιορισμών αποθήκευσης (Κορανος, 2010). Επιπρόσθετα, στις διεργασίες διαλείπουσας λειτουργίας, οι ποσότητες των υλικών (πρώτων υλών, προϊόντων κτλ.) μεταβάλλονται σε καθορισμένα χρονικά σημεία, τα οποία αντιστοιχούν στους χρόνους έναρξης και ολοκλήρωσης της διεργασίας, ενώ στις συνεχείς διεργασίες πραγματοποιείται μία διαρκής μείωση των πρώτων υλών και η ταυτόχρονη αύξηση των παραγόμενων προϊόντων (Harjunkoski et al., 2014). Το Σχήμα

1 αποτελεί μία αναπαράσταση της μεταβολής του αποθέματος συναρτήσει του χρόνου ανάλογα με την λειτουργία εκτέλεσης κάποιας διεργασίας.



Σχήμα 1. Διαλείπουσα και συνεχής λειτουργία εκτέλεσης διεργασιών (Harjunkoski et al., 2014)

Επιπλέον οι παραγωγικές διαδικασίες μπορούν να διακριθούν σε αυτές που η διάταξη των σταδίων ή του εξοπλισμού γίνεται με την μορφή ενός δικτύου (*network facility*) και σε αυτές όπου η διάταξη ακολουθεί μία μορφή αλληλουχίας (*sequential facility*). Στις βιομηχανικές εγκαταστάσεις που ακολουθούν την πρώτη διάταξη κάθε παρτίδα μπορεί να διαχωριστεί σε επιμέρους ή να αναμιχθεί με κάποια άλλη παρτίδα. Ωστόσο, αυτή η ευελιξία δεν παρέχεται στις διατάξεις αλληλουχίας, όπου η ανάμιξη ή ο διαχωρισμός μιας παρτίδας δεν επιτρέπεται (Georgiadis et al., 2019).

Με βάση τα τοπολογικά χαρακτηριστικά τους, οι βιομηχανίες αλληλουχίας μπορούν να κατηγοριοποιηθούν περαιτέρω στις βιομηχανίες ενός σταδίου (*single-stage*) και πολλαπλών σταδίων (*multi-stage*). Οι βιομηχανίες ενός σταδίου περιλαμβάνουν αποκλειστικά ένα στάδιο παραγωγής, οι διεργασίες του οποίου εκτελούνται από μία ή περισσότερες συσκευές που λειτουργούν παράλληλα. Η συμβατότητα μεταξύ ενός προϊόντος και μίας συσκευής μπορεί να καθοριστεί (η κάθε παρτίδα μπορεί να επεξεργαστεί σε μία συσκευή) ή να είναι ευέλικτη (η κάθε παρτίδα μπορεί να επεξεργαστεί σε πολλαπλές συσκευές) αλλά σε κάθε περίπτωση η παρτίδα οφείλει να επεξεργάζεται από μία μόνο συσκευή. Στον αντίποδα, οι βιομηχανίες πολλαπλών σταδίων περιλαμβάνουν δύο ή περισσότερα στάδια παραγωγής οι διεργασίες των οποίων δύναται να εκτελεστούν από ένα σύνολο παράλληλων συσκευών. Κάθε παρτίδα οφείλει να επεξεργάζεται σε όλα τα στάδια και να επεξεργάζεται από μία μόνο συσκευή (Georgiadis et al., 2019).

Τέλος, οι βιομηχανίες πολλαπλών σταδίων μπορούν να κατηγοριοποιηθούν περαιτέρω σε εγκαταστάσεις πολλαπλών προϊόντων (*multi-product*) και πολλαπλών χρήσεων (*multi-purpose*). Στις πρώτες, όλα τα προϊόντα επεξεργάζονται από την ίδια ακολουθία σταδίων. Αντίθετα, στις δεύτερες κάθε προϊόν ακολουθεί διαφορετική πορεία επεξεργασίας ή κάποια συσκευή μπορεί να εκτελέσει διεργασίες διαφορετικών σταδίων, ανάλογα με το προϊόν που επεξεργάζεται (Georgiadis et al., 2019).

Η μοντελοποίηση των προβλημάτων χρονοπρογραμματισμού της παραγωγής σε βιομηχανικές μονάδες που λειτουργούν σε διατάξεις αλληλουχίας προσεγγίζονται από μία σειρά εναλλακτικών μεθόδων που βασίζονται στην έννοια της προτεραιότητας (*precedence-based models*). Τα μοντέλα αυτά βασίζονται σε δυαδικές μεταβλητές και περιορισμούς που επιβάλλουν μία συγκεκριμένη αλληλουχία της κατανομής των παρτίδων των προϊόντων στον διαθέσιμο εξοπλισμό για την εκτέλεση συγκεκριμένων διεργασιών (Méndez et al., 2006). Ανάλογα με τον ορισμό των μεταβλητών αυτών τα μοντέλα προτεραιότητας μπορούν να ταξινομηθούν στις ακόλουθες υποκατηγορίες (Γεωργιάδης et al., 2022):

- ❖ Μοντέλα άμεσης προτεραιότητας (*immediate precedence models*): οι δυαδικές μεταβλητές ακολουθίας λαμβάνουν την τιμή 1 εάν μια παρτίδα προϊόντος εκτελείται ακριβώς πριν ή μετά από κάποια άλλη
- ❖ Μοντέλα γενικής προτεραιότητας (*general precedence models*): οι δυαδικές μεταβλητές ακολουθίας λαμβάνουν την τιμή 1 εάν μία παρτίδα προϊόντος εκτελείται πριν ή μετά από κάποια άλλη (όχι απαραίτητα ακριβώς πριν ή μετά)
- ❖ Μοντέλα γενικής προτεραιότητας για κάθε επιμέρους συσκευή (*unit-specific general precedence models*): Περιλαμβάνουν την ταυτόχρονη χρήση δυαδικών μεταβλητών άμεσης και γενικής προτεραιότητας.

Ένα από τα σπουδαιότερα στοιχεία για την ανάπτυξη ενός μαθηματικού μοντέλου που στοχεύει στην βελτιστοποίηση του χρονοπρογραμματισμού της παραγωγής αποτελεί ο τρόπος αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα. Οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται είναι οι ακόλουθες (Méndez et al., 2006):

- ❖ Διακριτή αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα (*discrete time representation*): Ο χρονικός ορίζοντας διαιρείται σε ένα πεπερασμένο αριθμό χρονικών διαστημάτων προκαθορισμένης και ίσης διάρκειας. Η έναρξη ή η περάτωση των διεργασιών συμπίπτουν με τα όρια των χρονικών αυτών διαστημάτων. Συνεπώς, η

αναπαράσταση αυτή οδηγεί σε μείωση της πολυπλοκότητας του προβλήματος, ωστόσο το μέγεθος του μοντέλου, το υπολογιστικό κόστος, η εγκυρότητα και η ποιότητα της λύσης είναι άμεσα συνδεδεμένα με το πλήθος των χρονικών διαστημάτων.

- ❖ Συνεχής αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα (*continuous time representation*): Ο χρονικός ορίζοντας διαιρείται σε λιγότερα διαστήματα τα οποία είναι μεταξύ τους άνισα και η διάρκεια του καθενός αποτελεί μέρος της βελτιστοποίησης του προβλήματος. Αυτή η αναπαράσταση οδηγεί σε μείωση των μεταβλητών του προβλήματος και ταυτόχρονα σε πιο ευέλικτες λύσεις, ωστόσο εισάγει πολυπλοκότητα σε περίπτωση που το πρόβλημα χαρακτηρίζεται από περιορισμούς στους διαθέσιμους πόρους και στην ποσότητα του αποθέματος.
- ❖ Μικτή αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα (*mixed time representation*): Χαρακτηρίζεται από ένα σταθερό χρονικό πλέγμα, εντούτοις η διάρκεια των διεργασιών ποικίλει. Συνδυάζει τα πλεονεκτήματα των δύο προηγούμενων αναπαραστάσεων του χρονικού ορίζοντα (Korpanos, 2010).

Το περιβάλλον της αγοράς εντός της οποίας μία εταιρεία δραστηριοποιείται επηρεάζει αισθητά το πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού της παραγωγής των βιομηχανικών της μονάδων. Αρχικά, ο όγκος και η μεταβλητότητα της ζήτησης των παραγόμενων προϊόντων συνδέονται άμεσα με την συχνότητα με την οποία παράγονται. Η παραγωγή προϊόντων που διακρίνονται από χαμηλή ή ασταθή ζήτηση προγραμματίζεται ανάλογα με τις τρέχουσες παραγγελίες των πελατών (*make-to-order*). Στην περίπτωση αυτή η παραγωγή βασίζεται σε βραχυπρόθεσμα χρονοδιαγράμματα τα οποία ανανεώνονται σε τακτά χρονικά διαστήματα. Η αντιστάθμιση της ζήτησης έναντι της παραγωγικής δυναμικότητας της μονάδας καθορίζει τον πρωταρχικό στόχο της παραγωγής. Από την άλλη μεριά, η παραγωγή τελικών ή ενδιάμεσων προϊόντων με σχετικά υψηλή και σταθερή ζήτηση βασίζεται σε προβλέψεις της ζήτησης και όχι τόσο στις παραγγελίες των πελατών. Επομένως, κύριος στόχος αποτελεί η διατήρηση ενός ορισμένου επιπέδου αποθεμάτων (*make-to-stock*) ή/και η περιοδική εκτέλεση ενός συγκεκριμένου χρονοδιαγράμματος, γνωστό ως κυκλικός χρονοπρογραμματισμός (Harjunkoski et al., 2014).

Ο κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής (*cyclic production scheduling*) αποτελεί ένα πρότυπο προγραμματισμού παραγωγής στο οποίο μια σειρά στοιχειωδών διεργασιών επαναλαμβάνεται σε συγκεκριμένες συσκευές με μία καθορισμένη

περιοδικότητα. Χαρακτηριστικό του κυκλικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής αποτελεί το σταθερό χρονικό διάστημα μεταξύ της έναρξης (ή της περάτωσης) κάποιας διεργασίας δύο διαδοχικών παρτίδων ενός προϊόντος. Μείωση του χρόνου αυτού συνεπάγεται στην μεγιστοποίηση της συνολικής απόδοσης της βιομηχανικής μονάδας (Koulouris; Georgiadis, 2023). Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι ο όρος «χρόνος κύκλου» δεν είναι μονοσήμαντος, καθώς εναλλακτικοί ορισμοί μπορούν να δοθούν. Για παράδειγμα, κάποιοι ερευνητές ορίζουν ως κυκλικό χρόνο το απαιτούμενο χρονικό διάστημα για την ολοκλήρωση της επεξεργασίας ενός προϊόντος από μία σειρά διεργασιών.

Ο κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής προτιμάται από αρκετές φαρμακευτικές βιομηχανίες, βιομηχανίες βιοτεχνολογίας, τροφίμων και γενικότερα καταναλωτικών προϊόντων, καθώς παρουσιάζει σημαντικά πλεονεκτήματα σε σχέση με τον αντίστοιχο συμβατικό. Συγκεκριμένα, η συνολική λειτουργία της βιομηχανικής εγκατάστασης απλοποιείται αφού το ίδιο χρονοδιάγραμμα εκτελείται επανειλημμένα. Συνεπώς, η τυποποίηση της παραγωγής οδηγεί σε εύκολα εφαρμόσιμα προγράμματα, απλές αποφάσεις για τις βάρδιες του προσωπικού και σε πιο απλό έλεγχο της συνολικής παραγωγής, με επαρκή επίπεδα αποθεμάτων ελαχιστοποιώντας επιπλέον δαπάνες για την διαχείριση και την αποθήκευσή τους (Fumero et al., 2012).

Παράλληλα, μελέτες δείχνουν ότι τα κυκλικά προγράμματα τείνουν να είναι πιο – υπολογιστικά – εύρωστα σε σύγκριση με τα μη κυκλικά. Αξίζει να αναφερθεί ότι ο κυκλικός χρονοπρογραμματισμός δεν επιλέγεται μόνο από τη βιομηχανία αλλά και από πολλές ερευνητικές ομάδες, κυρίως για υπολογιστικούς λόγους, αφού περιορίζεται σε μικρότερο χρονικό ορίζοντα και επομένως η επίλυση του προβλήματος είναι ταχύτερη, λόγω της απλότητας αυτού. Ταυτόχρονα, ορισμένοι ερευνητές προσεγγίζουν το πρόβλημα του κυκλικού χρονοπρογραμματισμού της παραγωγής με τεχνικές διάσπασης εξασφαλίζοντας γρήγορες και καλές λύσεις για πολύπλοκα βραχυπρόθεσμα προβλήματα προγραμματισμού. Φυσικά, η βέλτιστη λύση του συνολικού προβλήματος προγραμματισμού αναμένεται να είναι η μη κυκλική, ωστόσο η υπολογιστική πολυπλοκότητα της επίλυσης συμβατών χρονοδιαγραμμάτων για μεγαλύτερους χρονικούς ορίζοντες είναι συνήθως απαγορευτική (Koulouris; Georgiadis, 2023).

Ο βέλτιστος κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής έχει μελετηθεί κατά καιρούς από αρκετούς ερευνητές, ωστόσο η εφαρμογή του σε ρεαλιστικά προβλήματα

δεν έχει ακόμα ωριμάσει. Μάλιστα, σημειώνεται ότι η αντιμετώπιση βραχυπρόθεσμων προβλημάτων σε περιβάλλον κυκλικού χρονοπρογραμματισμού δεν επικεντρώνεται μόνο στις βιομηχανικές μονάδες παραγωγής προϊόντων αλλά απευθύνεται και σε άλλες εφαρμογές. Πιο συγκεκριμένα, ο κυκλικός προγραμματισμός μελετάται στην χρήση πολλαπλών παράλληλων επεξεργαστών για την ενίσχυση της απόδοσης υπολογιστικών εργαλείων (Šůcha; Hanzálek, 2011), στην ρομποτική (Bozejko et al., 2016; Elmi and Topaloglu, 2017; Zhou et al., 2012), στην εύρεση του βέλτιστου χρονοδιαγράμματος βαρδιών για νοσηλευτές (Burke et al., 2004), στις τηλεπικοινωνίες (Guiraud and Strozecki, 2022; Kubiak, 2005) κτλ.

Οι Shah, Pantelides και Sargent (1993) εισήγαγαν ένα μαθηματικό πλαίσιο χρονοπρογραμματισμού βιομηχανικών μονάδων πολλαπλών χρήσεων (*multi-purpose facilities*) στις οποίες η παραγωγή των προϊόντων πραγματοποιούταν κυκλικά, σε παρτίδες. Διατυπώθηκε ως ένα μεγάλο μαθηματικό μοντέλο Μικτού – Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού, ενώ για την εύρεση του βέλτιστου κυκλικού χρόνου οι συγγραφείς πρότειναν την επίλυση μιας σειράς προβλημάτων, στα οποία οριζόταν κάθε φορά ένας σταθερός κυκλικός χρόνος. Ως βέλτιστο κυκλικό χρόνο λάμβαναν το μικρότερο χρονικό διάστημα, στο οποίο όλες οι διεργασίες παραγωγής μπορούν να επαναλαμβάνονται και συνεπώς είναι ίδιος για όλα τα προϊόντα.

Λίγο αργότερα (1994) οι Pinto και Grossman μελέτησαν τον κυκλικό χρονοπρογραμματισμό παραγωγής πολλαπλών προϊόντων σε διεργασίες συνεχούς λειτουργίας, για κάθε μία από τις οποίες ήταν διαθέσιμη μία γραμμή παραγωγής. Το πρόβλημα εστίαζε στην αλληλουχία παραγωγής των προϊόντων, στον χρονικό ορίζοντα ολοκλήρωσης της συνολικής παραγωγής και στα επίπεδα των αποθεμάτων. Η μέθοδος που πρότειναν χώριζε το αρχικό πολύπλοκο πρόβλημα Μικτού Ακέραιου Μη – Γραμμικού Προγραμματισμού σε ένα δευτερεύον απλούστερο πρόβλημα το οποίο περιέγραψαν με ένα μαθηματικό μοντέλο MINLP και στόχευε στην βελτιστοποίηση των κυκλικών χρόνων και των επιπέδων αποθεμάτων των προϊόντων, με δεδομένη την αλληλουχία παραγωγής των προϊόντων και στο κύριο πρόβλημα το οποίο περιέγραψαν με ένα μαθηματικό μοντέλο Μικτού – Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού και αποσκοπούσε στην βελτιστοποίηση της σειράς παραγωγής των προϊόντων. Το τελικό MINLP πρόβλημα επιλύθηκε με έναν συνδυασμό τεχνικών διάσπασης και «χαλάρωσης» (*relaxation*). Συγκρίνοντας το αρχικό πολύπλοκο MINLP μοντέλο με την

προτεινόμενη μέθοδο οι συγγραφείς κατέληξαν ότι η δεύτερη υπερτερεί από υπολογιστικής άποψης για πολύπλοκα προβλήματα.

Προς την ίδια κατεύθυνση κινήθηκαν μετέπειτα οι Wu και Ierapetritou (2004) οι οποίοι βασίστηκαν στην αναπαράσταση των διεργασιών της βιομηχανικής εγκατάστασης μέσω του διαγράμματος State-Task Network (STN). Πρότειναν ένα μαθηματικό μοντέλο Μικτού – Ακέραιου Μη Γραμμικού Προγραμματισμού με συνεχή αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα για την εύρεση του βέλτιστου κυκλικού χρόνου καθώς και της βέλτιστης αλληλουχίας των διεργασιών στο χρονικό πλαίσιο του κύκλου αυτού. Σε σύγκριση με τις έως τότε προσεγγίσεις, αυτή των Wu και Ierapetritou (2004) χαρακτηρίζεται από μικρότερο αριθμό μεταβλητών και περιορισμών, χωρίς να υστερεί ως προς την βέλτιστη λύση της ίδιας – υπό μελέτη – συνάρτησης.

Συνοπτικά αναφέρεται στο σημείο αυτό ότι το STN είναι ένα διάγραμμα το οποίο αποτελείται από τρία βασικά στοιχεία: κόμβους που περιέχουν τις πρώτες ύλες, ενδιάμεσα ή τελικά προϊόντα, κόμβους που αναπαριστούν τις διεργασίες επεξεργασίας των πρώτων υλών και βέλη που ενώνουν τους προαναφερθέντες κόμβους και που υποδηλώνουν την ροή των υλικών (Kondili et al., 1993). Πολλοί ερευνητές βασίζονται στην απεικόνιση της συνολικής παραγωγικής διαδικασίας σε διαγράμματα STN εκμεταλλευόμενοι το πλήθος πλεονεκτημάτων που παρέχει.

Έπειτα, η αναγνώριση της πολυπλοκότητας των μαθηματικών μοντέλων MINLP ώθησε αρκετούς ερευνητές στην πρόταση εναλλακτικών μεθόδων, ώστε να βελτιώσουν την υπολογιστική τους απόδοση και να εξασφαλίσουν την αντιμετώπιση προβλημάτων κυκλικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής μεγαλύτερης κλίμακας. Το 2008 οι Pocket και Warichet πρότειναν ένα μοντέλο Μικτού – Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού στο οποίο εισήγαγαν περιορισμούς σύσφιξης, προκειμένου να επιτευχθεί ταχύτερη επίλυση προβλημάτων κυκλικού χρονοπρογραμματισμού. Στην συνέχεια, για την αντιμετώπιση μεγαλύτερων προβλημάτων συνδύασαν ευρετικούς κανόνες (*heuristic rules*) με ένα μοντέλο MILP. Ένα χρόνο αργότερα οι You et al. (2009) πρότειναν αλγοριθμικές μεθόδους και οι Trautmann και Schwindt (2009) τεχνικές διάσπασης για την ταχύτερη επίλυση ομοειδών προβλημάτων.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η αναζήτηση των ερευνητικών έργων που απευθύνονται σε πραγματικές εφαρμογές βιομηχανικών μονάδων. Οι Alle et al. (2004) μελέτησαν το πρόβλημα του κυκλικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής σε μία

πετροχημική βιομηχανία πολλαπλών προϊόντων και πολλαπλών – συνεχούς λειτουργίας – διεργασιών. Οι συγγραφείς πρότειναν μία επέκταση ήδη υπαρχόντων μαθηματικών μοντέλων Μικτού - Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού άμεσης προτεραιότητας με συνεχή αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα και γραμμικοποίησαν την αντικειμενική συνάρτηση αυτών. Σκοπός ήταν η ταυτόχρονη βελτιστοποίηση του χρονοπρογραμματισμού των διεργασιών παραγωγής και καθαρισμού της μονάδας. Οι διάφορες μελέτες περίπτωσης που εξετάστηκαν, κατέδειξαν την αποδοτικότητα του μαθηματικού μοντέλου για την αντιμετώπιση προβλημάτων διαφορετικών μεγεθών και πολυπλοκότητας.

Οι Castro et al. (2014) μελέτησαν τον κυκλικό χρονοπρογραμματισμό παραγωγής ενός εργοστασίου χαρτοπολτού. Θεώρησαν ότι κάθε συσκευή χώνευσης της μονάδας μπορεί να προσομοιωθεί με μία παραγγελία προϊόντος που πρέπει να περάσει από μία σειρά σταδίων επεξεργασίας και να ολοκληρωθεί στον ελάχιστο κυκλικό χρόνο. Ανάλογα με την αλληλουχία των σταδίων αυτών, περισσότερος ή λιγότερος ατμός ήταν διαθέσιμος για την θέρμανση κάποιου χωνευτή, επηρεάζοντας την διάρκεια ενός εκ των επτά συνολικών σταδίων (του σταδίου θέρμανσης) και επομένως την διάρκεια του κυκλικού χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής. Οι συγγραφείς εισήγαγαν ένα μαθηματικό μοντέλο Μικτού – Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού με περιορισμούς που αφορούσαν, κυρίως, στην διαθεσιμότητα του ατμού. Αντικειμενική συνάρτηση ήταν η μεγιστοποίηση της παραγωγικότητας της συνολικής εγκατάστασης (πηλίκο συνολικής παραγωγής προς τον κυκλικό χρόνο). Τα αποτελέσματα λήφθηκαν σε αποδεκτούς υπολογιστικούς χρόνους.

Οι Moniz et al. (2014) ερεύνησαν ένα πραγματικό πρόβλημα μίας φαρμακευτικής βιομηχανίας παραγωγής προϊόντων σε παρτίδες. Συγκεκριμένα, πρότειναν ένα μαθηματικό πλαίσιο με το οποίο αντιμετώπισαν επιτυχώς την ταυτόχρονη παραγωγή των προϊόντων σταθερής και ασταθούς ζήτησης σε περιβάλλοντα κυκλικού και συμβατού χρονοπρογραμματισμού, αντίστοιχα.

Οι Shirvani et al. (2014) πραγματεύτηκαν τον κυκλικό χρονοπρογραμματισμό παραγωγής μίας ρεαλιστικής βιομηχανίας τροφίμων. Η μονάδα διέθετε παράλληλες γραμμές παραγωγής για την επεξεργασία των προϊόντων και σε κάθε κύκλο παραγωγής στόχος ήταν η ικανοποίηση της υφιστάμενης ζήτησης. Αντικείμενο βελτιστοποίησης ήταν η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους λόγω της απόκλισης του χρόνου, είτε

θετικής είτε αρνητικής, από τον αντίστοιχο χρόνο παράδοσης των προϊόντων (*earliness and tardiness cost*). Αρχικά, εισήγαγαν ένα μαθηματικό μοντέλο Μικτού – Ακέραιου Προγραμματισμού, ωστόσο λόγω της πολυπλοκότητας του προβλήματος έπειτα πρότειναν έναν ευρετικό αλγόριθμο ώστε να παραχθούν εφικτές λύσεις και στη συνέχεια έναν επαναληπτικό αλγόριθμο για την βελτιστοποίηση των λύσεων αυτών.

Μία διαφορετική προσέγγιση από όλες τις παραπάνω χρησιμοποιήθηκε από τους Quinton et al. (2020). Οι συγγραφείς θεώρησαν ότι τα στοιχειώδη στάδια της συνολικής παραγωγικής διαδικασίας ομαδοποιούνται σε εργασίες που εκτελούνται σε συγκεκριμένες συσκευές σε ένα περιβάλλον ευέλικτου κυκλικού χρονοπρογραμματισμού (*Flexible Cycle Jobshop Scheduling*). Δηλαδή, μία εργασία μπορεί να αντιπροσωπεύει το σύνολο των διεργασιών για την παραγωγή ενός προϊόντος, ενώ οι στοιχειώδεις διεργασίες μπορούν να εκτελεστούν σε δύο ή περισσότερες συσκευές. Αρχικά πρότειναν ένα μαθηματικό μοντέλο Μικτού – Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού γενικής προτεραιότητας με αντικειμενική συνάρτηση την ελαχιστοποίηση του κυκλικού χρόνου εμφάνισης των διεργασιών παραγωγής του προϊόντος. Συμπέραναν ότι για μικρότερα προβλήματα το μοντέλο είναι αποδοτικό παρέχοντας βέλτιστες λύσεις. Ωστόσο, για πιο πολύπλοκα προβλήματα η αναζήτηση της βέλτιστης λύσης είναι χρονοβόρα ή αδύνατη. Για τον λόγο αυτό εισήγαγαν δύο διαφορετικές προσεγγίσεις του ίδιου προβλήματος, μία τεχνική διάσπασης και μία ευρετική μέθοδο, οι οποίες αποδείχθηκαν αποδοτικές παρέχοντας από εφικτές έως και βέλτιστες λύσεις. Την ίδια λογική είχαν ακολουθήσει προγενέστερα και οι Jalilvand-Nejad και Fattahi (2015).

Μια κοινή παραδοχή των παραπάνω προσεγγίσεων είναι ότι τα στοιχειώδη στάδια που αποτελούν μία εργασία θα εκτελούνται σε ακριβώς μία συσκευή καθ' όλη την διάρκεια του χρονικού ορίζοντα, ανεξαρτήτως της ευελιξίας της μονάδας. Δηλαδή αν ένα στάδιο της εργασίας μπορεί να εκτελεστεί σε δύο εναλλακτικές συσκευές, τότε το στάδιο αυτό θα εκτελείται στην μία εκ των δύο σε κάθε κύκλο παραγωγής, ενώ η άλλη θα βρίσκεται σε αδράνεια. Η παραδοχή αυτή οδηγεί στην χαμηλή χρονικά αξιοποίηση των διαθέσιμων πόρων και επομένως στην μειωμένη παραγωγικότητα της μονάδας (Koulouris; Georgiadis, 2023).

Οι Lopes et al. (2019) ήταν οι πρώτοι που αναγνώρισαν την βελτίωση της αποδοτικότητας της συνολικής μονάδας με την παράλειψη της παραδοχής αυτής. Οι

συγγραφείς αντιμετώπισαν ταυτόχρονα το πρόβλημα ελαχιστοποίησης του κυκλικού χρόνου σε ένα πιο ευέλικτο μοτίβο χρονοπρογραμματισμού, στο οποίο η κατανομή των σταδίων παραγωγής μίας εργασίας σε συσκευές μπορούσε να αλλάζει σε κάθε κύκλο παραγωγής. Ωστόσο, το μαθηματικό μοντέλο Μικτού – Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού που πρότειναν περιοριζόταν σε απλές δομές βιομηχανικών εγκαταστάσεων που δεν περιλαμβάνουν συσκευές πολλαπλών χρήσεων.

Εμπνευσμένοι από τους παραπάνω συγγραφείς, οι Wu και Maravelias (2020) διατύπωσαν μία γενικότερη μαθηματική έκφραση ικανή να αντιμετωπίσει ένα ευρύ φάσμα προβλημάτων κυκλικού χρονοπρογραμματισμού στην χημική βιομηχανία. Συγκεκριμένα πρότειναν ένα μαθηματικό μοντέλο Μικτού – Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού βασισμένο στην αναπαράσταση των διεργασιών μέσω του διαγράμματος STN, με αντικειμενικό στόχο την μεγιστοποίηση του κέρδους με δεδομένο τον κυκλικό χρόνο παραγωγής. Εκτός από την εξασφάλιση της ευέλικτης κατανομής των διεργασιών σε διαφορετικές διαθέσιμες συσκευές σε κάθε κύκλο παραγωγής, η διατύπωσή τους επέτρεπε την ακριβή μοντελοποίηση των επιπέδων αποθεμάτων, διαφορετικών πολιτικών αποθήκευσης για ποικίλα προφίλ ζήτησης. Οι συγγραφείς απέδειξαν ότι η προσθήκη της ευελιξίας σχετικά με την κατανομή των εργασιών στον διαθέσιμο εξοπλισμό στα πλαίσια διαφορετικών κύκλων παραγωγής αύξανε σημαντικά την χρονική αξιοποίηση των συσκευών της μονάδας.

Λίγο αργότερα, οι Koulouris και Georgiadis (2023) μελέτησαν το πρόβλημα ελαχιστοποίησης του κυκλικού χρόνου παραγωγής για ένα προϊόν σε διεργασίες διαλείπουσας λειτουργίας οι οποίες χρησιμοποιούσαν κοινές συσκευές για την εκτέλεσή τους, διατηρώντας την ευελιξία που είχε νωρίτερα προταθεί. Αρχικά, προσέγγισαν το πρόβλημα με μία αλγοριθμική μέθοδο η οποία σε ορισμένες μόνο περιπτώσεις έδινε βέλτιστες λύσεις. Η προσέγγιση αυτή πλεονεκτεί έναντι άλλων, που υπάρχουν στην βιβλιογραφία, καθώς παράγει στιγμιαία λύσεις ακόμα και σε πολύ μεγάλα και πολύπλοκα προβλήματα, όχι μόνο για τον ελάχιστο κυκλικό χρόνο αλλά και για το εύρος των αποδεκτών κυκλικών χρόνων, ώστε σε κάθε περίπτωση να εξασφαλίζεται εφικτός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής. Πρακτικά, αυτή η γνώση μπορεί να φανεί ιδιαίτερα χρήσιμη εάν για διάφορους λόγους ευνοούνται συγκεκριμένες τιμές κυκλικού χρόνου. Ωστόσο, στην αλγοριθμική μέθοδο γινόταν η παραδοχή ότι εάν υπάρχουν κοινές διαθέσιμες συσκευές για την εκτέλεση μίας διεργασίας τότε όλες χρησιμοποιούνται με περιοδικό τρόπο (*round robin scheduling*).

Αυτό θα μπορούσε να επηρεάσει την ποιότητα των αποτελεσμάτων παρέχοντας καλές αλλά όχι βέλτιστες λύσεις. Έπειτα, οι συγγραφείς πρότειναν ένα μαθηματικό μοντέλο Μικτού – Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού γενικής προτεραιότητας μεταξύ των παρτίδων ενός προϊόντος με συνεχή αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα. Η μέθοδος αυτή ήταν πιο γενική, δεδομένου ότι η κατανομή των πόρων αποτελούσε αντικείμενο βελτιστοποίησης, παράγοντας βέλτιστες λύσεις για προκαθορισμένους χρονικούς ορίζοντες σε σύντομους υπολογιστικούς χρόνους.

Πραγματοποιώντας, λοιπόν, μία σύντομη ανασκόπηση των ερευνητικών έργων που διατίθενται στην βιβλιογραφία εντοπίζεται ένα «κενό», όσον αφορά στην αντιμετώπιση προβλημάτων σε περιβάλλον κυκλικού χρονοπρογραμματισμού. Έως τώρα, δεν έχει προταθεί κάποια ενιαία στρατηγική για την μελέτη της συνολικής παραγωγής εύελικτων μονάδων πολλαπλών προϊόντων και σταδίων, τα οποία μοιράζονται ένα κοινό σύνολο διαθέσιμων γραμμών παραγωγής, βελτιστοποιώντας τόσο τον κυκλικό χρόνο παραγωγής του εκάστοτε προϊόντος, όσο και τον χρονικό ορίζοντα ολοκλήρωσης της παραγωγής και εξασφαλίζοντας ταυτόχρονα την καλύτερη δυνατή χρονική αξιοποίηση του εξοπλισμού στα πλαίσια του ορίζοντα αυτού.

Η παρούσα διπλωματική εργασία αποτελεί μία προσπάθεια κάλυψης του υπάρχοντος «ερευνητικού κενού». Ειδικότερα, προτείνεται ένα γενικότερο μαθηματικό πλαίσιο μέσω του οποίου επιτυγχάνεται ο βέλτιστος κυκλικός χρονοπρογραμματισμός μιας υποθετικής γαλακτοβιομηχανίας, που θα μπορούσε δυνητικά να αποτελέσει θεμέλιο για τον κυκλικό χρονοπρογραμματισμό παραγωγής πραγματικών –μεγάλης κλίμακας – βιομηχανικών μονάδων. Το μαθηματικό αυτό πλαίσιο αποτελείται από τρία στάδια εκφρασμένα ως μαθηματικά μοντέλα Μικτού – Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού για διεργασίες διαλείπουσας λειτουργίας με συνεχή αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα. Το πρώτο στάδιο αποσκοπεί στην εύρεση του ελάχιστου κυκλικού χρόνου παραγωγής κάθε προϊόντος. Για τον σκοπό αυτό γίνεται χρήση του μαθηματικού μοντέλου που έχει προταθεί από τους Koulouris και Georgiadis (2023), το οποίο βασίζεται σε μεταβλητές γενικής προτεραιότητας, επιλύεται για κάθε προϊόν της – υπό μελέτη – μονάδας ξεχωριστά, και για όλες τις διεργασίες παραγωγής. Στο δεύτερο στάδιο μελετάται η ελαχιστοποίηση του χρόνου των εναλλαγών μεταξύ των διαφορετικών διαδοχικών προϊόντων. Αυτό επιτυγχάνεται μέσω ενός νέου μαθηματικού μοντέλου άμεσης προτεραιότητας εμπνευσμένου από το μοντέλο του Koranos (2010), το οποίο αναπροσαρμόζεται για τις ανάγκες της παρούσας εργασίας,

λαμβάνοντας υπόψη ένα στάδιο παραγωγής και όλα τα προϊόντα του προβλήματος. Τελικά, με δεδομένα τα προηγούμενα, το τρίτο στάδιο αποσκοπεί στην ελαχιστοποίηση του χρονικού ορίζοντα ολοκλήρωσης της συνολικής παραγωγής σε ένα περιβάλλον κυκλικού χρονοπρογραμματισμού. Για την αντιμετώπιση αυτού εισάγεται ένα νέο μαθηματικό μοντέλο, εμπνευσμένο από τα μοντέλα του Koranos (2010) και Koulouris και Georgiadis (2023), γενικής και άμεσης προτεραιότητας που συμπεριλαμβάνει όλες τις διεργασίες παραγωγής και όλα τα προϊόντα.

Στο Κεφάλαιο 2 περιγράφεται αναλυτικά η δομή της εξεταζόμενης γαλακτοβιομηχανίας, η συνολική παραγωγική διαδικασία, ο διαθέσιμος εξοπλισμός, και στοιχεία που αφορούν στα δεδομένα των προαναφερθέντων. Στο Κεφάλαιο 3 αναπτύσσονται λεπτομερώς τα μαθηματικά μοντέλα που χρησιμοποιούνται για τον σκοπό της παρούσας εργασίας και περιγράφονται διεξοδικά οι περιορισμοί και οι αντικειμενικοί τους στόχοι, ενώ παράλληλα πραγματοποιείται επέκταση αυτών ώστε να μελετηθούν εναλλακτικές δομές της μονάδας. Επιπλέον, αναπτύσσεται μαθηματικό μοντέλο για την μελέτη του συμβατικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής της ίδιας εξεταζόμενης μονάδας. Έπειτα, στο Κεφάλαιο 4 εξετάζεται η απόκριση και η υπολογιστική απόδοση των μαθηματικών μοντέλων με την εισαγωγή διαφόρων μελετών περίπτωσης τα αποτελέσματα των οποίων εξάγονται με την εφαρμογή τους στο υπολογιστικό εργαλείο βελτιστοποίησης GAMS. Ακόμα, πραγματοποιείται η αξιολόγηση των εξαγόμενων βέλτιστων λύσεων για τα διάφορα σενάρια ζήτησης, σχεδιασμού και περιβάλλοντος προγραμματισμού της παραγωγικής μονάδας. Τέλος, στο Κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται τα κύρια συμπεράσματα που προκύπτουν για τις διάφορες μελέτες περίπτωσης, ενώ παρατίθενται προτάσεις για περαιτέρω έρευνα και μελέτη.

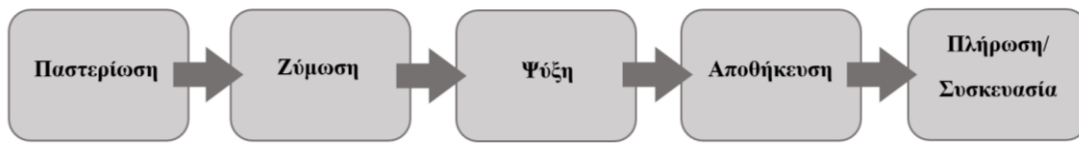
2. Παραγωγική διαδικασία

Το πρόβλημα βελτιστοποίησης χρονοπρογραμματισμού που μελετάται αφορά σε ένα υποθετικό παράδειγμα το οποίο αντικατοπτρίζει μια πραγματική παραγωγική διαδικασία σε γαλακτοβιομηχανίες. Τα δεδομένα σχετικά με την ζήτηση και τους χρόνους επεξεργασίας είναι υποθετικά για τους σκοπούς της συγκεκριμένης εργασίας, ωστόσο αυτά έχουν επιλεγεί με τρόπο τέτοιο ώστε να ανταποκρίνονται σε ρεαλιστικά μεγέθη ομοειδών βιομηχανιών και συνεπώς τα αποτελέσματα είναι άξια συζήτησης και περαιτέρω μελέτης.

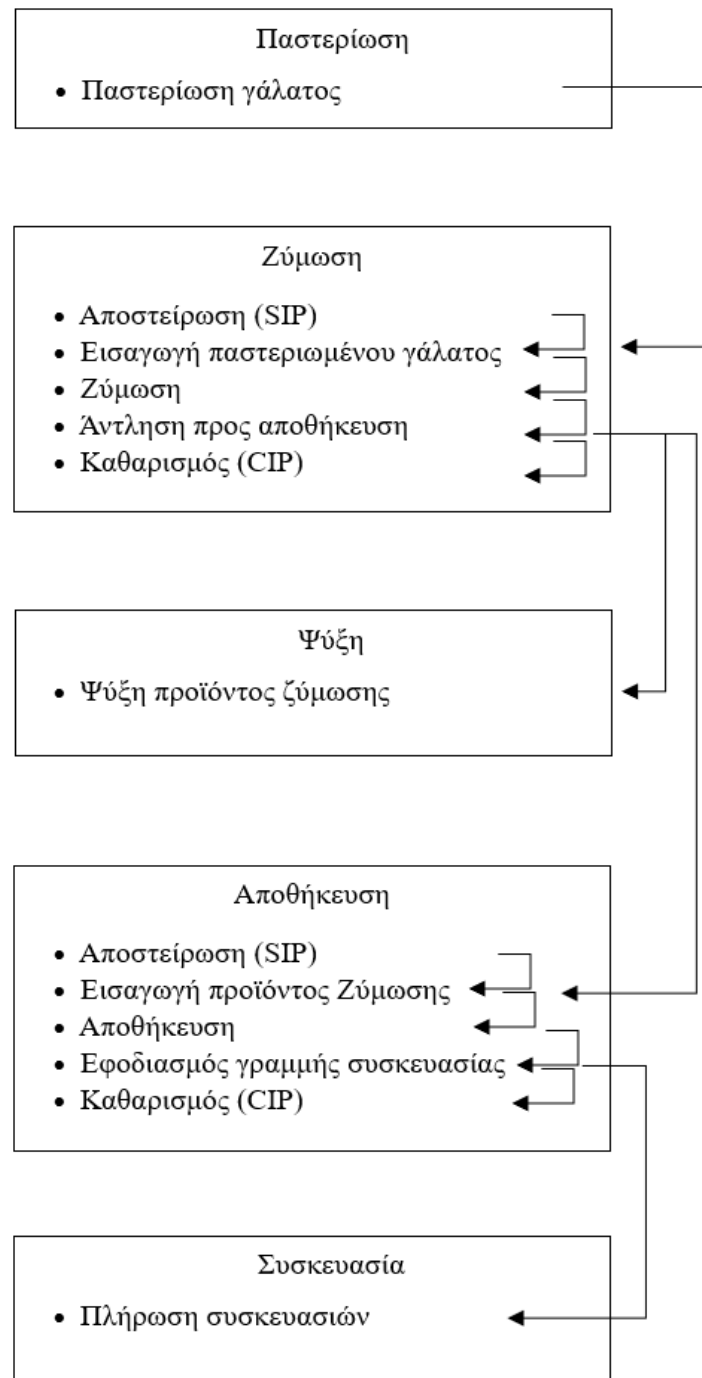
2.1 Περιγραφή παραγωγικής διαδικασίας

Μια σύνοψη της συνολικής παραγωγικής διαδικασίας απεικονίζεται στο Σχήμα 2. Αρχικά, γάλα παστεριώνεται και οδηγείται σε ήδη αποστειρωμένο δοχείο ζύμωσης. Έπειτα, εμβολιάζεται σε αυτό μία καλλιέργεια προβιοτικών βακτηρίων με την βοήθεια της οποίας ξεκινάει η διαδικασία μετατροπής του γάλακτος σε γιαούρτι μέσω της διεργασίας της ζύμωσης, ενώ παράλληλα το μίγμα θερμαίνεται. Ακολούθως, το προϊόν της ζύμωσης αντλείται από έναν ψυκτήρα, μέσω του οποίου ψύχεται επαρκώς κατά την διάρκεια μεταφοράς του, από το δοχείο ζύμωσης στο δοχείο αποθήκευσης, όπου κρατείται για ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα. Στη συνέχεια, το – πλέον διαμορφωμένο – γιαούρτι οδηγείται στην διεργασία της πλήρωσης και συσκευάζεται. Μέσω ενός αναμίκτη, που βρίσκεται στην γραμμή σύνδεσης του δοχείου αποθήκευσης και της συσκευής πλήρωσης, υπάρχει η δυνατότητα να προστεθεί μία γεύση φρούτων στο τελικό προϊόν (με πουρέ ή σιρόπι) πριν αυτό οδηγηθεί στο τελευταίο στάδιο της παραγωγικής διαδικασίας, αυτό της συσκευασίας. Στο σημείο αυτό πρέπει να τονιστεί ότι δεν κρίνεται αναγκαία μία πιο ενδελεχής περιγραφή της συνολικής διαδικασίας παραγωγής γιαουρτιών, καθώς ξεφεύγει από τα πλαίσια του αντικειμένου και του στόχου της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας.

Όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2, η συνολική παραγωγική διαδικασία συνοψίζεται σε πέντε βασικά στάδια παραγωγής. Εντούτοις, κάθε στάδιο συμπεριλαμβάνει επιμέρους διεργασίες (Σχήμα 3). Ωστόσο, δεν κρίνεται απαραίτητο αυτές να ληφθούν υπόψη ξεχωριστά στα πλαίσια της μοντελοποίησης του χρονοπρογραμματισμού της παραγωγής, εφόσον οι χρόνοι εκτέλεσης κάθε επιμέρους διεργασίας συμπεριλαμβάνονται στον συνολικό χρόνο επεξεργασίας των προϊόντων σε κάθε στάδιο.



Σχήμα 2. Διεργασίες συνολικής παραγωγικής διαδικασίας της βιομηχανίας γιαουρτιών



Σχήμα 3. Διάγραμμα των σταδίων και των επιμέρους διεργασιών της συνολικής παραγωγικής διαδικασίας της βιομηχανίας γιαουρτιών

Οι διεργασίες της συνολικής παραγωγικής διαδικασίας προσεγγίζονται ως διεργασίες διαλείπουσας λειτουργίας, όπου οι πρώτες ύλες μετασχηματίζονται σε τελικά προϊόντα τα οποία παράγονται σε παρτίδες μέσα σε ένα αυστηρά καθορισμένο χρονικό πλαίσιο. Επιπλέον οι διεργασίες της συνολικής παραγωγής είναι κοινές ανεξαρτήτως της γεύσης ή του μεγέθους του τελικού προϊόντος. Η – υπό μελέτη – βιομηχανική μονάδα ακολουθεί πολιτική ενιαίας ολοκλήρωσης των παραγγελιών (*single campaign policy*), δηλαδή η κάθε παραγγελία προϊόντος ολοκληρώνεται αδιάλειπτα, και λειτουργεί έξι ημέρες την εβδομάδα σε 24ωρη βάση για την κάλυψη του βασικού σεναρίου ζήτησης.

Η εγκατάσταση της συγκεκριμένης γαλακτοβιομηχανίας διαθέτει εννέα δοχεία χωρητικότητας 6 τόνοι (ton) τα οποία χρησιμοποιούνται από κοινού για τις διεργασίες της ζύμωσης και της αποθήκευσης, μία συσκευή παστερίωσης, μία συσκευή ψύξης και μία συσκευή για την πλήρωση και την συσκευασία των τελικών προϊόντων. Στην τελευταία απαιτείται ένας ορισμένος χρόνος εναλλαγής μεταξύ δύο διαφορετικών διαδοχικών προϊόντων ανάλογα με την γεύση και την συσκευασία αυτών. Πιο συγκεκριμένα, είναι απαραίτητο να εφαρμοστούν διεργασίες καθαρισμού ή και ρύθμισης της γραμμής συσκευασίας σε περίπτωση διαδοχικής παραγωγής προϊόντων γιαουρτιού με διαφορετική γεύση ή και διαφορετικό μέγεθος συσκευασίας, αντίστοιχα.

2.2 Δεδομένα παραγωγικής διαδικασίας

Η βιομηχανία έχει την δυνατότητα να παρασκευάσει γιαούρτια τριών διαφορετικών γεύσεων (φράουλα, μπανάνα και ροδάκινο) σε τρία διαφορετικά μεγέθη συσκευασιών (200g, 500g και 1kg). Τα τελικά προϊόντα του προβλήματος που μελετάται είναι εννέα στο σύνολο και το είδος καθώς και το βασικό σενάριο ζήτησης φαίνονται στον Πίνακα 1.

Ο χρόνος επεξεργασίας των παρτίδων κάθε προϊόντος είναι ίδιος στις διεργασίες της παστερίωσης, ζύμωσης, ψύξης και αποθήκευσης ανεξαρτήτως γεύσης ή μεγέθους συσκευασίας του τελικού προϊόντος. Ωστόσο, ο χρόνος πλήρωσης της συσκευασίας των τελικών προϊόντων διαφέρει ανάλογα με το μέγεθος της συσκευασίας με τον ρυθμό πλήρωσης να ελαττώνεται για μικρότερα μεγέθη της συσκευασίας. Επιπλέον, για την εύρυθμη λειτουργία της συνολικής μονάδας παραγωγής υπάρχει ένας σχετικός χρόνος εκκίνησης μεταξύ των διεργασιών που επεξεργάζονται μία συγκεκριμένη παρτίδα προϊόντος. Οι χρόνοι επεξεργασίας των παρτίδων στις διάφορες

συσκευές, ο ρυθμός πλήρωσης της συσκευασίας των τελικών προϊόντων καθώς και ο σχετικός χρόνος μεταξύ των διεργασιών παρατίθενται στον Πίνακα 2. Τέλος, οι χρόνοι εναλλαγής μεταξύ δύο διαφορετικών διαδοχικών προϊόντων αναγράφονται στον Πίνακα 3.

Πίνακας 1. Βασικό σενάριο ζήτησης προϊόντων γιαουρτιού

Προϊόν	Ζήτηση (tons)
1. Φράουλα-200g	48
2. Φράουλα-500g	36
3. Φράουλα-1kg	24
4. Μπανάνα-200g	36
5. Μπανάνα-500g	24
6. Μπανάνα-1kg	12
7. Ροδάκινο-200g	60
8. Ροδάκινο-500g	36
9. Ροδάκινο-1kg	30

Πίνακας 2. Δεδομένα χρόνων, ρυθμών επεξεργασίας και σχετικού χρόνου διεργασιών

	Χρόνος Επεξεργασίας			Σχετικός χρόνος
Παστερίωση	1.5 h			1 h
Ζύμωση	12.9 h			0 h
Ψύξη	0.9 h			10.5 h
Αποθήκευση	4.73 h			9.5 h
Πλήρωση	Ρυθμός πλήρωσης			11.4 h
	200g	500g	1kg	
	4 mt/h	6 mt/h	8 mt/h	

Πίνακας 3. Χρόνος εναλλαγής προϊόντων γιαουρτιού ανάλογα με την γεύση και την συσκευασία

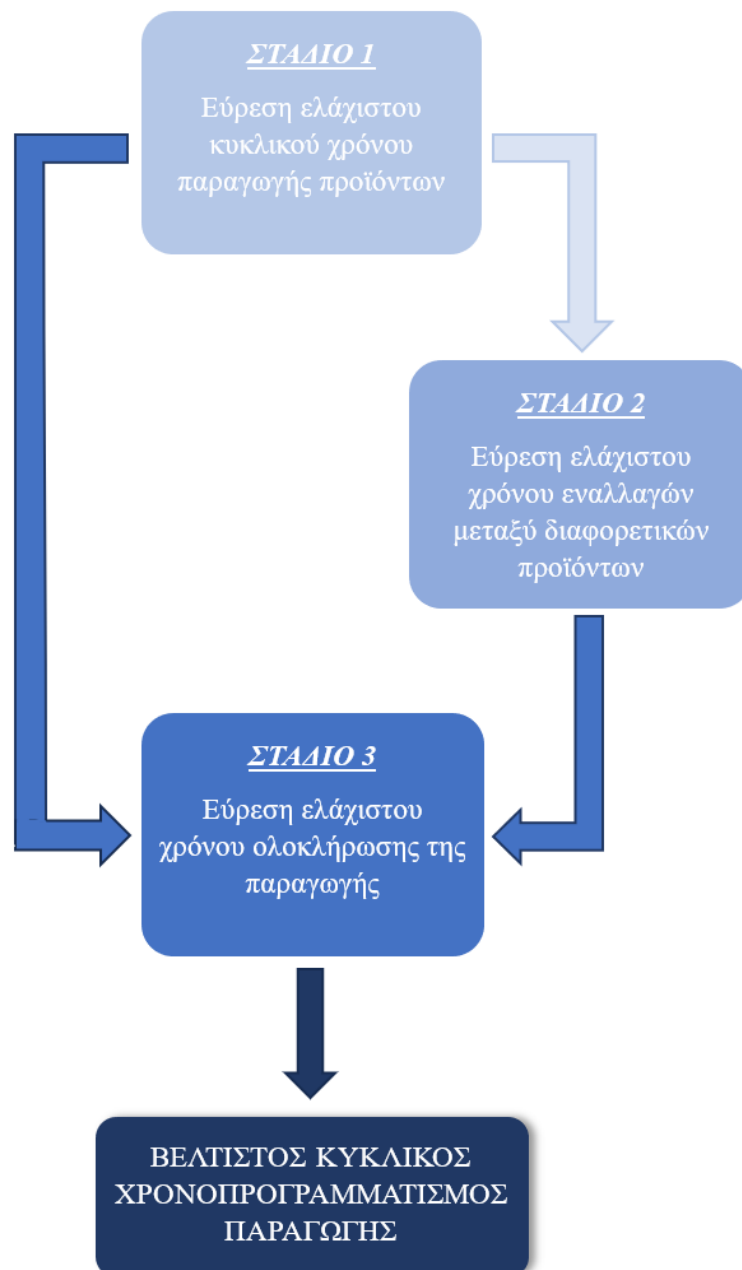
<i>Χρόνος εναλλαγής μεταξύ προϊόντων διαφορετικών γεύσεων, σε ώρες</i>			
	Μπανάνα	Ροδάκινο	Φράουλα
Μπανάνα	0	1	1
Ροδάκινο	1.5	0	1
Φράουλα	1.5	1.25	0
<i>Χρόνος εναλλαγής μεταξύ προϊόντων διαφορετικού μεγέθους συσκευασίας, σε ώρες</i>			
	200g	500g	1kg
200g	0	0.75	0.75
500g	0.75	0	0.75
1kg	0.75	0.75	0

2.3 Ορισμός στόχου και μελέτες περίπτωσης

Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας αποτελεί η πρόταση ενός γενικότερου μαθηματικού πλαισίου βελτιστοποίησης, μέσω του οποίου επιτυγχάνεται ο βέλτιστος κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής της βιομηχανίας παραγωγής γιαουρτιών που περιγράφεται στην υποενότητα 2.1. Το μαθηματικό πλαίσιο αποτελείται από τρία στάδια εκφρασμένα ως μαθηματικά μοντέλα Μικτού - Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού για διεργασίες διαλείπουσας λειτουργίας (Σχήμα 4). Το πρώτο στάδιο αποσκοπεί στην εύρεση του ελάχιστου κυκλικού χρόνου παραγωγής κάθε προϊόντος, το δεύτερο στην ελαχιστοποίηση του χρόνου των εναλλαγών μεταξύ των διαφορετικών διαδοχικών προϊόντων στον εξοπλισμό της συσκευασίας και τελικά, με δεδομένα τα προηγούμενα, το τρίτο στην μείωση του χρονικού ορίζοντα ολοκλήρωσης της παραγωγής σε ένα περιβάλλον κυκλικού χρονοπρογραμματισμού.

Ο κυκλικός χρόνος παραγωγής κάθε προϊόντος καθώς και ο συνολικός χρόνος εναλλαγών διαφορετικών διαδοχικών προϊόντων στην γραμμή συσκευασίας έχουν καθοριστική σημασία στον βέλτιστο χρονοπρογραμματισμό της παραγωγής. Ο κυκλικός χρόνος διαδραματίζει σημαντικό ρόλο, καθώς ελαχιστοποίηση αυτού οδηγεί σε μείωση του χρονικού ορίζοντα της συνολικής παραγωγής με καλύτερη χρονικά αξιοποίηση του διαθέσιμου εξοπλισμού και συνεπώς μείωση των αδρανών χρόνων, αύξηση της παραγωγικότητας και μείωση των ενεργειακών αναγκών. Αντίστοιχα, η ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου εναλλαγών στον διαθέσιμο εξοπλισμό της

συσκευασίας αποτελεί πρωταρχικό στόχο των συγχρόνων βιομηχανικών μονάδων αφού μικρότεροι χρόνοι εναλλαγών συνεισφέρουν στην μείωση των αδρανών χρόνων με αύξηση της παραγωγικότητας των γραμμών συσκευασίας και συνεπώς της συνολικής μονάδας. Παράλληλα, η μείωση του συνολικού αριθμού των εναλλαγών συνεπάγεται σε ελάττωση των ενεργειακών αναγκών και του κόστους, εφόσον λιγότεροι πόροι απαιτούνται για την προετοιμασία της γραμμής της συσκευασίας ώστε να επεξεργαστεί το επόμενο προϊόν.



Σχήμα 4. Στάδια πλαισίου βελτιστοποίησης κυκλικής παραγωγής προϊόντων

Τέλος, αναπτύσσεται μαθηματικό μοντέλο συμβατικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με αντικειμενικό στόχο την εύρεση του ελάχιστου χρόνου παραγωγής των προϊόντων της μονάδας παραγωγής γιαουρτιών και σύγκριση αυτού με τον αντίστοιχο του κυκλικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής. Τα μαθηματικά μοντέλα αναπτύσσονται στο Κεφάλαιο 3.

Επιπλέον, γίνεται επέκταση των μαθηματικών μοντέλων που προαναφέρθηκαν ώστε να διερευνηθεί η περίπτωση ενδεχόμενων περιορισμών συνδεσιμότητας των δοχείων στα οποία εκτελούνται οι διεργασίες της ζύμωσης και της αποθήκευσης. Με τον υπάρχοντα σχεδιασμό της μονάδας τα εννέα αυτά δοχεία διατίθενται να εκτελέσουν τις διεργασίες της ζύμωσης και της αποθήκευσης χωρίς κάποιον περιορισμό. Για τους σκοπούς της παρούσας εργασίας εισάγονται περιορισμοί συνδεσιμότητας μεταξύ αυτών των δοχείων και μελετάται η επίδρασή τους στον συνολικό χρονοπρογραμματισμό της παραγωγής. Οι περιορισμοί αυτοί αναλύονται στο Κεφάλαιο 3. Επιπρόσθετα, διερευνάται και η περίπτωση που η μονάδα διαθέτει παραπάνω από εννέα δοχεία για τις διεργασίες της ζύμωσης και της αποθήκευσης.

Η απόκριση και η υπολογιστική απόδοση των μαθηματικών μοντέλων που αναφέρονται παραπάνω εξετάζονται με την εισαγωγή διαφόρων μελετών περίπτωσης τα αποτελέσματα των οποίων παρατίθενται διεξοδικά στο Κεφάλαιο 4. Συνοπτικά εξετάζονται τα εξής:

A. Επίδραση στον ελάχιστο κυκλικό χρόνο κάθε προϊόντος:

- ❖ του συνόλου των παρτίδων των προϊόντων για το οποίο γίνεται βελτιστοποίηση ορισμένων αποφάσεων
- ❖ του αριθμού των κοινών δοχείων για τις διεργασίες της ζύμωσης και αποθήκευσης
- ❖ των ενδεχόμενων περιορισμών συνδεσιμότητας μεταξύ των δοχείων για τις διεργασίες της ζύμωσης και αποθήκευσης

B. Χρήση μαθηματικών μοντέλων για τέσσερα διαφορετικά σενάρια ζήτησης και:

- ❖ κυκλική παραγωγή με ή χωρίς περιορισμούς συνδεσιμότητας μεταξύ των δοχείων για τις διεργασίες της ζύμωσης και αποθήκευσης
- ❖ κυκλική παραγωγή με παραπάνω δοχεία για τις διεργασίες της ζύμωσης και αποθήκευσης
- ❖ συμβατικό (όχι κυκλικό) χρονοπρογραμματισμός παραγωγής

3. Τεχνικές βελτιστοποίησης του κυκλικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής

Η βελτιστοποίηση του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής είναι πρωταρχικής σημασίας για τις βιομηχανίες, οι οποίες έχουν κοινούς ή διαφορετικούς αυστηρά καθορισμένους αντικειμενικούς στόχους. Χαρακτηριστικά αναφέρεται η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους ή του χρόνου παραγωγής, η μεγιστοποίηση των κερδών κτλ. Η βελτιστοποίηση αυτή δύναται να επιτευχθεί με την ανάπτυξη των κατάλληλων μαθηματικών εκφράσεων με την βοήθεια των οποίων λαμβάνονται οι κύριες αποφάσεις για τον χρονοπρογραμματισμό της παραγωγής. Τα μαθηματικά μοντέλα εκφράζουν όλους τους φυσικούς και τεχνικούς περιορισμούς της – υπό μελέτη – βιομηχανικής μονάδας και την αντικειμενική συνάρτηση η οποία επιλέγεται να βελτιστοποιηθεί. Στην συνέχεια αυτά εισάγονται και επιλύονται σε κατάλληλο λογισμικό βελτιστοποίησης.

Για την εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας, η επίλυση των εξεταζόμενων προβλημάτων βελτιστοποίησης επιτυγχάνεται με την ανάπτυξη μοντέλων Μικτού – Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού (*Mixed – Integer Linear Programming Models, MILP*), τα οποία στη συνέχεια εισάγονται στο υπολογιστικό εργαλείο βελτιστοποίησης GAMS (*General Algebraic Modelling System*).

Για την ανάπτυξη των μαθηματικών μοντέλων παρατίθενται αρχικά οι κύριες παραδοχές σχετικά με την πολιτική της μονάδας παραγωγής γιαουρτιών που εξετάζεται και την φύση των διεργασιών :

- Κάθε προϊόν (ή παραγγελία προϊόντος) αποτελείται από προκαθορισμένο αριθμό παρτίδων ίδιου μεγέθους, ο οποίος επεξεργάζεται σε μια σειρά από διεργασίες παραγωγής. Η συνολική ζήτηση, d_i , κάθε προϊόντος i επιμερίζεται σε παρτίδες b . Ο ελάχιστος αριθμός των παρτίδων κάθε προϊόντος, $bmin_i$, για την ικανοποίηση της ζήτησης εξαρτάται από την χωρητικότητα των δοχείων ζύμωσης και αποθήκευσης, μ^{max} .

$$bmin_i = \frac{d_i}{\mu^{max}} \quad (1)$$

- Ο χρόνος επεξεργασίας κάθε προϊόντος σε κάθε διεργασία παραγωγής προσδιορίζεται εκ των προτέρων και θεωρείται ανεξάρτητος από το μέγεθος της παρτίδας. Ωστόσο, εξαρτάται από το είδος του προϊόντος και την αντίστοιχη

συσκευή στην οποία εκτελείται. Για την διεργασία της συσκευασίας/πλήρωσης ο χρόνος επεξεργασίας του κάθε προϊόντος i , p_i , εξαρτάται από τον ρυθμό πλήρωσης της συσκευασίας, τ_i^{Fill} , για κάθε προϊόν i .

$$p_i = \frac{\mu^{max}}{\tau_i^{Fill}} \quad (2)$$

- Εάν εκκινήσει η επεξεργασία ενός προϊόντος σε μία διεργασία παραγωγής τότε αυτή εκτελείται χωρίς διακοπή.
- Σε περίπτωση πολλαπλών παραγγελιών του ίδιου προϊόντος, δεν επιτρέπεται η ανάμειξη ή ο διαχωρισμός επιμέρους παρτίδων. (Γεωργιάδης et al., 2022)
- Ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής βασίζεται σε πολιτική ενιαίας ολοκλήρωσης των παραγγελιών του εκάστοτε προϊόντος (*single-campaign policy*).
- Ο χρονοπρογραμματισμός της παραγωγής είναι κυκλικός: οι στοιχειώδεις διεργασίες παραγωγής επαναλαμβάνονται σε συγκεκριμένες συσκευές με συγκεκριμένη περιοδικότητα.

Ακολούθως, παρατίθενται τέσσερα μαθηματικά μοντέλα Μικτού - Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού (*Mixed - Integer Linear Programming, MILP*) με συνεχή αναπαράσταση του χρόνου, τα οποία είναι εμπνευσμένα από την βιβλιογραφία. Αρχικά παρατίθεται το μαθηματικό μοντέλο των Koulouris και Georgiadis (2023) το οποίο εφαρμόζεται, ως έχει, για την ελαχιστοποίηση του κυκλικού χρόνου παραγωγής ενός προϊόντος. Ακολούθως, αναπτύσσονται δύο νέα μαθηματικά μοντέλα, η επίλυση των οποίων πρώτα στοχεύει στην ελαχιστοποίηση των χρόνων εναλλαγής μεταξύ διαδοχικών διαφορετικών προϊόντων στην γραμμή της συσκευασίας και στην συνέχεια στην ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου παραγωγής σε ένα περιβάλλον κυκλικού χρονοπρογραμματισμού. Τέλος, παρουσιάζεται ένα μοντέλο ελαχιστοποίησης του συνολικού χρόνου παραγωγής σε περιβάλλον συμβατικού χρονοπρογραμματισμού.

3.1 Μοντέλο A – Μαθηματικό μοντέλο εύρεσης του ελάχιστου κυκλικού χρόνου κάθε προϊόντος της μονάδας παραγωγής γιαουρτιών

3.1.1 Ονοματολογία Μοντέλου A

Σύνολα στοιχείων (Sets)

$i \in I$ Το σύνολο των διεργασιών της μονάδας παραγωγής

$r \in R$ Το σύνολο των συσκευών/γραμμών παραγωγής

$b \in B$ Το σύνολο των παρτίδων του προϊόντος

Υποσύνολα

$IR_{i,r}$ Το σύνολο των διεργασιών i που μπορούν να παραχθούν από την συσκευή/γραμμή παραγωγής r

IN_b Το σύνολο των παρτίδων b για το οποίο γίνεται βελτιστοποίηση ορισμένων αποφάσεων

$CI_{r,r'}$ Το σύνολο των συσκευών r, r' οι οποίες συνδέονται μεταξύ τους

$JConJ_r$ Το σύνολο των συσκευών r για τις οποίες υπάρχουν ενδεχόμενοι περιορισμοί συνδεσιμότητας

Παράμετροι

p_i Χρόνος επεξεργασίας του προϊόντος στην διεργασία i

t_i Χρόνος έναρξης επεξεργασίας της πρώτης παρτίδας του προϊόντος στην διεργασία i

NB Αριθμός των παρτίδων του υποσυνόλου IN_b

h Χρονικός ορίζοντας

Συνεχείς μεταβλητές

$L_{i,b}$	Χρόνος έναρξης παραγωγής της παρτίδας b του προϊόντος στην διεργασία παραγωγής i
$C_{i,b}$	Χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής της παρτίδας b του προϊόντος στην διεργασία παραγωγής i
a	Κυκλικός χρόνος του προϊόντος

Διαδικές μεταβλητές

$Y_{i,b,r}$	Λαμβάνει την τιμή 1 εάν η παρτίδα b του προϊόντος επεξεργάζεται στην συσκευή/γραμμή παραγωγής r , της διεργασίας i
$X_{i,b,i',b'}$	Λαμβάνει την τιμή 1 εάν η διεργασία i της παρτίδας b εκτελείται πριν από τη διεργασία i' της παρτίδας b'

3.1.2 Ορισμός προβλήματος

Το συγκεκριμένο μαθηματικό μοντέλο Μικτού – Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού των Koulouris και Georgiadis (2023) στοχεύει στην εύρεση του ελάχιστου κυκλικού χρόνου παραγωγής μεταξύ των παρτίδων του κάθε προϊόντος της μονάδας παραγωγής γιαουρτιών. Επιλύεται για κάθε προϊόν ξεχωριστά και περιλαμβάνει όλες τις διεργασίες και γραμμές παραγωγής της – υπό μελέτη – βιομηχανικής μονάδας. Το μοντέλο βασίζεται σε μεταβλητές γενικής προτεραιότητας αλληλουχίας των παρτίδων του κάθε προϊόντος σε διεργασίες που εκτελούνται σε κοινές συσκευές, με συνεχή αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα. Ωστόσο, το μοντέλο αυτό δεν περιλαμβάνει ενδεχόμενους περιορισμούς των συνδεσιμότητας των συσκευών και επομένως γίνεται επέκταση αυτού ώστε να εξασφαλίζεται ένας εφικτός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής σε κάθε τέτοια πιθανή περίπτωση. Τα απαραίτητα δεδομένα για την επίλυση του μοντέλου αναφέρονται στο Κεφάλαιο 2 και στο Παράρτημα Β.

Οι περιορισμοί μπορούν να κατηγοριοποιηθούν ως εξής:

- Περιορισμοί κατανομής των παρτίδων του προϊόντος στις διαθέσιμες συσκευές

- Ορισμός του χρόνου έναρξης και ολοκλήρωσης της επεξεργασίας κάθε παρτίδας προϊόντος σε κάθε διεργασία και γραμμή παραγωγής
- Χρονικοί περιορισμοί αλληλουχίας των παρτίδων του κάθε προϊόντος σε διεργασίες που εκτελούνται σε κοινές συσκευές
- Περιορισμοί που υπαγορεύει ο κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής

Οι βασικές μεταβλητές αποφάσεων είναι:

- Η ανάθεση των παρτίδων b του προϊόντος στις διαθέσιμες συσκευές r , $Y_{i,b,r}$
- Ο χρόνος έναρξης, $L_{i,b}$, και ολοκλήρωσης, $C_{i,b}$, της επεξεργασίας κάθε παρτίδας προϊόντος b σε κάθε διεργασία i
- Η αλληλουχία των παρτίδων του κάθε προϊόντος b σε διεργασίες i που εκτελούνται σε κοινές συσκευές r και r' , $X_{i,b,i',b'}$
- Ο ελάχιστος κυκλικός χρόνος του προϊόντος, a

3.1.3 Μαθηματική διατύπωση του Μοντέλου A

Οι εξισώσεις που περιγράφουν το μαθηματικό μοντέλο είναι οι εξής (Koulouris; Georgiadis, 2023):

Περιορισμοί κατανομής των παρτίδων του προϊόντος στον διαθέσιμο εξοπλισμό

Ο περιορισμός (A1) διασφαλίζει ότι κάθε παρτίδα b του προϊόντος επεξεργάζεται αποκλειστικά σε μία συσκευή r σε κάθε διεργασία i . Λαμβάνονται υπόψιν μόνο οι παρτίδες του προϊόντος b του συνόλου IN_b . Ουσιαστικά, IN_b είναι το σύνολο των παρτίδων b για το οποίο γίνεται βελτιστοποίηση ορισμένων αποφάσεων. Για παράδειγμα έστω ένα προϊόν με $B = \{b_0, b_1, \dots, b_n\}$ για το οποίο επιδιώκεται ο βέλτιστος κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής. Τότε για τον περιορισμό (A1) $IN_b = \{b_0, b_1\}$ σημαίνει ότι η κατανομή των παρτίδων στον διαθέσιμο εξοπλισμό βελτιστοποιείται για τις δύο παρτίδες του υποσυνόλου IN_b και επαναλαμβάνεται με τον ίδιο τρόπο για το σύνολο B . Επομένως, το μέγεθος του συνόλου IN_b , το οποίο στην παρούσα εργασία συμβολίζεται ως NB , επιβάλλει την περιοδικότητα όπου οι συγκεκριμένες αποφάσεις επαναλαμβάνονται. Με τον τρόπο αυτό μειώνεται το μέγεθος και συνεπώς η πολυπλοκότητα του μαθηματικού μοντέλου.

$$\sum_{r \in IR_{i,r}} Y_{i,b,r} = 1 \quad \forall i \in I, b \in IN_b \quad (A1)$$

Ορισμός του χρόνου έναρξης και ολοκλήρωσης της επεξεργασίας κάθε παρτίδας προϊόντος

Ο περιορισμός (A2) εξασφαλίζει την κατάλληλη χρονική σύνδεση ανάμεσα στους χρόνους έναρξης και ολοκλήρωσης κάθε διεργασίας i κάθε παρτίδας προϊόντος b . Πιο συγκεκριμένα, αν η συσκευή r επεξεργάζεται την παρτίδα b στην διεργασία i ($Y_{i,b,r}=1$) τότε ο χρόνος ολοκλήρωσης $C_{i,b}$ της διεργασίας i είναι ίσος με το άθροισμα του χρόνου έναρξης $L_{i,b}$ της διεργασίας i και του χρόνου επεξεργασίας p_i .

$$L_{i,b} + \sum_{r \in IR_{i,r}} (Y_{i,b,r} \cdot p_i) = C_{i,b} \quad \forall i \in I, b \in B \quad (A2)$$

Χρονικοί περιορισμοί αλληλουχίας διαφορετικών παρτίδων του κάθε προϊόντος σε διεργασίες που εκτελούνται σε κοινές συσκευές

Οι χρονικοί περιορισμοί (A3) και (A4) είναι περιορισμοί γενικής προτεραιότητας που αποσκοπούν στην εξασφάλιση ενός εφικτού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής. Διατυπώνονται ως δύο περιορισμοί μεγάλου αριθμού (*big-M constraints*) και είναι συμπληρωματικοί μεταξύ τους. Ο περιορισμός (A3) διασφαλίζει πως εάν μία διεργασία i που επεξεργάζεται μία παρτίδα b προηγείται μιας οποιαδήποτε διεργασίας i' που επεξεργάζεται μία παρτίδα b' ($X_{i,b,i',b'} = 1$ και άρα $M(1 - X_{i,b,i',b'}) = 0$) και οι δύο διεργασίες i, i' εκτελούνται στην ίδια συσκευή r ($Y_{i,b,r} = Y_{i',b',r} = 1$ και άρα $(2 - Y_{i,b,r} - Y_{i',b',r}) = 0$) τότε ο χρόνος έναρξης της διεργασίας i' της παρτίδας b' , $L_{i',b'}$, είναι οπωσδήποτε μεγαλύτερος ή ίσος του χρόνου ολοκλήρωσης της διεργασίας i της παρτίδας b , $C_{i,b}$. Σε αντίθετη περίπτωση αν κάτι από τα παραπάνω δεν ισχύει (δηλαδή αν $X_{i,b,i',b'} = 0$ ή/και $Y_{i,b,r} = 0$ ή/και $Y_{i',b',r} = 0$) τότε ενεργοποιούνται ο δεύτερος ή/και ο τρίτος όρος του δεξιού μέλους, με στόχο την χαλάρωση του περιορισμού. Συνεπώς, το δεξιό μέλος λαμβάνει μία ιδιαίτερα υψηλή τιμή με αποτέλεσμα ο περιορισμός να μετατρέπεται στην μορφή $L_{i',b'} \geq -K$ και επομένως οδηγεί στην απενεργοποίησή του. Η σταθερά M συνήθως λαμβάνει μία μεγάλη τιμή, η οποία στην παρούσα εργασία ισούται με τον χρονικό ορίζοντα παραγωγής, h .

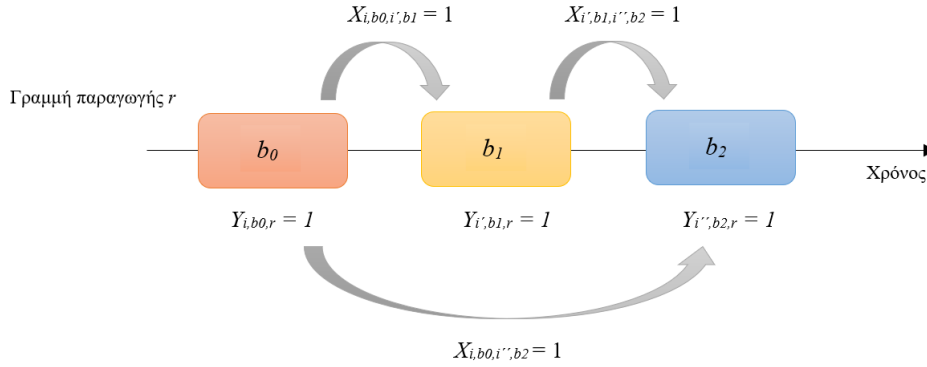
$$L_{i',b'} \geq C_{i,b} - M \cdot (1 - X_{i,b,i',b'}) - M \cdot (2 - Y_{i,b,r} - Y_{i',b',r}) \quad (A3)$$

$$\forall i, i' \in I, i < i', b, b' \in B, r \in (IR_{i,r} \cap IR_{i',r})$$

$$L_{i,b} \geq C_{i',b'} - M \cdot X_{i,b,i',b'} - M \cdot (2 - Y_{i,b,r} - Y_{i',b',r}) \quad (A4)$$

$$\forall i, i' \in I, i < i', b, b' \in B, r \in (IR_{i,r} \cap IR_{i',r})$$

Στο Σχήμα 5 δίνεται μία σχηματική αναπαράσταση λειτουργίας των δυαδικών μεταβλητών του περιορισμού (A3) για την καλύτερη κατανόηση αυτού.



Σχήμα 5. Λειτουργία των δυαδικών μεταβλητών του μαθηματικού μοντέλου

Ο περιορισμός (A5) διασφαλίζει πως αν σε μία διεργασία i επεξεργάζονται δυο παρτίδες b, b' , όπου $b < b'$, σε κοινή γραμμή παραγωγής r ($Y_{i,b,r} = Y_{i,b',r} = 1$ και άρα $(2 - Y_{i,b,r} - Y_{i,b',r}) = 0$) τότε ο χρόνος έναρξης της διεργασίας i της παρτίδας b' , $L_{i,b'}$, είναι οπωσδήποτε μεγαλύτερος ή ίσος του χρόνου ολοκλήρωσης της διεργασίας i της παρτίδας b , $C_{i,b}$. Σε αντίθετη περίπτωση (δηλαδή $Y_{i,b,r} = 0$ ή/και $Y_{i,b',r} = 0$) ενεργοποιείται ο δεύτερος όρος του δεξιού μέλους και ο περιορισμός χαλαρώνει. Και σε αυτόν τον περιορισμό λαμβάνονται υπόψιν μόνο οι παρτίδες του προϊόντος b του συνόλου IN_b μειώνοντας την πολυπλοκότητα του μαθηματικού μοντέλου.

$$L_{i,b'} \geq C_{i,b} - M \cdot (2 - Y_{i,b,r} - Y_{i,b',r}) \quad (A5)$$

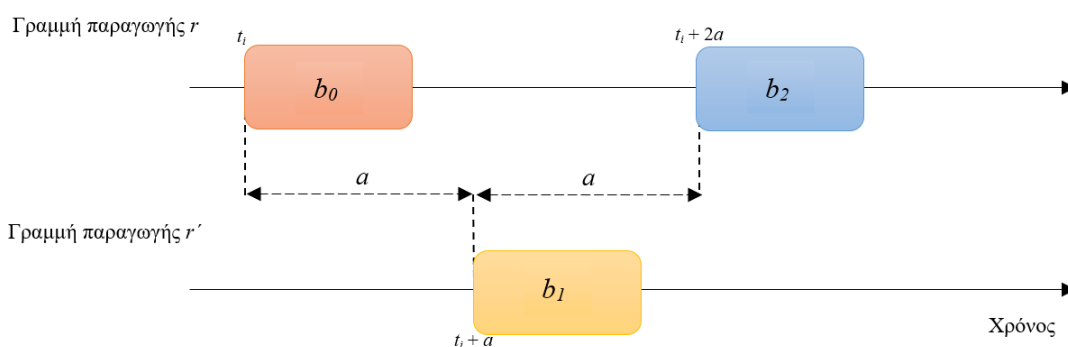
$$\forall i \in I, b, b' \in IN_b, b < b', r \in IR_{i,r}$$

Περιορισμοί κυκλικής παραγωγής

Οι περιορισμοί (A6), (A7) και (A8) ορίζουν το πρόβλημα ως ένα πρόβλημα κυκλικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής. Πιο συγκεκριμένα, ο περιορισμός (A6) διασφαλίζει ότι ο χρόνος έναρξης της διεργασίας i που επεξεργάζεται την παρτίδα b , $L_{i,b}$, είναι ίσος με το άθροισμα του χρόνου έναρξης της διεργασίας i της πρώτης

παρτίδας, t_i , και του κυκλικού χρόνου, a , επί τον αριθμό της παρτίδας, b , μείον 1. Για παράδειγμα, αν υποθεθεί ότι μία διεργασία i που επεξεργάζεται μία παρτίδα προϊόντος b_0 ξεκινάει την πρώτη ώρα του χρονικού ορίζοντα, αν ο βέλτιστος κυκλικός χρόνος του προϊόντος υπολογίζεται ότι είναι 2 ώρες, τότε η παρτίδα b_1 ξεκινάει να επεξεργάζεται την τρίτη ώρα του χρονικού ορίζοντα, η παρτίδα b_2 την πέμπτη ώρα του χρονικού ορίζοντα κ.ο.κ. Δηλαδή, κάποια διεργασία επεξεργασίας των παρτίδων ενός προϊόντος, i , θα επαναλαμβάνεται κάθε κυκλικό χρόνο, a . Στο Σχήμα 6 δίνεται μία σχηματική αναπαράσταση λειτουργίας των του περιορισμού (A6) για την καλύτερη κατανόηση αυτού.

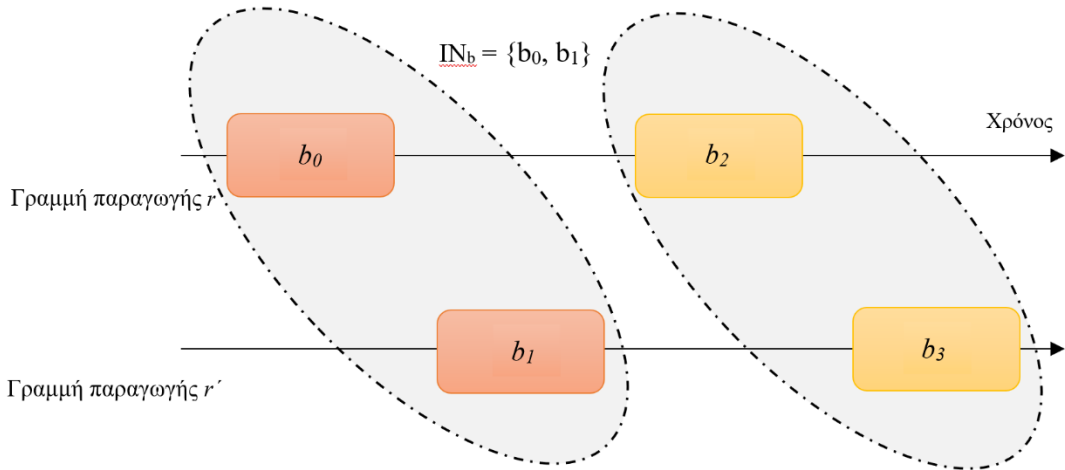
$$L_{i,b} = t_i + (b - 1) \cdot a \quad \forall i \in I, b \in B \quad (A6)$$



Σχήμα 6. Σχηματική αναπαράσταση του περιορισμού (A6)

Ο περιορισμός (A7) εξασφαλίζει ότι εάν μια διεργασία i επεξεργάζεται την παρτίδα b στην γραμμή παραγωγής r , τότε η παρτίδα $b+NB$ θα επεξεργαστεί στην διεργασία i στην ίδια ακριβώς γραμμή παραγωγής r . Ουσιαστικά, η παράμετρος NB επιβάλλει την περιοδικότητα με την οποία επαναλαμβάνονται οι διεργασίες σε συγκεκριμένες συσκευές. Η τιμή της παραμέτρου NB (και άρα το μέγεθος του συνόλου IN_b) καθορίζεται από το χρήστη ανάλογα με τις ανάγκες και τις επιθυμίες του μηχανικού παραγωγής που χρησιμοποιεί το μοντέλο. Στο κεφάλαιο 4 πραγματοποιείται σχετική ανάλυση για την τιμή αυτή. Η λειτουργία του περιορισμού (A7) φαίνεται στο Σχήμα 7.

$$Y_{i,b,r} = Y_{i,b+NB,r} \quad \forall i \in I, b \leq |B| - NB, r \in IR_{i,r} \quad (A7)$$



Σχήμα 7. Σχηματική αναπαράσταση του περιορισμού (A7)

Ο περιορισμός (A8) εισάγεται για το ίδιο ζευγάρι παρτίδων, b και $b+NB$, ώστε να διασφαλίσει ότι η παρτίδα $b+NB$ ξεκινάει να επεξεργάζεται αφού ολοκληρωθεί η επεξεργασία της παρτίδας b στην διεργασία παραγωγής i .

$$L_{i,b+NB} \geq C_{i,b} \quad \forall i \in I, b \leq |B| - NB \quad (A8)$$

Αντικειμενική συνάρτηση

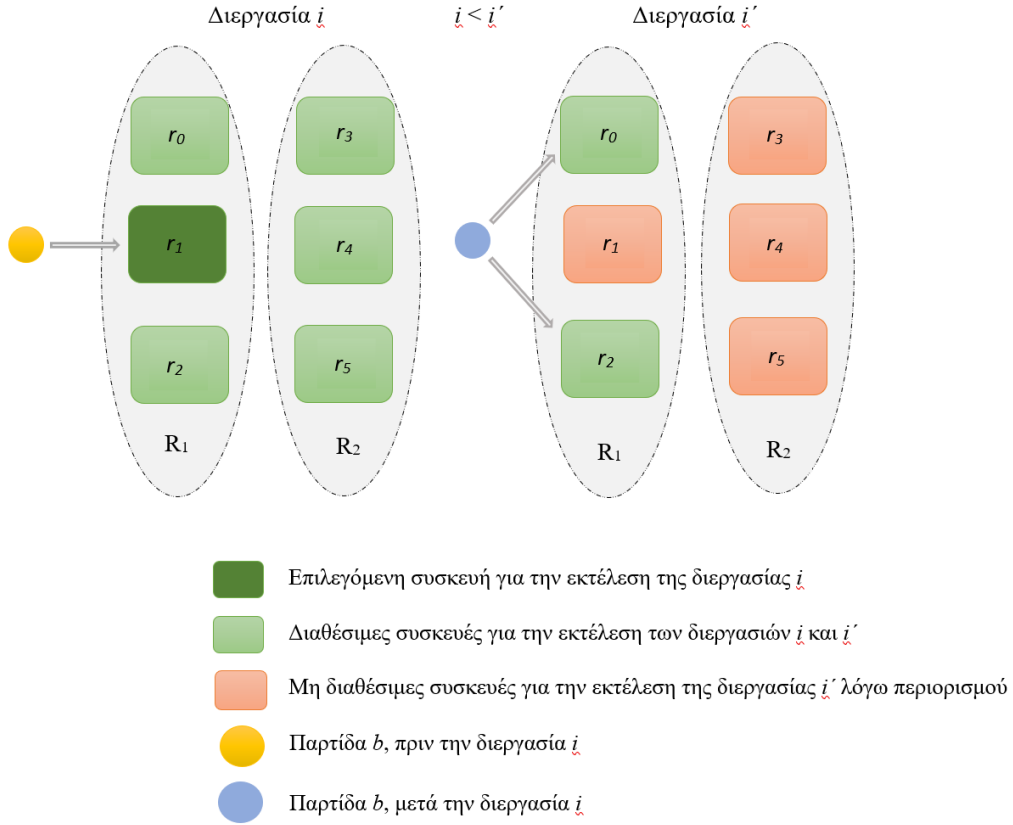
Η αντικειμενική συνάρτηση που μελετάται στο Μοντέλο A είναι η ελαχιστοποίηση του κυκλικού χρόνου παραγωγής ενός προϊόντος.

$$\min a \quad (A9)$$

Επέκταση του μαθηματικού μοντέλου σε περιορισμούς συνδεσιμότητας γραμμών παραγωγής που εκτελούν κοινές διεργασίες

Στην παρούσα εργασία μελετώνται ενδεχόμενοι περιορισμοί ως προς την συνδεσιμότητα των συσκευών. Συνεπώς, το μαθηματικό μοντέλο των Koulouris και Georgiadis (2023) επεκτείνεται ώστε να συμπεριλάβει αυτούς τους περιορισμούς και να εξασφαλίσει ένα εφικτό χρονοπρογραμματισμό παραγωγής. Για παράδειγμα, έστω τα σύνολα των γραμμών παραγωγής $R_1 = \{r_0, r_1, r_2\}$ και $R_2 = \{r_3, r_4, r_5\}$ οι οποίες μπορούν να εκτελέσουν τις διεργασίες i και i' . Αν η παρτίδα b της διεργασίας i

επεξεργάζεται στην γραμμή παραγωγής $r \in R_1$ (ή $r \in R_2$) τότε η παρτίδα b της διεργασίας i' , όπου $i < i'$, θα επεξεργαστεί στην συνέχεια στην συσκευή $r' \in R_1 - \{r\}$ (ή αντίστοιχα $r' \in R_2 - \{r\}$). Στο Σχήμα 8 δίνεται μία σχηματική αναπαράσταση των περιορισμών συνδεσιμότητας.



Σχήμα 8. Σχηματική αναπαράσταση περιορισμού συνδεσιμότητας γραμμών παραγωγής

Η μαθηματική διατύπωση του περιορισμού συνδεσιμότητας των γραμμών παραγωγής που εκτελούν κοινές διεργασίες έχει την μορφή της εξίσωσης (A10). Σύμφωνα με τον περιορισμό (A10) αν μία γραμμή παραγωγής r επεξεργάζεται την παρτίδα b για μία διεργασία i (δηλαδή $Y_{i,b,r} = 1$) τότε η γραμμή παραγωγής r' δεν μπορεί να επεξεργαστεί την παρτίδα b για την διεργασία i' ($1 - Y_{i,b,r} \leq 1$ δηλαδή $Y_{i',b,r'} = 0$) όπου οι συσκευές r, r' μπορούν να εκτελέσουν δυνητικά τις διεργασίες i και i' αλλά δεν συνδέονται μεταξύ τους. Και σε αυτόν τον περιορισμό λαμβάνονται υπόψιν μόνο οι παρτίδες του προϊόντος b του συνόλου IN_b μειώνοντας έτσι την πολυπλοκότητα του μαθηματικού μοντέλου.

$$Y_{i,b,r} + Y_{i',b,r'} \leq 1 \quad (\text{A10})$$

$$\forall i \in I, i' \in I, i < i', b \in IN_b, r, r' \in (IR_{i,r} \cap IR_{i',r} \cap JConJ_r) - CI_{r,r'}$$

3.2 Μοντέλο B – Μαθηματικό μοντέλο εύρεσης του ελάχιστου συνολικού χρόνου εναλλαγών των προϊόντων στην γραμμή συσκευασίας της μονάδας παραγωγής γιαουρτιών

3.2.1 Ονοματολογία Μοντέλου B

Σύνολα στοιχείων (Sets)

$i \in I$	Το σύνολο των τελικών προϊόντων
$j \in J$	Το σύνολο των συσκευών/γραμμών συσκευασίας
$b \in B$	Το σύνολο των παρτίδων του προϊόντος

Υποσύνολα

INb_i	Το σύνολο των παρτίδων b του προϊόντος i για το οποίο γίνεται βελτιστοποίηση ορισμένων αποφάσεων
---------	--

Παράμετροι

p_i	Χρόνος επεξεργασίας του προϊόντος i στην διεργασία της συσκευασίας
NB_i	Αριθμός των παρτίδων του υποσυνόλου INb_i του προϊόντος i
$bmin_i$	Συνολικός αριθμός των παρτίδων του προϊόντος i
$CH_{i,i'j}$	Χρόνος εναλλαγής μεταξύ των προϊόντων i και i' κατά την επεξεργασία τους στην γραμμή συσκευασίας j
a_i	Κυκλικός χρόνος του προϊόντος i
h	Χρονικός ορίζοντας

Συνεχείς μεταβλητές

$L_{i,b}$	Χρόνος έναρξης παραγωγής της παρτίδας b του προϊόντος i στην διεργασία της συσκευασίας
$C_{i,b}$	Χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής της παρτίδας b του προϊόντος i στην διεργασία της συσκευασίας
ch^{max}	Συνολικός χρόνος εναλλαγών μεταξύ των προϊόντων

Διαδικές μεταβλητές

$Y_{i,b,j}$	Λαμβάνει την τιμή 1 εάν η παρτίδα b του προϊόντος i επεξεργάζεται στην γραμμή συσκευασίας j
$\bar{x}_{i,i'}$	Λαμβάνει την τιμή 1 εάν το προϊόν i υφίσταται επεξεργασία ακριβώς πριν το προϊόν i'
$z_{i,j}$	Λαμβάνει την τιμή 1 εάν τουλάχιστον μία παρτίδα ενός προϊόντος i επεξεργάζεται στην γραμμή συσκευασίας j

3.2.2 Ορισμός προβλήματος

Το προτεινόμενο μαθηματικό μοντέλο Μικτού-Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού στοχεύει στην εύρεση του ελάχιστου συνολικού χρόνου εναλλαγών των προϊόντων στην διεργασία της συσκευασίας της μονάδας παραγωγής γιαουρτιών. Ουσιαστικά, το μοντέλο αυτό είναι εμπνευσμένο από το μοντέλο του Κορανος (2010) το οποίο στη παρούσα εργασία αναπροσαρμόζεται σε ένα νέο μοντέλο ώστε πρώτον, να εστιάζει αποκλειστικά στο στάδιο της συσκευασίας και δεύτερον, ο χρονοπρογραμματισμός αυτού να είναι κυκλικός σύμφωνα με το μοντέλο των Koulouris και Georgiadis (2023). Ο χρονοπρογραμματισμός της διεργασίας είναι κυκλικός και περιλαμβάνει όλα τα προϊόντα του – υπό μελέτη – προβλήματος. Στο μοντέλο αυτό μελετάται η διεργασία της συσκευασίας, αφού μόνο σε αυτή απαιτείται χρόνος εναλλαγής μεταξύ των προϊόντων και επομένως έχει καθοριστική σημασία στην βέλτιστη αλληλουχία της παραγωγής τους ώστε αυτός να ελαχιστοποιηθεί (εφόσον ο

χρονοπρογραμματισμός παραγωγής βασίζεται σε πολιτική ενιαίας ολοκλήρωσης των παραγγελιών του εκάστοτε προϊόντος), ορίζοντας τις αποφάσεις που σχετίζονται με τα υπόλοιπα στάδια της παραγωγής. Το μοντέλο βασίζεται σε μεταβλητές άμεσης προτεραιότητας αλληλουχίας των παρτίδων του κάθε προϊόντος, με συνεχή αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα. Τα απαραίτητα δεδομένα για την επίλυση του μοντέλου αναφέρονται στο Κεφάλαιο 2 και στο Παράρτημα Β.

Οι περιορισμοί μπορούν να κατηγοριοποιηθούν ως εξής:

- Περιορισμοί κατανομής των προϊόντων στον διαθέσιμο εξοπλισμό
- Περιορισμοί αλληλουχίας των προϊόντων και χρονικοί περιορισμοί
- Ορισμός του χρόνου έναρξης και ολοκλήρωσης της επεξεργασίας κάθε παρτίδας προϊόντος
- Περιορισμοί που υπαγορεύει η κυκλική παραγωγή

Οι βασικές μεταβλητές αποφάσεων είναι:

- Η ανάθεση κάθε παρτίδας b προϊόντος i στις διαθέσιμες συσκευές j , $Y_{i,b,j}$
- Ο χρόνος έναρξης, $L_{i,b}$, και ολοκλήρωσης, $C_{i,b}$, της επεξεργασίας κάθε παρτίδας b προϊόντος i
- Η αλληλουχία επεξεργασίας των προϊόντων i στην διεργασία της συσκευασίας, $\bar{x}_{i,i}$
- Ο ελάχιστος χρόνος εναλλαγών μεταξύ των προϊόντων, ch^{max}

3.2.3 Μαθηματική διατύπωση του Μοντέλου Β

Οι εξισώσεις που περιγράφουν το μαθηματικό μοντέλο είναι οι εξής:

Περιορισμοί κατανομής των προϊόντων στον διαθέσιμο εξοπλισμό

Ο περιορισμός (B1) διασφαλίζει ότι κάθε παρτίδα b προϊόντος i επεξεργάζεται σε μία ακριβώς συσκευή j .

$$\sum_j Y_{i,b,j} = 1 \quad \forall i \in I, b \in B, b \leq bmin_i \quad (B1)$$

Περιορισμοί αλληλουχίας των προϊόντων και χρονικοί περιορισμοί

Για την διατύπωση του μαθηματικού μοντέλου εισάγεται η δυαδική μεταβλητή άμεσης προτεραιότητας $\bar{x}_{i',i}$, η οποία λαμβάνει την τιμή 1 μόνο εάν το προϊόν i επεξεργάζεται ακριβώς πριν από το προϊόν i' . Συνεπώς, σύμφωνα με τους περιορισμούς (B2) και (B3) εάν μία παρτίδα b προϊόντος i επεξεργάζεται στην γραμμή συσκευασίας j τότε το πολύ ένα προϊόν i' επεξεργάζεται ακριβώς πριν ή ακριβώς μετά από αυτό. Σε περίπτωση που ένα προϊόν i επεξεργαστεί τελευταίο, τότε όλες οι δυαδικές μεταβλητές $\bar{x}_{i',i}$ λαμβάνουν τιμή ίση με 0. Αφού ο χρονοπρογραμματισμός της παραγωγής βασίζεται σε πολιτική ενιαίας ολοκλήρωσης των παραγγελιών του εκάστοτε προϊόντος (*single-campaign policy*) ο περιορισμός (B2) αφορά στην πρώτη παρτίδα ($b = 1$) του προϊόντος i όταν το προϊόν i' επεξεργάζεται ακριβώς πριν από το προϊόν i και αντίστοιχα ο περιορισμός (B3) αφορά στην τελευταία παρτίδα του προϊόντος i ($b = bmin_i$) όταν το προϊόν i' επεξεργάζεται ακριβώς μετά από το προϊόν i .

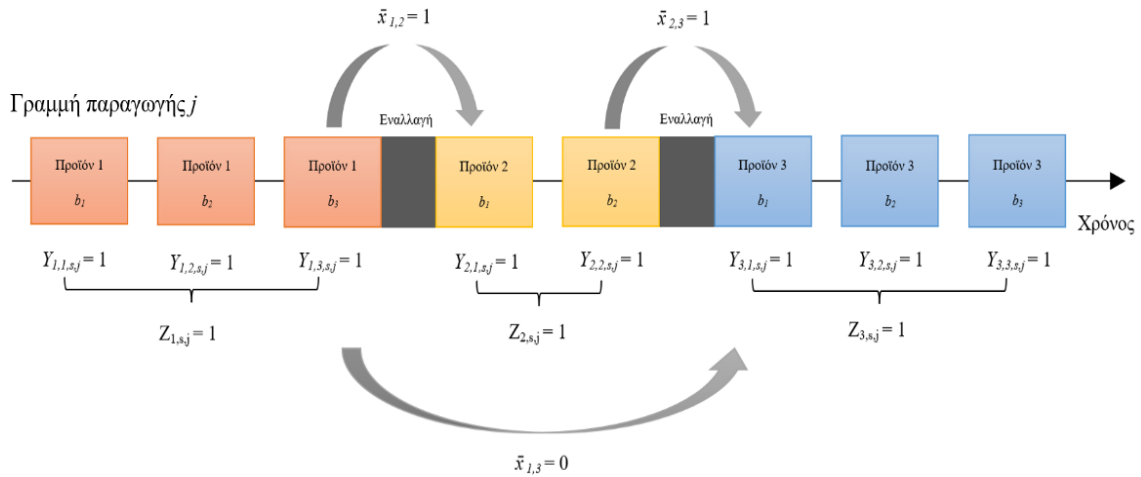
$$\sum_{i', i' \neq i} \bar{x}_{i',i} \leq Y_{i,b,j} \quad \forall i \in I, b = 1, j \in J \quad (B2)$$

$$\sum_{i', i' \neq i} \bar{x}_{i,i'} \leq Y_{i,b,j} \quad \forall i \in I, b \in B, b = bmin_i, j \in J \quad (B3)$$

Σύμφωνα με τον περιορισμό (B4) η δυαδική μεταβλητή $z_{i,j}$ λαμβάνει την τιμή 1 εάν τουλάχιστον μία παρτίδα b ενός προϊόντος i επεξεργάζεται στην γραμμή συσκευασίας j . Η μεταβλητή αυτή χρησιμοποιείται στη συνέχεια για να υπολογιστεί ο συνολικός αριθμός εναλλαγών μεταξύ διαφορετικών προϊόντων i σε μία συσκευή j .

$$z_{i,j} \geq Y_{i,b,j} \quad \forall i \in I, b \in B, b \leq bmin_i, j \in J \quad (B4)$$

Το Σχήμα 9 αποτελεί μία σχηματική αναπαράσταση των περιορισμών αλληλουχίας των προϊόντων (B2), (B3) και (B4).



Σχήμα 9. Σχηματική αναπαράσταση περιορισμών αλληλουχίας των προϊόντων

Για τον υπολογισμό των συνολικών εναλλαγών μεταξύ διαφορετικών προϊόντων i σε μία συσκευή j εισάγεται ο περιορισμός (B5). Σύμφωνα με τον περιορισμό αυτόν ο συνολικός αριθμός εναλλαγών είναι ίσος με τον συνολικό αριθμό παραγόμενων προϊόντων μειωμένος κατά 1.

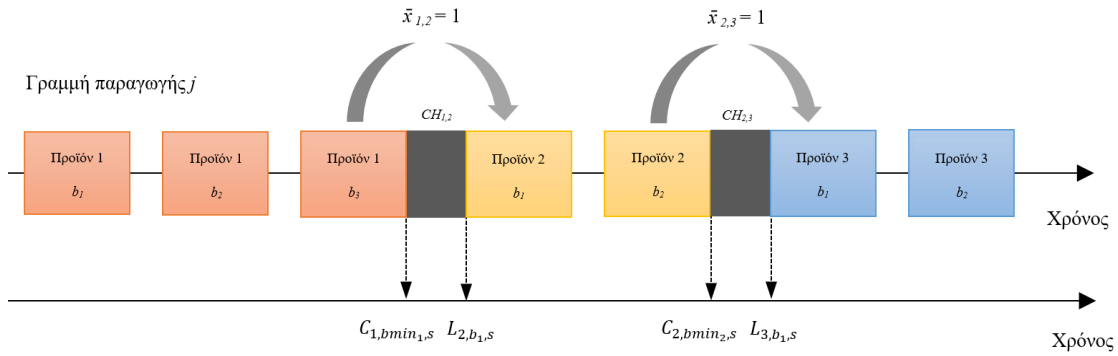
$$\sum_i \sum_{i', i' \neq i} \bar{x}_{i,i'} + 1 = \sum_i z_{i,j} \quad \forall j \in J \quad (B5)$$

Ο περιορισμός (B6) μεγάλου αριθμού M (*big-M constraint*) είναι χρονικός περιορισμός άμεσης προτεραιότητας και αποσκοπεί στην εξασφάλιση ενός εφικτού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής για όλα τα προϊόντα που παράγονται στην ίδια γραμμή παραγωγής. Πιο συγκεκριμένα, ο περιορισμός (B6) δηλώνει ότι εάν η παραγωγή ενός προϊόντος i πραγματοποιείται ακριβώς πριν την παραγωγή ενός άλλου προϊόντος i' ($\bar{x}_{i,i'} = 1$ και επομένως $M(1 - \bar{x}_{i,i'}) = 0$) και τα δύο προϊόντα υφίστανται επεξεργασία στην γραμμή συσκευασίας j ($Y_{i,b,j} = Y_{i',b',j} = 1$ και άρα $(2 - Y_{i,b,j} - Y_{i',b',j}) = 0$) τότε ο χρόνος έναρξης της επεξεργασίας της παρτίδας b' του προϊόντος i' , $L_{i',b'}$, είναι οπωσδήποτε μεγαλύτερος ή ίσος του χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής της τελευταίας παρτίδας του προηγούμενου προϊόντος i , $C_{i,b}$, και του απαιτούμενου χρόνου εναλλαγής, $CH_{i,i',j}$. Σε αντίθετη περίπτωση αν κάτι από τα παραπάνω δεν ισχύει (δηλαδή αν $\bar{x}_{i,i'} = 0$ ή/και $Y_{i,b,j} = 0$ ή/και $Y_{i',b',j} = 0$) τότε ενεργοποιούνται ο δεύτερος ή/και ο τρίτος όρος του δεξιού μέλους, με στόχο την χαλάρωση του περιορισμού. Η

σταθερά M και σε αυτό το μαθηματικό μοντέλο λαμβάνει τιμή ίση με τον χρονικό ορίζοντα παραγωγής, h . Η λειτουργία του περιορισμού (B6) φαίνεται στο Σχήμα 10.

$$L_{i',b'} \geq C_{i,b} + CH_{i,i',j} - M \cdot (1 - \bar{x}_{i,i'}) - M \cdot (2 - Y_{i,b,j} - Y_{i',b',j}) \quad (B6)$$

$$\forall i, i' \in I, i \neq i', b, b' \in B, b = bmin_i, b' \leq bmin_{i',j} \in J$$



Σχήμα 10. Σχηματική αναπαράσταση περιορισμού (B6)

Ορισμός του χρόνου έναρξης και ολοκλήρωσης της επεξεργασίας κάθε παρτίδας προϊόντος

Ο περιορισμός (B7) εξασφαλίζει την κατάλληλη χρονική σύνδεση ανάμεσα στους χρόνους έναρξης και ολοκλήρωσης της διεργασίας συσκευασίας κάθε παρτίδας b προϊόντος i . Πιο συγκεκριμένα, αν η παρτίδα b του προϊόντος i επεξεργάζεται στη γραμμή συσκευασίας j ($Y_{i,b,j} = 1$) τότε ο χρόνος ολοκλήρωσης επεξεργασίας της παρτίδας b του προϊόντος i , $C_{i,b}$, είναι ίσος με το άθροισμα του χρόνου έναρξης επεξεργασίας, $L_{i,b}$ και του χρόνου επεξεργασίας p_i .

$$L_{i,b} + \sum_j (Y_{i,b,j} \cdot p_i) = C_{i,b} \quad \forall i \in I, b \in B, b \leq bmin_i \quad (B7)$$

Περιορισμοί κυκλικής παραγωγής

Οι περιορισμοί (B8), (B9) και (B10) ορίζουν το πρόβλημα ως πρόβλημα κυκλικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με τρόπο ανάλογο των περιορισμών (A7), (A8) και (A9) του Μαθηματικού Μοντέλου Α (υποενότητα 3.1.3), με την διαφορά

ότι τώρα αφορούν σε περισσότερα του ενός προϊόντα $i \in I$ και ότι ο κυκλικός χρόνος κάθε προϊόντος, a_i , είναι δεδομένος από την επίλυση του Μοντέλου Α.

$$L_{i,b+1} = L_{i,b} + a_i \quad \forall i \in I, b \in B, b < bmin_i \quad (B8)$$

$$Y_{i,b,j} = Y_{i,b+NB_{i,j}} \quad \forall i \in I, b \in B, b \leq bmin_i - NB_{i,j}, j \in J \quad (B9)$$

$$L_{i,b+NB_i} \geq C_{i,b} \quad \forall i \in I, b \in B, b \leq bmin_i - NB_i \quad (B10)$$

Αντικειμενική συνάρτηση

Η αντικειμενική συνάρτηση που μελετάται στο Μοντέλο Β είναι η ελαχιστοποίηση του χρόνου εναλλαγών (*changeover minimization*) μεταξύ όλων των προϊόντων i στις γραμμές συσκευασίας j . Ο συνολικός χρόνος εναλλαγών υπολογίζεται ως το άθροισμα των επιμέρους χρόνων εναλλαγών όλων των προϊόντων που παράγονται, πολλαπλασιάζοντας κάθε φορά με την αντίστοιχη δυαδική μεταβλητή $\bar{x}_{i,i'}$, η οποία λαμβάνει την τιμή 1 όταν η συγκεκριμένη εναλλαγή πραγματοποιείται.

$$\min ch^{max} = \sum_j \sum_i \sum_{i', i' \neq i} CH_{i,i',j} \cdot \bar{x}_{i,i'} \quad (B11)$$

3.3 Μοντέλο Γ – Μαθηματικό μοντέλο κυκλικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με αντικειμενικό στόχο την εύρεση του ελάχιστου χρόνου παραγωγής των προϊόντων της μονάδας παραγωγής γιαουρτιών

3.3.1 Ονοματολογία Μοντέλου Γ

Σύνολα στοιχείων (Sets)

$i \in I$	Το σύνολο των τελικών προϊόντων
$j \in J$	Το σύνολο των συσκευών/γραμμών παραγωγής
$b \in B$	Το σύνολο των παρτίδων του προϊόντος
$s \in S$	Το σύνολο των διεργασιών της μονάδας παραγωγής

Υποσύνολα

SU_s	Το σύνολο των διεργασιών s που εκτελούνται σε μία μοναδική συσκευή
S_i^{LAST}	Η τελευταία διεργασία παραγωγής s στην οποία επεξεργάζεται το προϊόν i
JS_s	Το σύνολο των συσκευών/γραμμών παραγωγής j που μπορούν να εκτελέσουν την διεργασία s
INb_i	Το σύνολο των παρτίδων b του προϊόντος i για το οποίο γίνεται βελτιστοποίηση ορισμένων αποφάσεων
$CI_{r,r'}$	Το σύνολο των συσκευών r, r' οι οποίες συνδέονται μεταξύ τους
$JConJj$	Το σύνολο των συσκευών r για τις οποίες υπάρχουν ενδεχόμενοι περιορισμοί συνδεσιμότητας

Παράμετροι

$p_{i,s}$	Χρόνος επεξεργασίας του προϊόντος i στην διεργασία s
t_s	Χρόνος έναρξης επεξεργασίας της πρώτης παρτίδας του πρώτου προϊόντος στην διεργασία s
NB_i	Αριθμός των παρτίδων του υποσυνόλου INb_i του προϊόντος i
$bmin_i$	Συνολικός αριθμός των παρτίδων του προϊόντος i
$CH_{i,i',j}$	Χρόνος εναλλαγής μεταξύ των προϊόντων i και i' κατά την επεξεργασία τους στην γραμμή/συσκευή παραγωγής j , σε ώρες
a_i	Κυκλικός χρόνος του προϊόντος i

h Χρονικός ορίζοντας

Συνεχείς μεταβλητές

$L_{i,b,s}$ Χρόνος έναρξης παραγωγής της παρτίδας b του προϊόντος i στην γραμμή παραγωγής s

$C_{i,b,s}$ Χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής της παρτίδας b του προϊόντος i στην γραμμή παραγωγής s

C^{max} Χρόνος ολοκλήρωσης της παραγωγής

Δυαδικές μεταβλητές

$Y_{i,b,s,j}$ Λαμβάνει την τιμή 1 εάν η παρτίδα b του προϊόντος i επεξεργάζεται στην γραμμή παραγωγής j , της διεργασίας παραγωγής s

$X_{i,b,s,b',s'}$ Λαμβάνει την τιμή 1 εάν η διεργασία παραγωγής s επεξεργάζεται τη παρτίδα b του προϊόντος i πριν από τη διεργασία παραγωγής s' η οποία επεξεργάζεται την παρτίδα b' του προϊόντος i

$\bar{x}_{i,i'}$ Λαμβάνει την τιμή 1 εάν το προϊόν i υφίσταται επεξεργασία ακριβώς πριν το προϊόν i'

$z_{i,s,j}$ Λαμβάνει την τιμή 1 εάν τουλάχιστον μία παρτίδα b ενός προϊόντος i επεξεργάζεται στην γραμμή παραγωγής j , της διεργασίας παραγωγής s

$X^{new}_{i,i',b,b',s,s'}$ Λαμβάνει την τιμή 1 εάν η διεργασία παραγωγής s επεξεργάζεται τη παρτίδα b του προϊόντος i πριν από τη διεργασία παραγωγής s' η οποία επεξεργάζεται την παρτίδα b' του προϊόντος i'

3.3.2 Ορισμός προβλήματος

Ο ελάχιστος κυκλικός χρόνος παραγωγής του κάθε προϊόντος και η βέλτιστη αλληλουχία παραγωγής των προϊόντων ορίζονται από την επίλυση των Μαθηματικών

Μοντέλων A και B και εισάγονται ως δεδομένα στο Μαθηματικό Μοντέλο Γ. Το προτεινόμενο μαθηματικό μοντέλο Μικτού-Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού είναι κατάλληλο για τον κυκλικό χρονοπρογραμματισμό παραγωγής με αντικειμενική συνάρτηση την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου παραγωγής των προϊόντων της μονάδας παραγωγής γιαουρτιών. Όπως και το Μοντέλο B, το Μοντέλο Γ είναι εμπνευσμένο από τα μοντέλα του Κορανος (2010) και Koulouris και Georgiadis (2023). Ο χρονοπρογραμματισμός της παραγωγής είναι κυκλικός και περιλαμβάνει όλα τα προϊόντα και όλες τις διεργασίες του – υπό μελέτη – προβλήματος. Το μοντέλο βασίζεται σε μεταβλητές άμεσης προτεραιότητας αλληλουχίας της παραγωγής των προϊόντων, σε μεταβλητές γενικής προτεραιότητας αλληλουχίας των παρτίδων του κάθε προϊόντος σε διεργασίες που εκτελούνται σε κοινές συσκευές και σε μεταβλητές γενικής προτεραιότητας αλληλουχίας των παρτίδων διαφορετικών προϊόντων σε ίδιο ή διαφορετικά στάδια παραγωγής που εκτελούνται σε κοινή συσκευή, με συνεχή αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα. Τα υπόλοιπα δεδομένα για την επίλυση του μοντέλου παρατίθενται στο Κεφάλαιο 2 και το Παράρτημα Β.

Οι περιορισμοί μπορούν να κατηγοριοποιηθούν ως εξής:

- Περιορισμοί κατανομής της κάθε παρτίδας των προϊόντων στις διαθέσιμες συσκευές
- Ορισμός του χρόνου έναρξης και ολοκλήρωσης της επεξεργασίας κάθε παρτίδας προϊόντος σε κάθε διεργασία και γραμμή παραγωγής και του σχετικού χρόνου μεταξύ των διεργασιών
- Χρονικοί περιορισμοί αλληλουχίας των παρτίδων του κάθε προϊόντος σε διεργασίες που εκτελούνται σε κοινές συσκευές
- Χρονικοί περιορισμοί αλληλουχίας των παρτίδων διαφορετικών προϊόντων σε ίδιο ή διαφορετικά στάδια παραγωγής που εκτελούνται σε κοινή συσκευή
- Περιορισμοί που υπαγορεύει ο κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής

Οι βασικές μεταβλητές αποφάσεων είναι:

- Η κατανομή κάθε παρτίδας b προϊόντος i στις διαθέσιμες συσκευές j σε κάθε διεργασία παραγωγής s , $Y_{i,b,s,j}$
- Ο χρόνος έναρξης, $L_{i,b,s}$, και ολοκλήρωσης, $C_{i,b,s}$, της επεξεργασίας κάθε παρτίδας b προϊόντος i σε κάθε διεργασία s και γραμμή παραγωγής j

- Η αλληλουχία επεξεργασίας των παρτίδων του κάθε προϊόντος σε διεργασίες που εκτελούνται σε κοινές συσκευές, $X_{i,b,s,b',s'}$
- Η αλληλουχία των παρτίδων διαφορετικών προϊόντων σε ίδιο ή διαφορετικά στάδια παραγωγής που εκτελούνται σε κοινή συσκευή, $X_{i,i',b,b',s,s'}^{new}$
- Ο ελάχιστος χρόνος ολοκλήρωσης της παραγωγής, C^{max}

3.3.3 Μαθηματική διατύπωση του Μοντέλου Γ

Οι εξισώσεις που περιγράφουν το μαθηματικό μοντέλο είναι οι εξής:

Περιορισμοί κατανομής της κάθε παρτίδας των προϊόντων στις διαθέσιμες συσκευές

Ο περιορισμός (Γ1) διασφαλίζει ότι κάθε παρτίδα b κάθε προϊόντος i επεξεργάζεται σε μία ακριβώς μία συσκευή j , σε κάθε διεργασία s .

$$\sum_{j \in JS_s} Y_{i,b,s,j} = 1 \quad \forall i \in I, b \in B, b \leq bmin_i, s \in S \quad (\Gamma 1)$$

Ορισμός του χρόνου έναρξης και ολοκλήρωσης της επεξεργασίας κάθε παρτίδας προϊόντος σε κάθε διεργασία και γραμμή παραγωγής και του σχετικού χρόνου μεταξύ των διεργασιών

Ο περιορισμός (Γ2) εξασφαλίζει την κατάλληλη χρονική σύνδεση ανάμεσα στους χρόνους έναρξης και ολοκλήρωσης κάθε διεργασίας s κάθε παρτίδας b προϊόντος i .

$$L_{i,b,s} + \sum_{j \in JS_s} (Y_{i,b,s,j} \cdot p_{i,s}) = C_{i,b,s} \quad \forall i \in I, b \in B, b \leq bmin_i, s \in S \quad (\Gamma 2)$$

Ο περιορισμός (Γ3) διασφαλίζει την κατάλληλη χρονική σύνδεση μεταξύ των χρόνων έναρξης των διεργασιών s οι οποίες επεξεργάζονται την παρτίδα b του προϊόντος i .

$$L_{i,b,s+1} = L_{i,b,s} + t_{s+1} - t_s \quad (\Gamma 3)$$

$$\forall i \in I, b \in B, b \leq bmin_i, s \in S, s < S_i^{LAST}$$

Χρονικοί περιορισμοί αλληλουχίας των παρτίδων του κάθε προϊόντος σε διεργασίες που εκτελούνται σε κοινές συσκευές

Οι χρονικοί περιορισμοί (Γ4) και (Γ5) είναι περιορισμοί γενικής προτεραιότητας που αποσκοπούν στην εξασφάλιση ενός εφικτού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής. Διατυπώνονται ως δύο περιορισμοί μεγάλου αριθμού (*big-M constraints*) και είναι συμπληρωματικοί μεταξύ τους. Ο περιορισμός (Γ4) διασφαλίζει πως εάν μία διεργασία s που επεξεργάζεται μία παρτίδα b του προϊόντος i προηγείται μιας οποιαδήποτε διεργασίας s' που επεξεργάζεται μία παρτίδα b' του ίδιου προϊόντος i ($X_{i,b,s,b',s'} = 1$ και άρα $M(1 - X_{i,b,s,b',s'}) = 0$) και οι δύο διεργασίες s και s' εκτελούνται στην ίδια συσκευή j ($Y_{i,b,s,j} = Y_{i,b',s',j} = 1$ και άρα $(2 - Y_{i,b,s,j} - Y_{i,b',s',j}) = 0$) τότε ο χρόνος έναρξης της διεργασίας s' της παρτίδας b' του προϊόντος i , $L_{i,b',s'}$, είναι οπωσδήποτε μεγαλύτερος ή ίσος του χρόνου ολοκλήρωσης της διεργασίας s της παρτίδας b του προϊόντος i , $C_{i,b,s}$. Σε αντίθετη περίπτωση αν κάτι από τα παραπάνω δεν ισχύει (δηλαδή αν $X_{i,b,s,b',s'} = 0$ ή/και $Y_{i,b,s,j} = 0$ ή/και $Y_{i,b',s',j} = 0$) τότε ενεργοποιούνται ο δεύτερος ή/και ο τρίτος όρος του δεξιού μέλους, με στόχο την χαλάρωση του περιορισμού. Συνεπώς, το δεξιό μέλος λαμβάνει μία ιδιαίτερα υψηλή τιμή με αποτέλεσμα ο περιορισμός να μετατρέπεται στην μορφή $L_{i,b',s'} \geq -K$ και επομένως οδηγεί στην απενεργοποίησή του. Η σταθερά M λαμβάνει την τιμή ίση με τον χρονικό ορίζοντα παραγωγής, h . Στο σημείο αυτό σημειώνεται ότι οι περιορισμοί (Γ4) και (Γ5) ορίζονται για κάθε $b < b' + 7$, αφού με βάση τους χρόνους επεξεργασίας είναι βέβαιο ότι η παρτίδα δ , για παράδειγμα, ενός προϊόντος i δεν θα εκτελεστεί πριν την παρτίδα 1 του ίδιου προϊόντος μειώνοντας με αυτό τον τρόπο την πολυπλοκότητα του μοντέλου.

$$L_{i,b',s'} \geq C_{i,b,s} - M \cdot (1 - X_{i,b,s,b',s'}) - M \cdot (2 - Y_{i,b,s,j} - Y_{i,b',s',j}) \quad (\Gamma 4)$$

$$\forall i \in I, b \in B, b \leq bmin_i, b' \leq bmin_i, j \in (JS_s \cap JS_{s'}), s, s' \in S, s < s'$$

$$L_{i,b,s} \geq C_{i,b',s'} - M \cdot X_{i,b,s,b',s'} - M \cdot (2 - Y_{i,b,s,j} - Y_{i,b',s',j}) \quad (\Gamma 5)$$

$$\forall i \in I, b \in B, b \leq bmin_i, b' \leq bmin_i, j \in (JS_s \cap JS_{s'}), s, s' \in S, s < s'$$

Ο περιορισμός (Γ6) διασφαλίζει πως αν σε μία διεργασία s επεξεργάζονται δυο παρτίδες b και b' του προϊόντος i , όπου $b < b'$, σε κοινή γραμμή παραγωγής j ($Y_{i,b,s,j} = Y_{i,b',s,j} = 1$ και άρα $(2 - Y_{i,b,s,j} - Y_{i,b',s,j}) = 0$) τότε ο χρόνος έναρξης της διεργασίας s της παρτίδας b , $L_{i,b,s}$, είναι οπωσδήποτε μεγαλύτερος ή ίσος του χρόνου ολοκλήρωσης της

διεργασίας s της παρτίδας b , $C_{i,b,s}$ για το ίδιο προϊόν i . Σε αντίθετη περίπτωση (δηλαδή $Y_{i,b,s,j} = 0$ ή/και $Y_{i,b',s,j} = 0$) ενεργοποιείται ο δεύτερος όρος του δεξιού μέλους και ο περιορισμός χαλαρώνει.

$$L_{i,b',s} \geq C_{i,b,s} - M \cdot (2 - Y_{i,b,s,j} - Y_{i,b',s,j}) \quad (\Gamma 6)$$

$$\forall i \in I, b, b' \in B, b \leq bmin_i, b' \leq bmin_i, b < b', j \in JS_s, s \in S$$

Χρονικοί περιορισμοί αλληλουχίας των παρτίδων διαφορετικών προϊόντων σε ίδιο ή διαφορετικά στάδια παραγωγής που εκτελούνται σε κοινή συσκευή

Ο περιορισμός (Γ7) μεγάλου αριθμού M (*big-M constraint*) είναι χρονικός περιορισμός άμεσης προτεραιότητας και αποσκοπεί στην εξασφάλιση ενός εφικτού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής για όλα τα προϊόντα που παράγονται στην ίδια γραμμή παραγωγής. Πιο συγκεκριμένα, ο περιορισμός (Γ7) δηλώνει ότι εάν η παραγωγή ενός προϊόντος i πραγματοποιείται ακριβώς πριν την παραγωγή ενός άλλου προϊόντος i' ($\bar{x}_{i,i'} = 1$ και επομένως $M(1 - \bar{x}_{i,i'}) = 0$) και τα δύο προϊόντα υφίστανται επεξεργασία στην γραμμή παραγωγής j στην διεργασία s ($Y_{i,b,s,j} = Y_{i',b',s,j} = 1$ και άρα $(2 - Y_{i,b,s,j} - Y_{i',b',s,j}) = 0$) τότε ο χρόνος έναρξης της παραγωγής του προϊόντος i' , $L_{i',b',s}$, είναι οπωσδήποτε μεγαλύτερος ή ίσος του χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής της τελευταίας παρτίδας του προηγούμενου προϊόντος i , $C_{i,b,s}$, και του απαιτούμενου χρόνου εναλλαγής, $CH_{i,i',j}$. Σε αντίθετη περίπτωση αν κάτι από τα παραπάνω δεν ισχύει (δηλαδή αν $\bar{x}_{i,i'} = 0$ ή/και $Y_{i,b,s,j} = 0$ ή/και $Y_{i',b',s,j} = 0$) τότε ενεργοποιούνται ο δεύτερος ή/και ο τρίτος όρος του δεξιού μέλους, με στόχο την χαλάρωση του περιορισμού. Η σταθερά M και σε αυτό το μαθηματικό μοντέλο λαμβάνει τιμή ίση με τον χρονικό ορίζοντα παραγωγής, h .

$$L_{i',b',s} \geq C_{i,b,s} + CH_{i,i',j} - M \cdot (1 - \bar{x}_{i,i'}) - M \cdot (2 - Y_{i,b,s,j} - Y_{i',b',s,j}) \quad (\Gamma 7)$$

$$\forall i \in I, i' \in I, i \neq i', b \in B, b = bmin_i, b' \leq bmin_{i'}, j \in JS_s, s \in SU_s$$

Οι χρονικοί περιορισμοί (Γ8) και (Γ9) είναι περιορισμοί γενικής προτεραιότητας και εισάγονται στο μαθηματικό μοντέλο ώστε να εξασφαλίσουν την ορθότητα του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής. Πρόκειται για περιορισμούς μεγάλου αριθμού M οι οποίοι αναφέρονται σε διαφορετικά προϊόντα τα οποία επεξεργάζονται σε κοινή συσκευή σε ίδιες ή διαφορετικές διεργασίες παραγωγής. Πιο

συγκεκριμένα, εάν η επεξεργασία μιας παρτίδας b ενός προϊόντος i στην διεργασία s προηγείται της επεξεργασίας της παρτίδας b' του προϊόντος i' στην διεργασία s' ($X_{i',b',s',s}^{new} = 1$ και άρα $M(1 - X_{i',b',s',s}^{new}) = 0$), όπου s και s' αφορούν σε διεργασίες ίδιες ή διαφορετικές μεταξύ τους, και επεξεργάζονται στην ίδια συσκευή j ($Y_{i,b,s,j} = Y_{i',b',s',j} = 1$ και άρα $(2 - Y_{i,b,s,j} - Y_{i',b',s',j}) = 0$) τότε ο χρόνος έναρξης της διεργασίας s' της παρτίδας b' του προϊόντος i' , $L_{i',b',s'}$, είναι οπωσδήποτε μεγαλύτερος ή ίσος του χρόνου ολοκλήρωσης της διεργασίας s της παρτίδας b του προϊόντος i , $C_{i,b,s}$. Σε αντίθετη περίπτωση αν κάτι από τα παραπάνω δεν ισχύει (δηλαδή αν $X_{i',b',s',s}^{new} = 0$ ή/και $Y_{i,b,s,j} = 0$ ή/και $Y_{i',b',s',j} = 0$) τότε ενεργοποιούνται ο δεύτερος ή/και ο τρίτος όρος του δεξιού μέλους, με στόχο την χαλάρωση του περιορισμού. Ο περιορισμός (Γ9) είναι συμπληρωματικός του περιορισμού (Γ8).

$$L_{i',b',s'} \geq C_{i,b,s} - M \cdot (1 - X_{i',b',s',s}^{new}) - M \cdot (2 - Y_{i,b,s,j} - Y_{i',b',s',j}) \quad (\Gamma 8)$$

$$\forall i, i' \in I, i < i', b, b' \in B, b \leq bmin_i, b' \leq bmin_{i'}, j \in (JS_s \cap JS_{s'}),$$

$$s, s' \in S$$

$$L_{i,b,s} \geq C_{i',b',s'} - M \cdot X_{i',b',s',s}^{new} - M \cdot (2 - Y_{i,b,s,j} - Y_{i',b',s',j}) \quad (\Gamma 9)$$

$$\forall i, i' \in I, i < i', b, b' \in B, b \leq bmin_i, b' \leq bmin_{i'}, j \in (JS_s \cap JS_{s'}),$$

$$s, s' \in S$$

Περιορισμοί που υπαγορεύει ο κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής

Οι περιορισμοί (Γ10), (Γ11) και (Γ12) ορίζουν το πρόβλημα ως πρόβλημα κυκλικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με τρόπο ανάλογο των περιορισμών (A7), (A8) και (A9) του Μαθηματικού Μοντέλου A (υποενότητα 3.1.3), με την διαφορά ότι αφορούν σε περισσότερα του ενός προϊόντα $i \in I$ και ότι ο κυκλικός χρόνος κάθε προϊόντος, a_i , είναι δεδομένος από την επίλυση του Μοντέλου A.

$$L_{i,b+1,s} = L_{i,b,s} + a_i \quad \forall i \in I, b \in B, b < bmin_i, s \in S \quad (\Gamma 10)$$

$$Y_{i,b,s,j} = Y_{i,b+NB_i,s,j} \quad \forall i \in I, b \in B, b \leq bmin_i - NB_i, j \in JS_s, s \in S \quad (\Gamma 11)$$

$$L_{i,b+NB_i,s} \geq C_{i,b,s} \quad \forall i \in I, b \in B, b \leq bmin_i - NB_i, s \in S \quad (\Gamma 12)$$

Αντικειμενική συνάρτηση

Η αντικειμενική συνάρτηση που μελετάται στο Μαθηματικό Μοντέλο Γ αφορά στην ελαχιστοποίηση του χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής των προϊόντων (*makespan minimization*). Ο χρόνος ολοκλήρωσης της παραγωγής αντιστοιχεί στην χρονική στιγμή στην οποία έχει ολοκληρωθεί η επεξεργασία όλων των προϊόντων. Συνεπώς, ο χρόνος ολοκλήρωσης της παραγωγής θα είναι μεγαλύτερος ή ίσος από τον χρόνο ολοκλήρωσης της επεξεργασίας κάθε παρτίδας b προϊόντος i και για κάθε διεργασία παραγωγής s .

$$C^{max} \geq C_{i,b,s} \quad \forall i \in I, b \in B, b \leq b \min_i, s \in S \quad (\Gamma 13)$$

Επέκταση του μαθηματικού μοντέλου σε περιορισμούς συνδεσιμότητας γραμμών παραγωγής που εκτελούν κοινές διεργασίες

Το Μαθηματικό Μοντέλο Γ επεκτείνεται ώστε να συμπεριλάβει ενδεχόμενους περιορισμούς συνδεσιμότητας γραμμών παραγωγής και να εξασφαλίσει έναν εφικτό χρονοπρογραμματισμό παραγωγής. Οι περιορισμοί συνδεσιμότητας αφορούν σε συσκευές που μπορούν να εκτελέσουν παραπάνω από μία διεργασίες παραγωγής (Σχήμα 7). Σύμφωνα με τον περιορισμό (Γ14) αν η γραμμή παραγωγής j επεξεργάζεται την παρτίδα b του προϊόντος i στην διεργασία s (δηλαδή $Y_{i,b,s,j} = 1$) τότε η γραμμή παραγωγής j' δεν μπορεί να επεξεργαστεί την παρτίδα b του προϊόντος i στην διεργασία s' ($1 - Y_{i,b,s',j'} \leq 1$ δηλαδή $Y_{i,b,s',j'} = 0$) όπου οι συσκευές j, j' μπορούν να εκτελέσουν δυνητικά τις διεργασίες s και s' αλλά δεν συνδέονται μεταξύ τους. Και σε αυτόν τον περιορισμό λαμβάνονται υπόψιν μόνο οι παρτίδες του προϊόντος b του συνόλου IN_b μειώνοντας την πολυπλοκότητα του μαθηματικού μοντέλου.

$$Y_{i,b,s,j} + Y_{i,b,s',j'} \leq 1 \quad (\Gamma 14)$$

$$\forall i \in I, b \in IN_b, j, j' \in (JS_s \cap JS_{s'} \cap JConJ_j) - CI_{j,j'}, s, s' \in S, s < s'$$

3.4 Μοντέλο Δ – Μαθηματικό μοντέλο συμβατικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με αντικειμενικό στόχο την εύρεση του ελάχιστου χρόνου παραγωγής των προϊόντων της μονάδας παραγωγής γιαουρτιών

3.4.1 Ορισμός προβλήματος

Το μαθηματικό μοντέλο Δ αφορά στην εξασφάλιση ενός συμβατικού (όχι κυκλικού) χρονοπρογραμματισμού παραγωγής. Η αντικειμενική συνάρτηση και οι περιορισμοί που το απαρτίζουν βρίσκονται σε πλήρη αντιστοιχία με αυτούς του Μαθηματικού Μοντέλου Γ, με την διαφορά ότι το πρώτο δεν περιλαμβάνει τους περιορισμούς κυκλικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής (Γ10), (Γ11) και (Γ12), και συνεπώς η επεξήγησή τους σε αυτό το σημείο δεν κρίνεται αναγκαία. Πρόκειται για ένα μαθηματικό μοντέλο Μικτού-Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού με μεταβλητές γενικής και άμεσης προτεραιότητας και συνεχή αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα. Η βέλτιστη αλληλουχία παραγωγής των προϊόντων για την εξασφάλιση του ελάχιστου χρόνου εναλλαγών εισάγεται και σε αυτό το μοντέλο ως δεδομένο από την επίλυση του Μαθηματικού Μοντέλου Β. Για λόγους πληρότητας η μαθηματική έκφραση του μοντέλου Δ διατυπώνεται στο Παράρτημα Α.

Οι περιορισμοί μπορούν να κατηγοριοποιηθούν ως εξής:

- Περιορισμοί κατανομής της κάθε παρτίδας των προϊόντων στις διαθέσιμες συσκευές
- Ορισμός του χρόνου έναρξης και ολοκλήρωσης της επεξεργασίας κάθε παρτίδας προϊόντος σε κάθε διεργασία και γραμμή παραγωγής και του σχετικού χρόνου μεταξύ των διεργασιών
- Χρονικοί περιορισμοί αλληλουχίας των παρτίδων του κάθε προϊόντος σε διεργασίες που εκτελούνται σε κοινές συσκευές
- Χρονικοί περιορισμοί αλληλουχίας των παρτίδων διαφορετικών προϊόντων σε ίδιο ή διαφορετικά στάδια παραγωγής που εκτελούνται σε κοινή συσκευή

Οι βασικές μεταβλητές αποφάσεων είναι:

- Η κατανομή κάθε παρτίδας b προϊόντος i στις διαθέσιμες συσκευές j σε κάθε διεργασία παραγωγής s , $Y_{i,b,s,j}$
- Ο χρόνος έναρξης, $L_{i,b,s}$, και ολοκλήρωσης, $C_{i,b,s}$, της επεξεργασίας κάθε παρτίδας b προϊόντος i σε κάθε διεργασία s και γραμμή παραγωγής j

- Η αλληλουχία επεξεργασίας των παρτίδων του κάθε προϊόντος σε διεργασίες που εκτελούνται σε κοινές συσκευές, $X_{i,b,s,b',s'}$
- Η αλληλουχία των παρτίδων διαφορετικών προϊόντων σε ίδιο ή διαφορετικά στάδια παραγωγής που εκτελούνται σε κοινή συσκευή, $X_{i,i',b,b',s,s'}^{new}$
- Ο ελάχιστος χρόνος ολοκλήρωσης της παραγωγής, C^{max}

3.5 Σταθερά μεγάλου M (*big-M*)

Οι περιορισμοί μεγάλου αριθμού M (*big-M constraints*) χρησιμοποιούνται κατά κόρον στα μαθηματικά μοντέλα που παρουσιάζονται στις υποενότητες του Κεφαλαίου 3 και γενικότερα σε μοντέλα προτεραιότητας. Στο σημείο αυτό κρίνεται αναγκαίο να τονιστεί ότι η επιλογή της τιμής της σταθεράς M έχει καίρια σημασία στην υπολογιστική απόδοση των μοντέλων και πρέπει να εκλέγεται με τρόπο τέτοιο ώστε να μειώνει το υπολογιστικό κόστος που, εγγενώς, εισάγει λόγω του ρόλου της, ως μέσο χαλάρωσης κάποιων περιορισμών. Μεγάλες τιμές της σταθεράς οδηγούν σε μεγάλους υπολογιστικούς χρόνους και, μάλιστα, πολλές φορές σε αδυναμία σύγκλισης του μοντέλου στην βέλτιστη λύση σε αποδεκτούς χρόνους. Από την άλλη πλευρά, μικρές τιμές της σταθεράς συμβάλλουν στον λανθασμένο ορισμό των περιορισμών αφού τότε δεν έχει την δυνατότητα να τον χαλαρώσει σε περίπτωση όπου κάποια προϋπόθεση εφαρμογής του δεν ισχύει. Επομένως επιλέγεται μια οριακή τιμή ώστε να εξασφαλίζεται η ορθή λειτουργία των περιορισμών, στην περίπτωση της παρούσας εργασίας ο χρονικός ορίζοντας h (Aguirre et al., 2017).

3.6 Τεχνική διάσπασης

Είναι σύνηθες, ένα πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού της παραγωγής να είναι τόσο σύνθετο ώστε η επίλυσή του να είναι δύσκολη, χρονοβόρα ή και πολλές φορές αδύνατη. Στην υποενότητα αυτή προτείνεται μία τεχνική διάσπασης (*decomposition method*) με την οποία το αρχικό πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού της παραγωγής χωρίζεται σε επιμέρους μικρότερα υποπροβλήματα χαμηλότερης πολυπλοκότητας σε σχέση με το αρχικό. Το μαθηματικό μοντέλο του κάθε υποπροβλήματος είναι ακριβώς το ίδιο με αυτό της μονολιθικής προσέγγισης, με την διαφορά ότι επιλύεται για ένα υποσύνολο των παραγόμενων προϊόντων (ή παραγγελιών προϊόντων). Σε κάθε υποπρόβλημα προστίθεται ένα προϊόν στο υποσύνολο αυτό και συνεπώς το μέγεθος του μαθηματικού μοντέλου που επιλύεται κάθε φορά αυξάνει σταδιακά. Τα προϊόντα

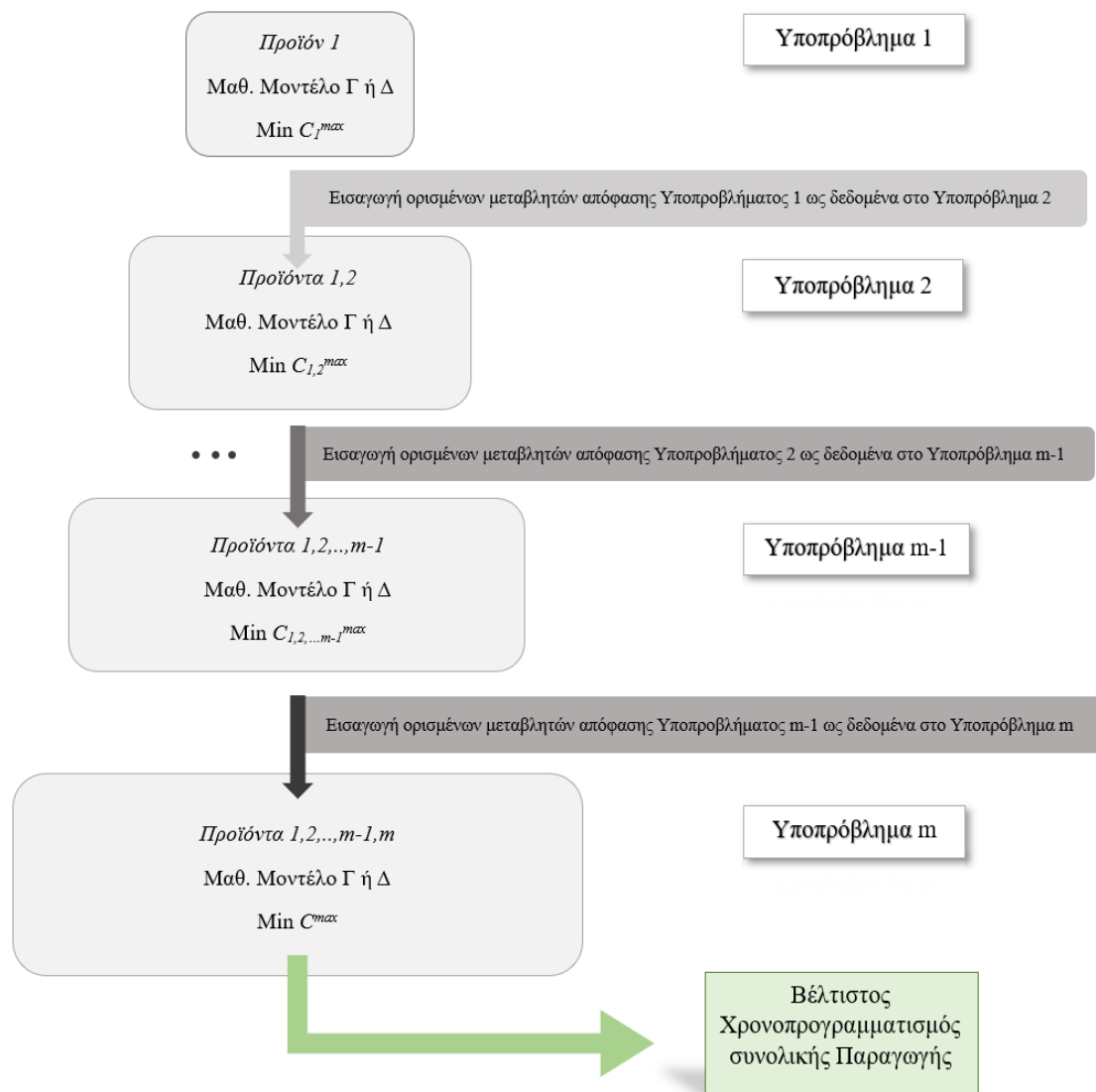
προστίθενται σε κάθε βήμα σύμφωνα με την βέλτιστη αλληλουχία παραγωγής τους για την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου εναλλαγών στην διεργασία της συσκευασίας. Τελικά, το μέγεθος του μαθηματικού μοντέλου του τελευταίου υποπροβλήματος, το οποίο περιέχει όλα τα προϊόντα της μονάδας παραγωγής, είναι ακριβώς το ίδιο με αυτό του αρχικού προβλήματος της μονολιθικής προσέγγισης.

Στην τεχνική διάσπασης, υπάρχει η δυνατότητα η τιμή μιας ή περισσότερων μεταβλητών απόφασης κάποιου υποπροβλήματος που έχουν βελτιστοποιηθεί να εισάγονται ως δεδομένα στο υποπρόβλημα που ακολουθεί ή να επανυπολογίζονται σε αυτό. Δεδομένου της δυνατότητας εισαγωγής των βελτιστοποιημένων αποφάσεων του υποπροβλήματος $\Pi(m-1)$ ως δεδομένα στο υποπρόβλημα $\Pi(m)$ και καθώς η επίλυση του συνολικού προβλήματος γίνεται σταδιακά, τα αποτελέσματα λαμβάνονται ταχύτερα. Συγκεκριμένα, εξετάζονται οι εξής τεχνικές:

- *Τεχνική 1:* Εισαγωγή αποφάσεων κατανομής των παρτίδων των προϊόντων στον διαθέσιμο εξοπλισμό, $Y_{i,b,s,j}$, που έχουν ληφθεί από την επίλυση του υποπροβλήματος $\Pi(m-1)$ ως δεδομένα στο υποπρόβλημα $\Pi(m)$.
- *Τεχνική 2:* Εισαγωγή αποφάσεων της τεχνικής 1 και επιπλέον των αποφάσεων αλληλουχίας διαφορετικών παρτίδων του ίδιου προϊόντος σε διαφορετικές διεργασίες επεξεργασίας, $X_{i,b,s,b',s'}$, που έχουν ληφθεί από την επίλυση του υποπροβλήματος $\Pi(m-1)$ ως δεδομένα στο υποπρόβλημα $\Pi(m)$.
- *Τεχνική 3:* Εισαγωγή των αποφάσεων της τεχνικής 2 και επιπλέον αποφάσεων έναρξης και ολοκλήρωσης της παραγωγής, $L_{i,b,s}$ και $C_{i,b,s}$, που έχουν ληφθεί από την επίλυση του υποπροβλήματος $\Pi(m-1)$ ως δεδομένα στο υποπρόβλημα $\Pi(m)$.

Η επίδραση της επιλογής των μεταβλητών απόφασης ενός υποπροβλήματος που εισάγονται ως δεδομένα στο επόμενο τόσο στον χρόνο επίλυσης του μοντέλου όσο και στην βέλτιστη λύση του εξετάζεται στο Κεφάλαιο 4.

Η προσέγγιση της τεχνικής διάσπασης πλεονεκτεί έναντι της μονολιθικής, καθώς το αρχικό πρόβλημα υψηλής πολυπλοκότητας χωρίζεται σε επιμέρους υποπροβλήματα η λύση των οποίων γίνεται ταχύτερα και ο χρονοπρογραμματισμός της παραγωγής είναι σχεδόν ο βέλτιστος. Η τεχνική διάσπασης εφαρμόζεται στα Μαθηματικά Μοντέλα Γ και Δ και τα αποτελέσματα αυτής παρατίθενται στην Ενότητα 4. Το Σχήμα 11 αποτελεί μια σχηματική αναπαράσταση της τεχνικής αυτής για την καλύτερη κατανόηση της μεθόδου.



Σχήμα 11. Μέθοδος τεχνικής διάσπασης

3.7 Το λογισμικό βελτιστοποίησης GAMS

Το GAMS (General Algebraic Modeling System) αποτελεί ένα ευέλικτο υπολογιστικό περιβάλλον ιδανικό για την διατύπωση προβλημάτων βελτιστοποίησης. Έχει στην διάθεσή του κατάλληλους επιλυτές για την αντιμετώπιση ποικίλων μορφών και πολυπλοκότητας προβλημάτων, όπως γραμμικά και μη γραμμικά, μικτών και ακέραιων αριθμών, προβλήματα στοχαστικής βελτιστοποίησης κ.α. Βασίζεται σε μία απλή, υψηλού επιπέδου, αλγεβρική γλώσσα μοντελοποίησης, καθώς οι εντολές και οι κανόνες σύνταξης της είναι εύκολα κατανοητές από τον χρήστη λόγω των ομοιοτήτων

που υπάρχουν με την φυσική αποτύπωση των αντίστοιχων μαθηματικών μοντέλων. Το λογισμικό GAMS χρησιμοποιείται ευρέως τόσο σε ερευνητικό όσο και σε πρακτικό επίπεδο δεδομένου της εξαιρετικής του απλότητας και της ταχύτητας επίλυσης των προβλημάτων βελτιστοποίησης (Γεωργιάδης et al., 2022). Άλλα πλεονεκτήματα που παρουσιάζει είναι τα ακόλουθα (McCarl, 2016):

- Το GAMS επιτρέπει στον χρήστη να διατυπώσει ένα μαθηματικό μοντέλο, ανεξάρτητο σε μεγάλο βαθμό από τα δεδομένα του προβλήματος. Επομένως, το ίδιο μοντέλο δύναται να χρησιμοποιηθεί σε ομοειδείς εφαρμογές με διαφορετικά δεδομένα, ενώ παράλληλα παρέχει την δυνατότητα αυτό να επεκταθεί ώστε να συμπεριληφθούν επιπλέον ιδιαιτερότητες και διαφοροποιήσεις μεταξύ των εφαρμογών.
- Ο χρήστης μπορεί να χρησιμοποιήσει οποιαδήποτε έκφραση (εξαιρουμένων των δεσμευμένων, από το λογισμικό, λέξεων) για να δηλώσει κάποιο στοιχείο, μεταβλητή ή εξίσωση και παράλληλα έχει την δυνατότητα να προσθέσει κάποιο σχόλιο σε οποιοδήποτε σημείο του αρχείου επιθυμεί. Αυτό διευκολύνει τόσο τον ίδιο όσο και διαφορετικούς χρήστες στην ανάγνωση ή ακόμα και στην τροποποίηση του αρχείου GAMS.
- Το GAMS παρέχει τρόπους διασύνδεσης με εφαρμογές διαχείρισης βάσεων δεδομένων, υπολογιστικά φύλλα κτλ. όπως για παράδειγμα Excel και SQL (Γεωργιάδης et al., 2022). Έτσι, παρέχεται η δυνατότητα εισαγωγής στο αρχείο GAMS ήδη υπάρχοντων δεδομένων, εξοικονομώντας χρόνο από την εκ νέου δημιουργία τους. Αντίστροφα, τα αποτελέσματα από το αρχείο GAMS μπορούν να μεταφερθούν σε άλλα λογισμικά ώστε να επεξεργαστούν ή να μορφοποιηθούν κατάλληλα.

Το λογισμικό GAMS χρησιμοποιεί σειριακή γλώσσα, δηλαδή το αρχείο GAMS εκτελείται, από την αρχή έως το τέλος, εντολή προς εντολή. Επομένως, η δήλωση δεικτών και δεδομένων (δηλαδή εισαγωγή ενός στοιχείου στο μοντέλο και η έκφρασή του με δέσμευση μίας συγκεκριμένης λέξης) πρέπει να πραγματοποιείται από την αρχή χωρίς απαραίτητα να έχουν οριστεί (δηλαδή απόδοση συγκεκριμένης τιμής στο στοιχείο). Ωστόσο, για την επίλυση του μαθηματικού μοντέλου απαιτείται ο ορισμός όλων των στοιχείων που εμπεριέχονται σε αυτό. Η δομή ενός αρχείου αποτελείται από βασικά στοιχεία τα οποία διαχωρίζονται στα δεδομένα (δείκτες και παράμετροι ενός μαθηματικού μοντέλου), στο μαθηματικό μοντέλο (μεταβλητές, περιορισμοί και

αντικειμενική συνάρτηση) και τέλος στην επίλυση του μοντέλου και παρουσίαση των αποτελεσμάτων.


Ο τρόπος δομής των αρχείων GAMS που χρησιμοποιείται στην παρούσα διπλωματική εργασία είναι ο εξής (Γεωργιάδης et al., 2022):

 Δεδομένα

- Δήλωση και ορισμός δεικτών (*sets*)
- Δήλωση και ορισμός παραμέτρων
- Εκχώρηση τιμών σε παραμέτρους
- Παρουσίαση δεδομένων μέσω της εντολής *display*

 Μοντέλο

- Δήλωση μεταβλητών
- Δήλωση περιορισμών
- Ορισμός περιορισμών
- Ορισμός του μοντέλου

 Λύση

- Επίλυση
- Παρουσίαση αποτελεσμάτων μέσω της εντολής *display*
- Εξαγωγή αποτελεσμάτων σε υπολογιστικό φύλλο Excel

Τα μαθηματικά μοντέλα που προτείνονται σε αυτήν την εργασία είναι μοντέλα Μικτού – Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού (*Mixed - Integer Linear Programming, MILP*), δηλαδή οι περιορισμοί συμπεριλαμβανόμενης της αντικειμενικής συνάρτησης εκφράζονται με γραμμικές εξισώσεις διακριτών, ακέραιων και δυαδικών μεταβλητών. Στο σημείο αυτό τονίζεται ότι η προσέγγιση του προβλήματος με μοντέλα MILP απαιτείται λόγω των συσκευών πολλαπλών χρήσεων, δηλαδή των γραμμών παραγωγής στις οποίες μπορούν να εκτελεστούν παραπάνω από μία διεργασίες. Για τα συγκεκριμένα μοντέλα χρησιμοποιείται ο επιλυτής ILOG CPLEX της IBM, ο οποίος είναι ιδιαίτερα εξειδικευμένος και χρησιμοποιείται ευρέως σε προβλήματα βελτιστοποίησης MILP, καθώς αποτελεί έναν από τους ταχύτερους επιλυτές της αγοράς (McCarl, 2016).

4. Μελέτες περίπτωσης – Αποτελέσματα

4.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται οι μελέτες περίπτωσης και τα αποτελέσματα αυτών όπως προκύπτουν από την επίλυση των μαθηματικών μοντέλων που προτείνονται στο Κεφάλαιο 3, ώστε να διερευνηθεί η απόκριση και η υπολογιστική τους απόδοση με στόχο την βελτιστοποίηση του κυκλικού χρονοπρογραμματισμού της παραγωγής της βιομηχανίας γιαουρτιών.

Για την επίλυση των μαθηματικών μοντέλων χρησιμοποιείται το υπολογιστικό εργαλείο βελτιστοποίησης GAMS και ο επιλυτής ILOG CPLEX, καθώς ενδείκνυται για μαθηματικά μοντέλα Μικτού – Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού όπως αυτά που αναπτύσσονται στην παρούσα διπλωματική εργασία. Τα αποτελέσματα του χρονοπρογραμματισμού της παραγωγής παρίστανται με διαγράμματα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής (*Gantt Charts*) τα οποία κατασκευάζονται με την βοήθεια του λογισμικού MATLAB. Τα διαγράμματα Gantt χαρακτηρίζονται από έναν οριζόντιο και έναν κατακόρυφο άξονα, που αναπαριστούν τον χρόνο και τον διαθέσιμο εξοπλισμό της μονάδας, αντίστοιχα. Το χρονικό πλαίσιο επεξεργασίας των παρτίδων των προϊόντων απεικονίζεται με χρωματιστά ορθογώνια, ενώ στην γραμμή συσκευασίας ο χρόνος των εναλλαγών μεταξύ των διαφορετικών διαδοχικών προϊόντων παρίσταται με λευκά ορθογώνια. Υπενθυμίζεται ότι, τα διάφορα στάδια της παραγωγικής διαδικασίας εμπεριέχουν επιμέρους διεργασίες. Έτσι, παρόλο που το πρώτο στάδιο επεξεργασίας είναι η παστερίωση εμφανίζεται πρώτη χρονικά η ζύμωση. Αυτό οφείλεται στο ότι το στάδιο της ζύμωσης εμπεριέχει πριν τη διεργασία της ζύμωσης δύο διεργασίες (αποστείρωση δοχείων ζύμωσης και την μεταφορά του παστεριωμένου γάλακτος). Παρομοίως, ενώ το τελευταίο στάδιο ολοκλήρωσης της παραγωγής είναι η συσκευασία χρονικά τελευταία ολοκληρώνεται η αποθήκευση, λόγω των απαραίτητων καθαρισμών των δοχείων αποθήκευσης. Η χρονική αυτή αλληλουχία των επιμέρους διεργασιών απεικονίζεται και στα διαγράμματα Gantt. Επιπρόσθετα, τονίζεται ότι στις διάφορες μελέτες περίπτωσης ο άξονας του χρόνου στα διαγράμματα Gantt μεταβάλλεται για την καλύτερη σύγκριση των αποτελεσμάτων. Τέλος, η αναπαράσταση των αποτελεσμάτων αποτυπώνεται και σε γραφήματα, τα οποία έχουν κατασκευαστεί στο Microsoft Excel. Σε όλα τα αποτελέσματα οι διάφορες γραμμές παραγωγής της μονάδας κωδικοποιούνται με συγκεκριμένους συμβολισμούς.

Συγκεκριμένα, PST-1 είναι η συσκευή παστερίωσης, T1,T2...,T9 είναι τα δοχεία ζύμωσης και αποθήκευσης, CL-1 είναι η συσκευή ψύξης και FL-1 είναι η γραμμή συσκευασίας.

Εκτός των αποτελεσμάτων των μελετών περίπτωσης, παρατίθενται επιπλέον ο χρόνος εκτέλεσης των μαθηματικών μοντέλων (*CPU*), η ποσοστιαία διαφορά της λαμβανόμενης λύσης από την θεωρητικά βέλτιστη (*Relative gap*, %) και σε κάποιες περιπτώσεις στοιχεία που αφορούν στο πλήθος των μεταβλητών και των εξισώσεων που χρησιμοποιούνται από το εκάστοτε μοντέλο. Με τον τρόπο αυτό αξιολογείται μεταξύ άλλων και η υπολογιστική απόδοση και ευρωστία των προτεινόμενων μαθηματικών μοντέλων.

Στην υποενότητα 4.2 παρουσιάζεται η Μελέτη Περίπτωσης Α η οποία αφορά σε δύο παραδείγματα προϊόντων της βιομηχανίας παραγωγής γιαουρτιών, χαμηλής και υψηλής ζήτησης, και μελετάται η επίδραση στον κυκλικό χρόνο παραγωγής τους:

1. του μεγέθους του συνόλου IN_b , δηλαδή του αριθμού των παρτίδων των προϊόντων, NB , για τον οποίο γίνεται βελτιστοποίηση ορισμένων αποφάσεων ή αλλιώς της περιοδικότητας όπου οι συγκεκριμένες αποφάσεις επαναλαμβάνονται
2. του αριθμού των διαθέσιμων δοχείων που χρησιμοποιούνται από κοινού για τις διεργασίες της ζύμωσης και αποθήκευσης
3. των ενδεχόμενων περιορισμών συνδεσιμότητας μεταξύ των δοχείων για τις διεργασίες της ζύμωσης και αποθήκευσης

Τα αποτελέσματα της Μελέτης Περίπτωσης Α λαμβάνονται από την επίλυση του Μαθηματικού Μοντέλου Α.

Στην υποενότητα 4.3 παρατίθεται η Μελέτη Περίπτωσης Β η οποία αφορά στην επίτευξη του βέλτιστου κυκλικού χρονοπρογραμματισμού της μονάδας παραγωγής γιαουρτιών, με 4 διαφορετικά σενάρια ζήτησης, συμπεριλαμβανομένου και του βασικού. Σε ορισμένα από τα σενάρια αυτά μελετώνται εναλλακτικές μορφές της δομής της μονάδας, είτε με την θεώρηση περιορισμών συνδεσιμότητας μεταξύ των δοχείων για τις διεργασίες της ζύμωσης και της αποθήκευσης, είτε με επιπλέον δοχεία για την εκτέλεση των διεργασιών αυτών. Σε κάθε περίπτωση, η διαδικασία εύρεσης του βέλτιστου κυκλικού χρονοπρογραμματισμού περιλαμβάνει τα στάδια του Σχήματος 4. Τα αποτελέσματα των παραπάνω λαμβάνονται από την επίλυση των Μαθηματικών Μοντέλων Α, Β και Γ.

Τέλος, στην υποενότητα 4.4 παρουσιάζεται η Μελέτη Περίπτωσης Γ στην οποία επιδιώκεται η ελαχιστοποίηση του χρονικού ορίζοντα ολοκλήρωσης της παραγωγής σε ένα περιβάλλον συμβατικού χρονοπρογραμματισμού και σύγκριση αυτού με τον αντίστοιχο κυκλικό. Τα αποτελέσματα για τον συμβατικό χρονοπρογραμματισμό παραγωγής προκύπτουν από την επίλυση του Μαθηματικού Μοντέλου Δ.

4.2 Μελέτη Περίπτωσης Α – Κυκλικός χρόνος παραγωγής

4.2.1 Μελέτη Περίπτωσης Α1 - Επίδραση του μεγέθους του συνόλου IN_b στον κυκλικό χρόνο παραγωγής

Στην συγκεκριμένη ενότητα επιδιώκεται η μελέτη της επίδρασης του μεγέθους του συνόλου IN_b , δηλαδή της επίδρασης της περιοδικότητας, NB , με την οποία ο διαθέσιμος εξοπλισμός κατανέμεται για την επεξεργασία των διεργασιών στον κυκλικό χρόνο παραγωγής δύο παραδειγμάτων Προϊόντων, Α και Β, της βιομηχανίας παραγωγής γιαουρτιών. Σημειώνεται ότι για την περίπτωση αυτή τα διαθέσιμα δοχεία για τις διεργασίες της ζύμωσης και της αποθήκευσης είναι 5 στο σύνολο. Στους πίνακες Β.3 και Β.4 του Παραρτήματος Β δίνονται τα δεδομένα της παραγωγικής διαδικασίας για τα Προϊόντα Α και Β. Τα αποτελέσματα της μελέτης αυτής λαμβάνονται από την επίλυση του Μαθηματικού Μοντέλου Α.

Προϊόν Α

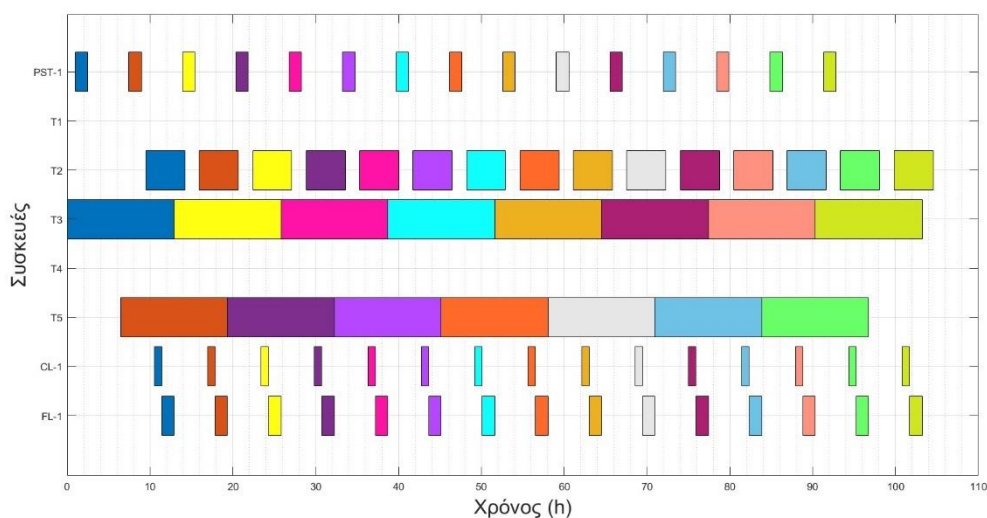
Έστω ότι η ζήτηση του Προϊόντος Α καλύπτεται από την παραγωγή 15 παρτίδων. Για την μελέτη της επίδρασης της περιοδικότητας, NB , στον ελάχιστο κυκλικό χρόνο επιλύεται το Μαθηματικό Μοντέλο Α αυξάνοντας κάθε φορά κατά 1 το μέγεθος του υποσυνόλου IN_b . Με αυτό τον τρόπο λαμβάνονται τα αποτελέσματα της ελαχιστοποίησης του κυκλικού χρόνου σε κάθε περίπτωση έως ότου το υποσύνολο να περιέχει όλες τις παρτίδες του προϊόντος για την κάλυψη της ζήτησης. Τα αποτελέσματα της διαδικασίας αυτής αποτυπώνονται στον Πίνακα 4.

Πίνακας 4. Αποτελέσματα Μελέτης Περίπτωσης Α1 για το Προϊόν Α

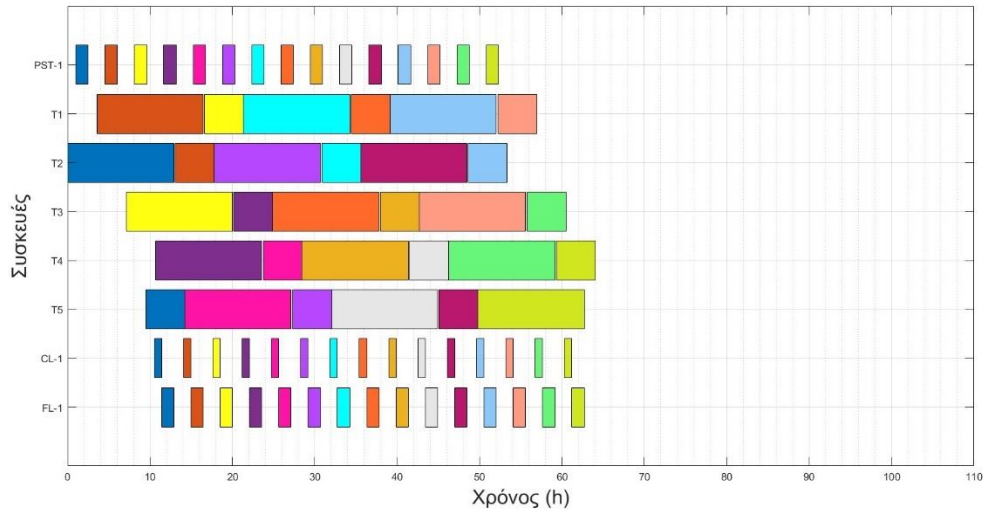
Αριθμός παρτίδων Προϊόντος Α: 15	NB	Κυκλικός χρόνος (h)	CPU (s)
	2	6.450	0.140
	3	4.730	0.234
	4	4.730	0.250
	5	3.557	0.266

	6	4.300	0.282
	7	4.730	0.360
	8	4.300	0.719
	9	4.300	1.094
	10	3.557	0.609
	11	4.300	0.734
	12	4.300	0.641
	13	4.300	1.985
	14	4.300	4.172
	15	3.557	2.781

Από τα αποτελέσματα του Πίνακα 4 διακρίνεται ότι ο μέγιστος κυκλικός χρόνος παραγωγής του Προϊόντος Α παρατηρείται για $NB = 2$ και ισούται με $a_{A,5}^{max} = 6.450$ h, ενώ ο ελάχιστος κυκλικός χρόνος για $NB = 5, 10, 15$ και ισούται με $a_{A,5}^{min} = 3.557$ h. Στην περίπτωση όπου ο ελάχιστος κυκλικός χρόνος παρατηρείται για περισσότερες, της μίας, τιμές της περιοδικότητας NB τότε επιλέγεται η μικρότερη, καθώς έτσι μειώνεται η πολυπλοκότητα του προβλήματος, όπως άλλωστε αποδεικνύει και ο χρόνος εκτέλεσης CPU, δηλαδή $NB = 5$. Στα Σχήματα 12 και 13 απεικονίζονται διαγράμματα Gantt του χρονοπρογραμματισμού της παραγωγής του Προϊόντος Α για τις περιπτώσεις του μέγιστου και του ελάχιστου κυκλικού χρόνου παραγωγής του, αντίστοιχα. Η κάθε παρτίδα του Προϊόντος Α παρίσταται με διαφορετικό χρώμα και ο άξονας του χρόνου είναι ίδιος και στα δύο διαγράμματα για την καλύτερη σύγκριση των δύο περιπτώσεων.



Σχήμα 12. Διάγραμμα Gantt για το Προϊόν Α και τον μέγιστο κυκλικό χρόνο – Μελέτη Περίπτωσης Α1



Σχήμα 13. Διάγραμμα Gantt για το Προϊόν A και τον ελάχιστο κυκλικό χρόνο – Μελέτη Περίπτωσης A1

Είναι εμφανές ότι στην περίπτωση του ελάχιστου κυκλικού χρόνου, $\alpha_{A,5}^{min}$, ο χρόνος ολοκλήρωσης της παραγωγής του Προϊόντος A είναι πολύ μικρότερος σε σχέση με αυτόν στον μέγιστο κυκλικό χρόνο παραγωγής, $\alpha_{A,5}^{max}$. Επιπλέον, παρατηρείται ότι οι παρτίδες του Προϊόντος A στην περίπτωση του μέγιστου κυκλικού χρόνου κατανομούνται σε 3 από τα 5 διαθέσιμα δοχεία για τις διεργασίες της ζύμωσης και της αποθήκευσης (T2, T3 και T5), ενώ στην περίπτωση του ελάχιστου κυκλικού χρόνου η κατανομή των παρτίδων στις διαθέσιμες συσκευές είναι καλύτερη (χρησιμοποιούνται όλα τα δοχεία).

Προϊόν B

Έστω ότι η ζήτηση του Προϊόντος B είναι αρκετά μικρότερη από αυτή του Προϊόντος A και καλύπτεται από την παραγωγή 6 παρτίδων. Η μελέτη της επίδρασης της περιοδικότητας, NB , στον ελάχιστο κυκλικό χρόνο πραγματοποιείται με τον ίδιο ακριβώς τρόπο με αυτόν του Προϊόντος A και τα αποτελέσματα παρατίθενται στον Πίνακα 5.

Πίνακας 5. Αποτελέσματα Μελέτης Περίπτωσης A1 για το Προϊόν B

Αριθμός Παρτίδων Προϊόντος B: 6	NB	Κυκλικός Χρόνος (h)	CPU (s)
	2	6.450	0.110
	3	4.730	0.141
	4	4.730	0.140
	5	3.557	0.125
	6	3.557	0.141

Σύμφωνα με τον Πίνακα 5 ο μέγιστος κυκλικός χρόνος παραγωγής του Προϊόντος Β παρατηρείται για $NB = 2$ και ισούται με $\alpha_{B,5}^{max} = 6.450$ h, ενώ ο ελάχιστος κυκλικός χρόνος για $NB = 5$ και ισούται με $\alpha_{B,5}^{min} = 3.557$ h, όπως ακριβώς και στο παράδειγμα παραγωγής του Προϊόντος Α. Σε αυτό το σημείο αξίζει να σημειωθεί ότι η περιοδικότητα NB για την οποία παρατηρείται ο ελάχιστος κυκλικός χρόνος ισούται με τον αριθμό των δοχείων για τις διεργασίες της ζύμωσης και της αποθήκευσης και στα δύο παραδείγματα Προϊόντων Α και Β. Αυτό, άλλωστε, είναι αναμενόμενο καθώς χρησιμοποιούνται όλα τα διαθέσιμα δοχεία.

4.2.2 Μελέτη Περίπτωσης Α2 – Επίδραση του αριθμού των δοχείων ζύμωσης και αποθήκευσης στον κυκλικό χρόνο παραγωγής

Στην παρούσα ενότητα μελετάται η επίδραση του αριθμού των διαθέσιμων δοχείων που χρησιμοποιούνται από κοινού για τις διεργασίες της ζύμωσης και της αποθήκευσης στον κυκλικό χρόνο παραγωγής των ίδιων παραδειγμάτων προϊόντων της βιομηχανίας παραγωγής γιαουρτιών, Α και Β, που εξετάζονται και στην ενότητα 4.2.1. Διερευνώνται οι περιπτώσεις όπου η μονάδα διαθέτει 9 και 12 κοινά δοχεία και τα αποτελέσματα της μελέτης αυτής λαμβάνονται από την επίλυση του Μαθηματικού Μοντέλου Α.

Προϊόν Α

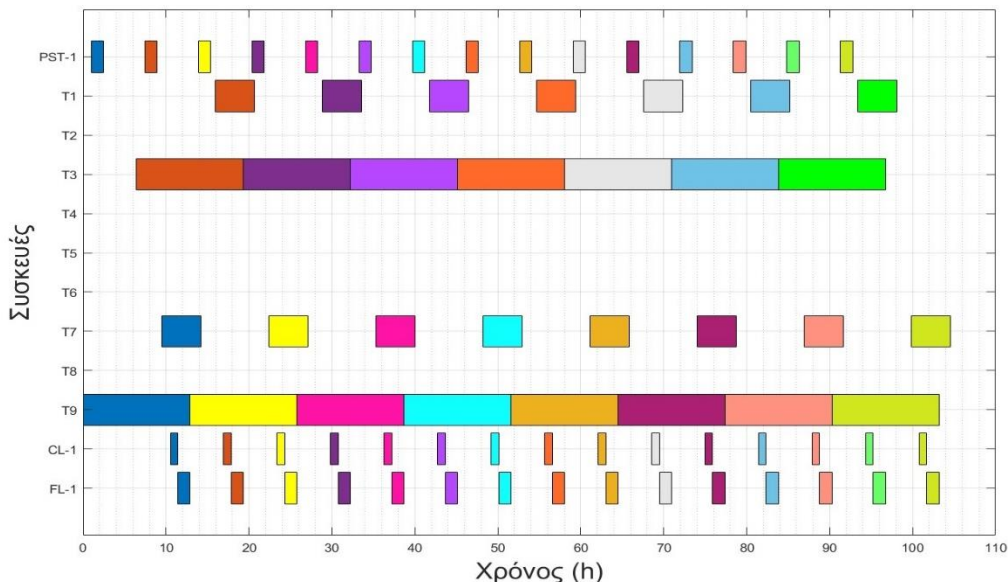
Για την μελέτη της επίδρασης του αριθμού των δοχείων στον ελάχιστο κυκλικό χρόνο επιλύεται το Μαθηματικό Μοντέλο Α προσαρμόζοντας αναλόγως τα σύνολα και τις παραμέτρους που αφορούν στον διαθέσιμο εξοπλισμό της μονάδας και αυξάνοντας ξανά κάθε φορά κατά 1 το μέγεθος του υποσυνόλου IN_b , έως ότου το υποσύνολο να περιέχει όλες τις παρτίδες του προϊόντος για την κάλυψη της ζήτησης. Τα αποτελέσματα της διαδικασίας αυτής αποτυπώνονται στον Πίνακα 6 για την περίπτωση όπου η μονάδα διαθέτει 9 δοχεία ή 12 δοχεία.

Πίνακας 6. Αποτελέσματα Μελέτης Περίπτωσης Α2 για το Προϊόν Α – 9 και 12 Δοχεία

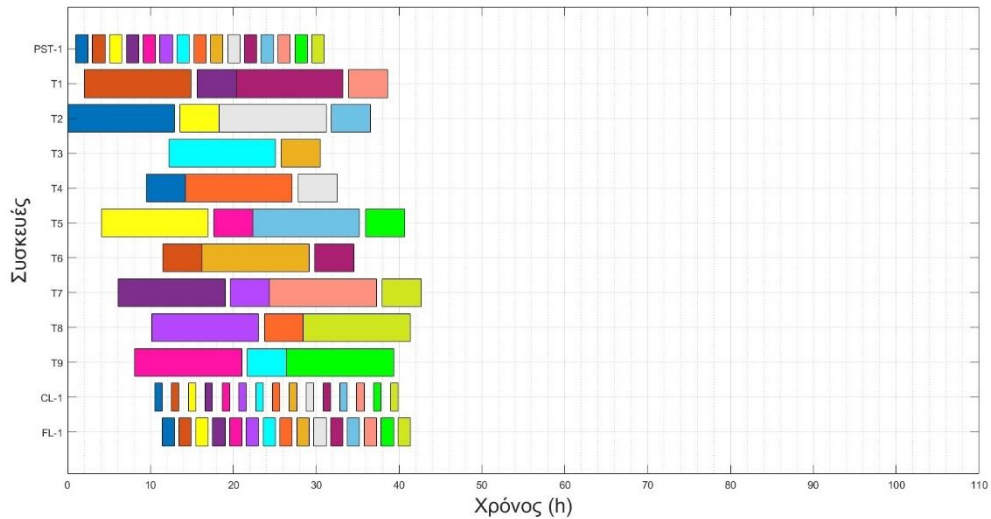
Αριθμός παρτίδων Προϊόντος Α: 15	NB	9 ΔΟΧΕΙΑ		12 ΔΟΧΕΙΑ	
		Κυκλικός χρόνος (h)	CPU (s)	Κυκλικός χρόνος (h)	CPU (s)
	2	6.450	0.203	6.450	0.234
	3	4.300	0.281	4.300	0.359
	4	3.225	0.312	3.225	0.375
	5	2.580	0.282	2.580	0.328
	6	2.150	0.281	2.150	0.360

7	2.846	0.375	1.843	0.360
8	2.372	0.469	1.612	0.468
9	2.033	0.704	1.577	2.500
10	2.580	0.594	1.779	0.781
11	2.580	0.922	1.700	1.016
12	2.150	1.953	1.581	0.750
13	2.365	4.750	1.612	1.922
14	2.365	7.078	1.612	4.172
15	2.033	3.500	1.577	4.203

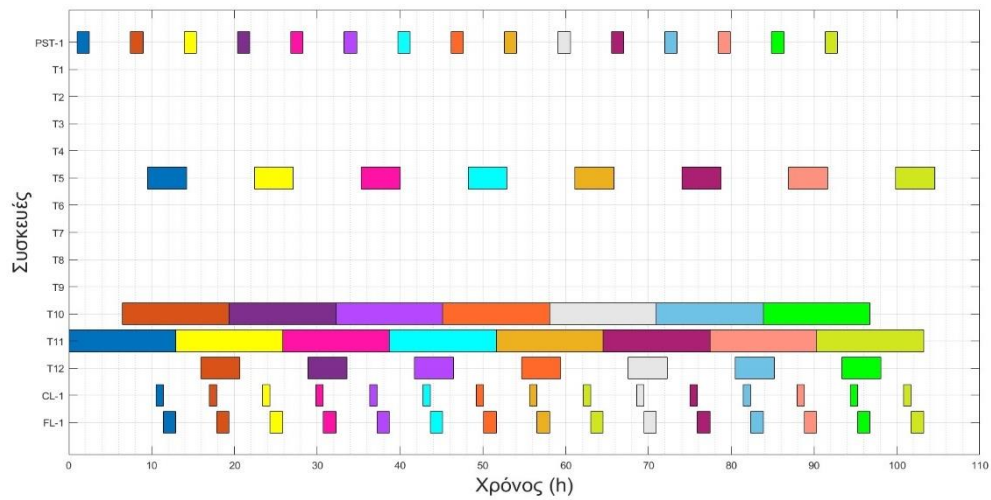
Από τα αποτελέσματα του Πίνακα 6 παρατηρείται ότι ο μέγιστος κυκλικός χρόνος παραγωγής του Προϊόντος A για τις περιπτώσεις των 9 και 12 δοχείων υφίσταται για $NB = 2$ και ισούται με $\alpha_{A,9,12}^{max} = 6.450$ h (όπως και στην περίπτωση των 5 δοχείων που εξετάστηκε στην ενότητα 4.2.1). Ωστόσο, ο ελάχιστος κυκλικός χρόνος για την περίπτωση των 9 δοχείων, $\alpha_{A,9}^{min} = 2.033$ h, είναι σαφώς μικρότερος από αυτόν στην περίπτωση των 5 δοχείων και μεγαλύτερος από τον ελάχιστο κυκλικό χρόνο για την περίπτωση των 12 δοχείων, $\alpha_{A,12}^{min} = 1.577$ h. Ωστόσο, αξίζει να αναφερθεί ότι ο ελάχιστος κυκλικός χρόνος παρατηρείται και στις δύο περιπτώσεις για $NB = 9$. Στα Σχήματα 14, 15, 16 και 17 απεικονίζονται τα διαγράμματα Gantt του χρονοπρογραμματισμού της παραγωγής του Προϊόντος A για τις περιπτώσεις του μέγιστου και του ελάχιστου κυκλικού χρόνου παραγωγής του με 9 και 12 δοχεία.



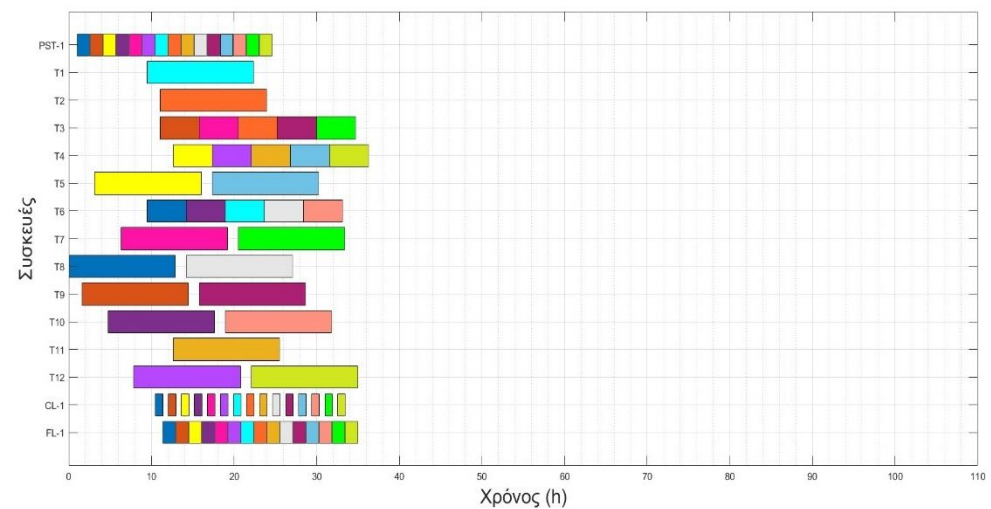
Σχήμα 14. Διάγραμμα Gantt για το Προϊόν A και τον μέγιστο κυκλικό χρόνο, 9 δοχεία – Μελέτη Περίπτωσης A2



Σχήμα 15. Διάγραμμα Gantt για το Προϊόν A και τον ελάχιστο κυκλικό χρόνο, 9 δοχεία – Μελέτη Περίπτωσης A2



Σχήμα 16. Διάγραμμα Gantt για το Προϊόν A και τον μέγιστο κυκλικό χρόνο, 12 δοχεία – Μελέτη Περίπτωσης A2



Σχήμα 17. Διάγραμμα Gantt για το Προϊόν A και τον ελάχιστο κυκλικό χρόνο, 12 δοχεία – Μελέτη Περίπτωσης A2

Από τα διαγράμματα Gantt των Σχημάτων 14, 15, 16 και 17 γίνεται αντιληπτό ότι η σωστή κάθε φορά επιλογή της περιοδικότητας NB έχει καθοριστική σημασία στον βέλτιστο κυκλικό χρονοπρογραμματισμό παραγωγής. Διακρίνεται ξανά ότι στην περίπτωση του ελάχιστου κυκλικού χρόνου, είτε με 9 είτε με 12 διαθέσιμα δοχεία, ο χρόνος ολοκλήρωσης της παραγωγής του Προϊόντος A είναι πολύ μικρότερος σε σχέση με αυτόν του μέγιστου κυκλικού χρόνου παραγωγής. Επιπλέον, συγκρίνοντας τα Σχήματα 15 και 17 που αφορούν στον ελάχιστο κυκλικό χρόνο παραγωγής του Προϊόντος A με 9 και 12 δοχεία αντίστοιχα, προκύπτει ότι με προσθήκη 3 δοχείων ο χρόνος ολοκλήρωσης της παραγωγής ελαττώνεται κατά 4 περίπου ώρες.

Προϊόν B

Η ίδια ακριβώς διαδικασία επίλυσης του Μαθηματικού Μοντέλου A πραγματοποιείται και για το παράδειγμα του Προϊόντος B, ώστε να εξεταστεί η επίδραση του αριθμού των δοχείων στον ελάχιστο κυκλικό χρόνο παραγωγής του. Υπενθυμίζεται ότι η ζήτηση καλύπτεται από αρκετά λιγότερες παρτίδες σε σχέση με αυτή του Προϊόντος A. Τα αποτελέσματα της μελέτης αυτής παρατίθενται στον Πίνακα 7 για την περίπτωση όπου η μονάδα διαθέτει 9 δοχεία ή 12 δοχεία για τις διεργασίες της ζύμωσης και της αποθήκευσης.

Πίνακας 7. Αποτελέσματα Μελέτης Περίπτωσης A2 για το Προϊόν B – 9 και 12 Δοχεία

Αριθμός παρτίδων Προϊόντος B: 6	NB	9 ΔΟΧΕΙΑ		12 ΔΟΧΕΙΑ	
		Κυκλικός χρόνος (h)	CPU (s)	Κυκλικός χρόνος (h)	CPU (s)
	2	6.450	0.140	6.450	0.140
3	4.300	0.141	4.300	0.110	
4	3.225	0.094	3.225	0.141	
5	2.580	0.094	2.580	0.125	
6	1.500	0.125	1.500	0.140	

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα του Πίνακα 7, διακρίνεται ότι ο μέγιστος κυκλικός χρόνος παραγωγής του Προϊόντος B προκύπτει για $NB = 2$ και στις δύο περιπτώσεις διαθέσιμων δοχείων και ισούται με $\alpha_{B,9,12}^{max} = 6.450$ h (όπως και στην περίπτωση των 5 δοχείων που εξετάστηκε στην ενότητα 4.2.1). Ακόμα, παρατηρείται αξιοσημείωτη ελάττωση του ελάχιστου κυκλικού χρόνου με αύξηση των δοχείων από 5 σε 9, $\alpha_{B,9}^{min} = 1.500$ h < $\alpha_{B,5}^{min} = 3.557$ h, για επιβαλλόμενη περιοδικότητα $NB = 6$. Η τάση για

περεταίρω ελάττωση του ελάχιστου κυκλικού χρόνου με προσθήκη επιπλέον δοχείων που εμφανίζεται για το Προϊόν Α, ωστόσο δεν παρουσιάζεται για το παράδειγμα του Προϊόντος Β αφού ο ελάχιστος κυκλικός του χρόνος είναι ίδιος είτε η μονάδα διαθέτει 9 είτε 12 δοχεία. Συνεπώς, η προσθήκη παραπάνω των 9 δοχείων για μονάδες με χαμηλή παραγωγικότητα κάθε άλλο παρά θετικό οικονομικό αντίκτυπο έχει.

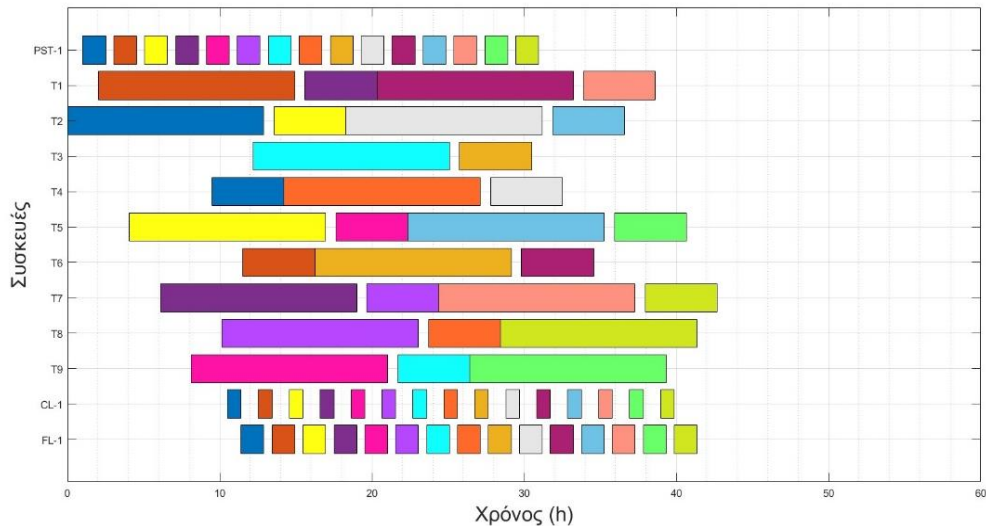
4.2.3 Μελέτη Περίπτωσης Α3 – Επίδραση περιορισμών συνδεσιμότητας μεταξύ των δοχείων ζύμωσης και αποθήκευσης στον κυκλικό χρόνο παραγωγής

Στην υποενότητα αυτή εξετάζεται η επίδραση των περιορισμών συνδεσιμότητας μεταξύ των δοχείων, που είναι διαθέσιμα για την εκτέλεση των διεργασιών της ζύμωσης και της αποθήκευσης, στον κυκλικό χρόνο παραγωγής των Προϊόντων Α και Β, της βιομηχανίας παραγωγής γιαουρτιών. Σημειώνεται ότι για την μελέτη της περίπτωσης αυτής τα διαθέσιμα δοχεία είναι 9 στο σύνολο, δηλαδή $R_T = \{T1, T2, \dots, T9\}$. Ορίζονται τα υποσύνολα των δοχείων $R_1 = \{T1, T2, T3, T4\}$ και $R_2 = \{T5, T6, T7, T8, T9\}$. Μόνο τα δοχεία που ανήκουν στο ίδιο υποσύνολο μπορούν να συνδεθούν μεταξύ τους. Δηλαδή, αν για παράδειγμα, στο δοχείο T1 επεξεργάζεται μία παρτίδα ενός προϊόντος στην διεργασία της ζύμωσης τότε η διεργασία της αποθήκευσης για την ίδια παρτίδα του προϊόντος πρέπει οπωσδήποτε να εκτελεστεί σε ένα από τα δοχεία T2, T3 ή T4. Τα αποτελέσματα της μελέτης αυτής προκύπτουν από την επίλυση του Μαθηματικού Μοντέλου Α και την επέκταση αυτού ώστε να συμπεριλάβει τους περιορισμούς της συνδεσιμότητας των δοχείων και να εξασφαλίσει έναν εφικτό χρονοπρογραμματισμό παραγωγής.

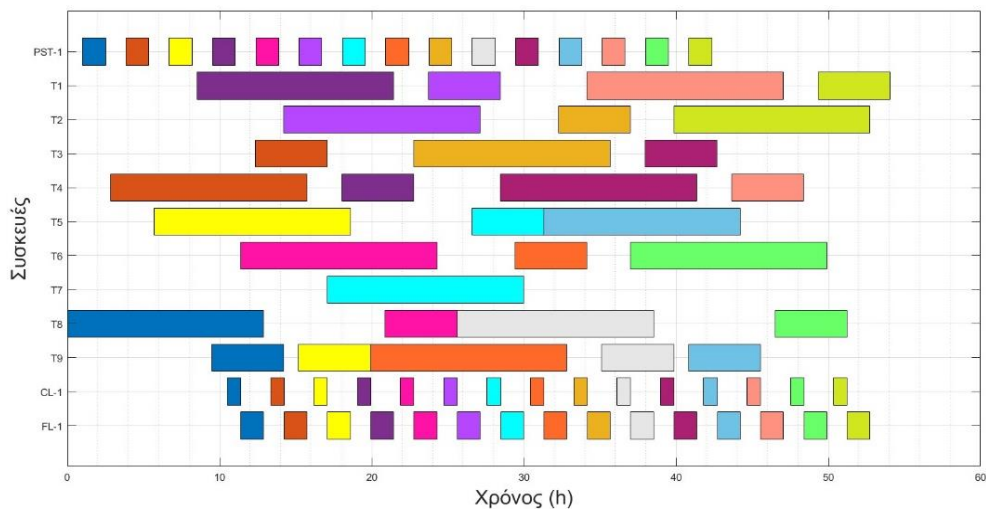
Προϊόν Α

Από την Μελέτη Περίπτωσης Α2 και για 9 διαθέσιμα κοινά δοχεία για τις διεργασίες της ζύμωσης και της αποθήκευσης προκύπτει ότι ο ελάχιστος κυκλικός χρόνος για το Προϊόν Α ισούται με $a_{A,9}^{min} = 2.033$ h για περιοδικότητα ίση με $NB = 9$ (Πίνακας 6). Για την μελέτη της επίδρασης των ενδεχόμενων περιορισμών συνδεσιμότητας μεταξύ των δοχείων στον ελάχιστο κυκλικό χρόνο του Προϊόντος Α επιλύεται η επέκταση του Μαθηματικού Μοντέλου Α με επιβαλλόμενη περιοδικότητα ίση ξανά με $NB = 9$. Ο ελάχιστος κυκλικός χρόνος παραγωγής του Προϊόντος Α στην περίπτωση όπου λαμβάνονται υπόψη οι περιορισμοί συνδεσιμότητας ισούται με $a'_{A,9}^{min} = 2.846$ h, αισθητά μεγαλύτερος από τον αντίστοιχο κυκλικό χρόνο στην περίπτωση που η μονάδα δεν υφίσταται περιορισμούς συνδεσιμότητας. Στα Σχήματα 18 και 19

απεικονίζονται τα διαγράμματα Gantt του χρονοπρογραμματισμού της παραγωγής του Προϊόντος A για τις δύο εξεταζόμενες περιπτώσεις χωρίς ή με περιορισμούς συνδεσιμότητας, αντίστοιχα.



Σχήμα 18. Διάγραμμα Gantt Προϊόντος A χωρίς περιορισμούς συνδεσιμότητας – Μελέτη Περίπτωσης A3



Σχήμα 19. Διάγραμμα Gantt Προϊόντος A με περιορισμούς συνδεσιμότητας – Μελέτη Περίπτωσης A3

Από τα Σχήματα 18 και 19 γίνεται αντιληπτό ότι οι ενδεχόμενοι περιορισμοί συνδεσιμότητας μεταξύ των δοχείων σαφώς επιδρούν αρνητικά στον χρονοπρογραμματισμό της παραγωγής με μείωση της χρονικής αξιοποίησης των δοχείων και επέκταση του χρονικού ορίζοντα ολοκλήρωσης της παραγωγής.

Προϊόν Β

Η ίδια ακριβώς μελέτη πραγματοποιείται και για το Προϊόν Β. Υπενθυμίζεται ότι ο ελάχιστος κυκλικός χρόνος του Προϊόντος Β για την περίπτωση των 9 συνολικά διαθέσιμων δοχείων για τις διεργασίες της ζύμωσης και της αποθήκευσης χωρίς περιορισμούς συνδεσιμότητας μεταξύ τους προκύπτει ίσος με $a_{B,g}^{min} = 1.500$ h με $NB = 6$ (Πίνακας 7). Στην περίπτωση που λαμβάνονται υπόψη οι περιορισμοί συνδεσιμότητας ο ελάχιστος κυκλικός χρόνος παραγωγής του Προϊόντος Β με $NB = 6$ ισούται ξανά με $a'_{B,g}^{min} = 1.500$ h. Επομένως, στο σημείο αυτό αξίζει να αναφερθεί ότι οι ενδεχόμενοι περιορισμοί συνδεσιμότητας μεταξύ των δοχείων της μονάδας δεν επηρεάζουν τον κυκλικό χρονοπρογραμματισμό της παραγωγής των προϊόντων με χαμηλή ζήτηση, όπως αυτό του παραδείγματος του Προϊόντος Β.

4.3 Μελέτη Περίπτωσης Β – Κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής

Στην παρούσα υποενότητα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του προτεινόμενου μαθηματικού πλαισίου βελτιστοποίησης (Μαθηματικά Μοντέλα Α, Β και Γ) μέσω του οποίου επιδιώκεται ο βέλτιστος κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής της βιομηχανίας παραγωγής γιαουρτιών, για 4 διαφορετικά σενάρια ζήτησης. Σε κάθε σενάριο η πορεία της βελτιστοποίησης του χρονοπρογραμματισμού είναι ακριβώς η ίδια και είναι αυτή που περιγράφεται στο Σχήμα 4 του Κεφαλαίου 2. Στα δύο πρώτα σενάρια το πρόβλημα της βελτιστοποίησης επιλύεται για τις περιπτώσεις που είτε η μονάδα υφίσταται περιορισμούς συνδεσιμότητας μεταξύ των δοχείων για τις διεργασίες της ζύμωσης και της αποθήκευσης είτε δεν υφίσταται κανέναν περιορισμό ως προς την συνδεσιμότητα. Οι περιορισμοί αυτοί αφορούν στα ίδια υποσύνολα δοχείων που μελετήθηκαν στην Μελέτη Περίπτωσης Α3 της υποενότητας 4.2.3. Έπειτα, για τα επόμενα δύο σενάρια εξετάζεται η επίδραση της προσθήκης επιπλέον 3 δοχείων για τις διεργασίες της ζύμωσης/αποθήκευσης στον χρονοπρογραμματισμό της παραγωγής. Για όλα τα παραπάνω σενάρια το Μαθηματικό Μοντέλο Γ επιλύεται τόσο με χρήση της τεχνικής διάσπασης όσο και με την μονολιθική προσέγγιση και τα αποτελέσματα συγκρίνονται μεταξύ τους. Τονίζεται ότι ο άξονας του χρόνου στα διαγράμματα Gantt που παρουσιάζονται παρακάτω δεν είναι σταθερός αλλά εξαρτάται κάθε φορά από τα δεδομένα της ζήτησης και προσαρμόζεται ανάλογα για την καλύτερη σύγκριση των αποτελεσμάτων. Τα δεδομένα για την ζήτηση κάθε σεναρίου παρατίθενται στους πίνακες Β.5 και Β.6 του Παραρτήματος Β.

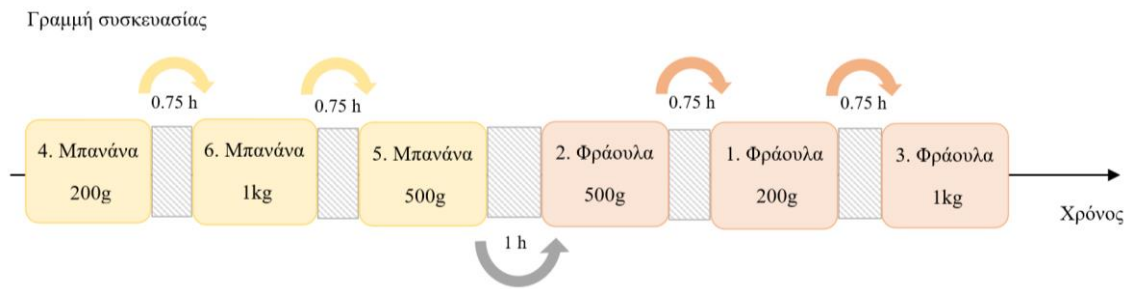
4.3.1 Βέλτιστος κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής – Σενάριο Ζήτησης 1

Αρχικά, υπολογίζεται ο ελάχιστος κυκλικός χρόνος κάθε προϊόντος του Σεναρίου Ζήτησης 1. Τα αποτελέσματα παρατίθενται στον Πίνακα 8 όπως προκύπτουν από την επίλυση του Μαθηματικού Μοντέλου Α. Παρατηρείται ότι στα προϊόντα στα οποία η ζήτηση καλύπτεται με λιγότερες των 9 παρτίδες ο ελάχιστος κυκλικός χρόνος δεν αλλάζει με την εισαγωγή των περιορισμών συνδεσιμότητας και παρουσιάζεται για αριθμό παρτίδων NB ίσο με τον συνολικό αριθμό των παρτίδων του κάθε προϊόντος για την ικανοποίηση της υφιστάμενης ζήτησης. Αντίθετα, για τα προϊόντα με περισσότερες των 9 παρτίδες ο ελάχιστος κυκλικός χρόνος αυξάνεται με την εισαγωγή των περιορισμών, όπως αποδεικνύεται και στην Μελέτη Περίπτωσης Α3 (υποενότητα 4.2.3), και παρουσιάζεται για αριθμό παρτίδων NB ίσο με 9. Επομένως, διαπιστώνεται μία συσχέτιση μεταξύ του αριθμού NB και του αριθμού των δοχείων που διατίθενται για τις διεργασίες της ζύμωσης και της αποθήκευσης.

Πίνακας 8. Ελάχιστος κυκλικός χρόνος προϊόντων χωρίς ή με περιορισμούς συνδεσιμότητας, Σενάριο Ζήτησης 1

<i>Προϊόν</i>	<i>NB</i>	<i>Ελάχιστος κυκλικός χρόνος, χωρίς περιορισμούς συνδεσιμότητας (ώρες)</i>	<i>Ελάχιστος κυκλικός χρόνος, με περιορισμούς συνδεσιμότητας (ώρες)</i>
1. Φράουλα - 200g	9	2.032	2.372
2. Φράουλα - 500g	4	1.5	1.5
3. Φράουλα - 1kg	9	2.032	2.372
4. Μπανάνα - 200g	3	1.5	1.5
5. Μπανάνα - 500g	2	1.5	1.5
6. Μπανάνα - 1kg	9	2.032	2.372

Στην συνέχεια, επιδιώκεται η εύρεση του ελάχιστου χρόνου εναλλαγών μεταξύ των διαφορετικών διαδοχικών προϊόντων στην γραμμή της συσκευασίας. Στο Σχήμα 20 παρίσταται η βέλτιστη αλληλουχία παραγωγής των προϊόντων στην γραμμή συσκευασίας, ώστε να επιτευχθεί ο ελάχιστος χρόνος εναλλαγών σύμφωνα με την λύση του Μαθηματικού Μοντέλου Β.



Σχήμα 20. Βέλτιστη αλληλουχία παραγωγής προϊόντων στην γραμμή συσκευασίας – Σενάριο Ζήτησης 1

Υπενθυμίζεται ότι, μόνο στην γραμμή της συσκευασίας απαιτείται ορισμένος χρόνος για τις εναλλαγές μεταξύ διαφορετικών διαδοχικών προϊόντων. Συνεπώς, η ελαχιστοποίηση του χρόνου αυτού επιβάλλει συγκεκριμένη αλληλουχία παραγωγής των προϊόντων σε όλες τις διεργασίες παραγωγής της μονάδας, λόγω της ενιαίας πολιτικής ολοκλήρωσης των παραγγελιών που ακολουθεί η μονάδα.

Ο ελάχιστος χρόνος εναλλαγών μεταξύ των προϊόντων ισούται με 4 ώρες. Είναι προφανές ότι ενδεχόμενοι περιορισμοί ως προς την συνδεσιμότητα των δοχείων για τις διεργασίες ζύμωσης/αποθήκευσης δεν επηρεάζουν τον χρόνο αυτό, καθώς το μίγμα των προϊόντων και επομένως η βέλτιστη αλληλουχία παραγωγής τους ταυτίζονται στις δύο περιπτώσεις. Στον Πίνακα 9 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα, όπως προκύπτουν από την επίλυση του Μαθηματικού Μοντέλου Β.

Πίνακας 9. Αποτελέσματα για τον ελάχιστο χρόνο εναλλαγών - Σενάριο Ζήτησης 1

Εξισώσεις	442
Μεταβλητές	175
Συνεχείς	93
Διαδικές	82
CPU (s)	0.188
Ελάχιστος χρόνος εναλλαγών (h)	4
Relative gap (%)	0

Έπειτα, μελετάται η ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής σε περιβάλλον κυκλικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής. Για τον

σκοπό αυτό, επιλύεται το Μαθηματικό Μοντέλο Γ, λαμβάνοντας ως δεδομένα τον ελάχιστο κυκλικό χρόνο παραγωγής των προϊόντων και την βέλτιστη αλληλουχία παραγωγής τους. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 10.

Πίνακας 10. Αποτελέσματα για τον ελάχιστο χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 1, μονολιθική προσέγγιση

	Χωρίς περιορισμούς συνδεσιμότητας	Με περιορισμούς συνδεσιμότητας
Εξισώσεις	77997	81819
Μεταβλητές	7615	8191
<i>Συνεχείς</i>	461	461
<i>Διαδικές</i>	7154	7730
CPU (s)	28913	31966
Ελάχιστος χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής (h)	109.7	126.2
Relative gap (%)	3.45	10.17
Πραγματικός χρόνος εύρεσης λύσης (s)	1195	1920

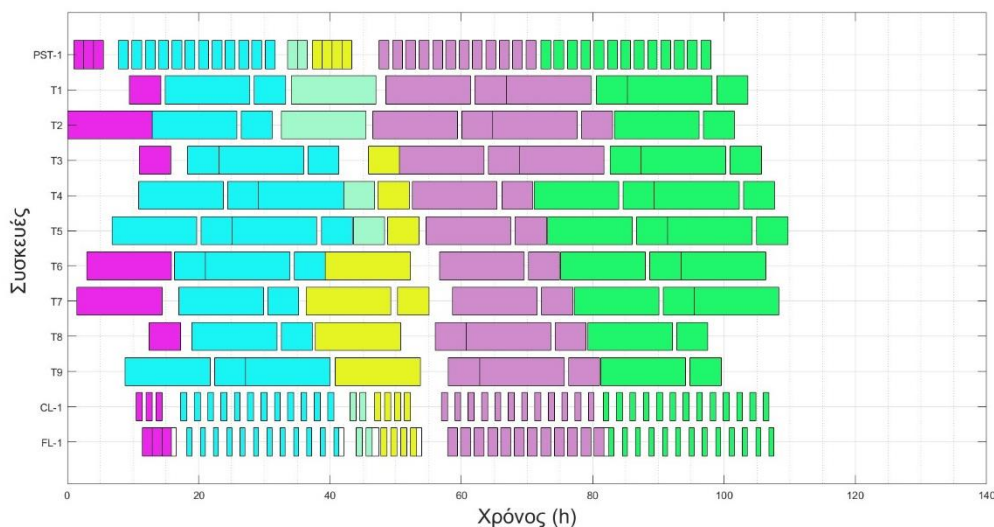
Αρχικά, παρατηρείται ότι το Μαθηματικό Μοντέλο Γ δεν συγκλίνει κατάλληλα παρουσιάζοντας μία απόκλιση από την θεωρητικά βέλτιστη τιμή (*Relative gap*, %) της τάξεως από 3% έως 11% για το συγκεκριμένο σενάριο ζήτησης και τις περιπτώσεις χωρίς ή με περιορισμούς συνδεσιμότητας, αντίστοιχα. Ωστόσο, διευκρινίζεται ότι η θεωρητικά βέλτιστη τιμή δεν ανταποκρίνεται πάντα στην πραγματικότητα. Σε αυτό το σημείο αναφέρεται ότι ο χρόνος εκτέλεσης, *CPU*, έχει αρκετά μεγάλη τιμή. Αυτό αποτελεί πρακτική που επιλέγεται στην παρούσα διπλωματική εργασία, δίνοντας χρονικό περιθώριο στον επιλυτή να αναζητήσει λύση πιο κοντά στην θεωρητικά βέλτιστη. Ακόμα, σημειώνεται ότι το μέγεθος του μοντέλου αυξάνει αρκετά με την εισαγωγή των περιορισμών συνδεσιμότητας (αύξηση ~3800 εξισώσεων).

Όσο αφορά στο χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής, αυτός είναι αισθητά μεγαλύτερος όταν η μονάδα υφίσταται περιορισμούς συνδεσιμότητας σε σχέση με αυτόν χωρίς ανάλογους περιορισμούς (αύξηση ~16.5 ωρών ή ~15%). Στα Σχήματα 21 και 22 απεικονίζονται τα διαγράμματα Gantt για τις δύο περιπτώσεις. Οι παρτίδες ενός

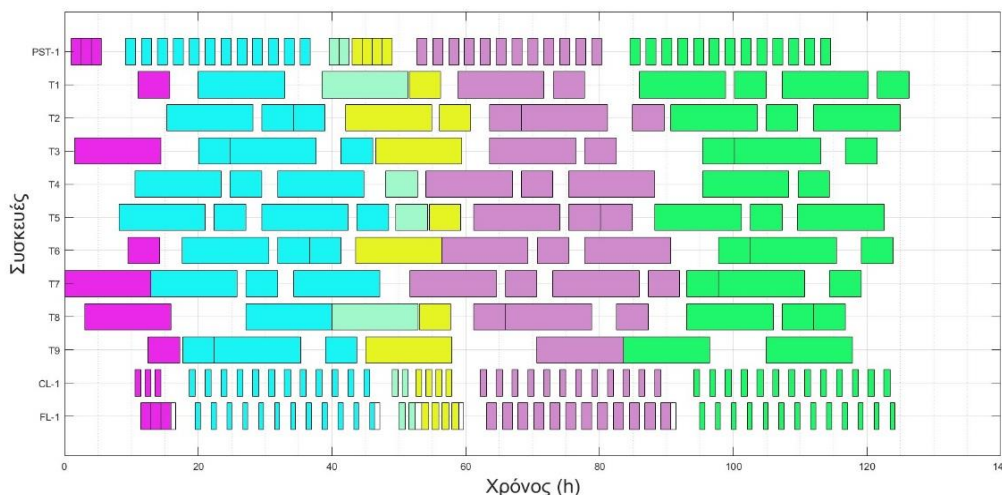
προϊόντος χαρακτηρίζονται από ένα συγκεκριμένο χρώμα στα διαγράμματα, ενώ για την διευκόλυνση της ανάγνωσής τους παρέχεται σχετικό υπόμνημα (Πίνακας 11).

Πίνακας 11. Υπόμνημα προϊόντων για τα διαγράμματα Gantt των Σχημάτων 21 και 22

■ Μπανάνα – 200g	■ Μπανάνα – 1kg	■ Μπανάνα – 500g
■ Φράουλα – 500g	■ Φράουλα – 200g	■ Φράουλα – 1kg
 Εναλλαγή		



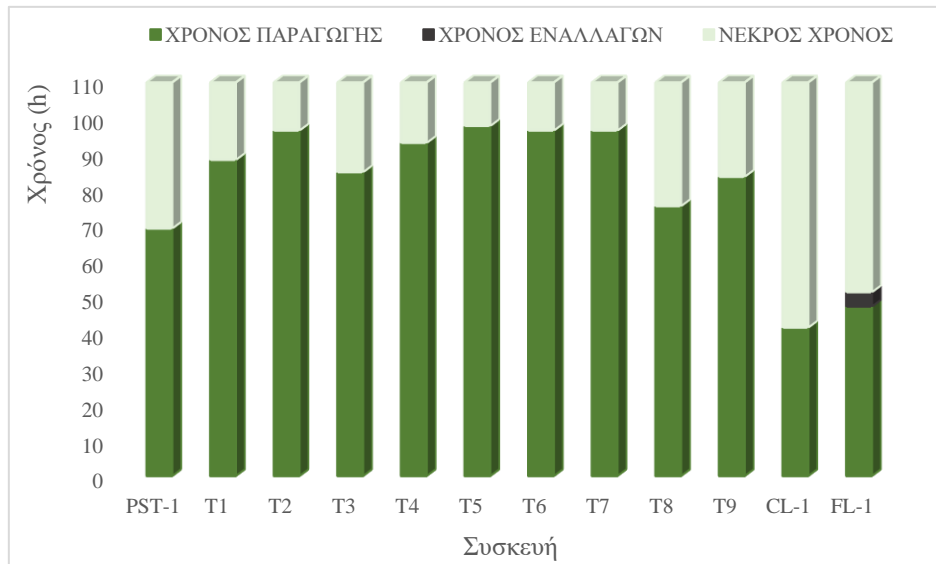
Σχήμα 21. Διάγραμμα Gantt χωρίς περιορισμούς συνδεσιμότητας, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 1 – μονολιθική προσέγγιση



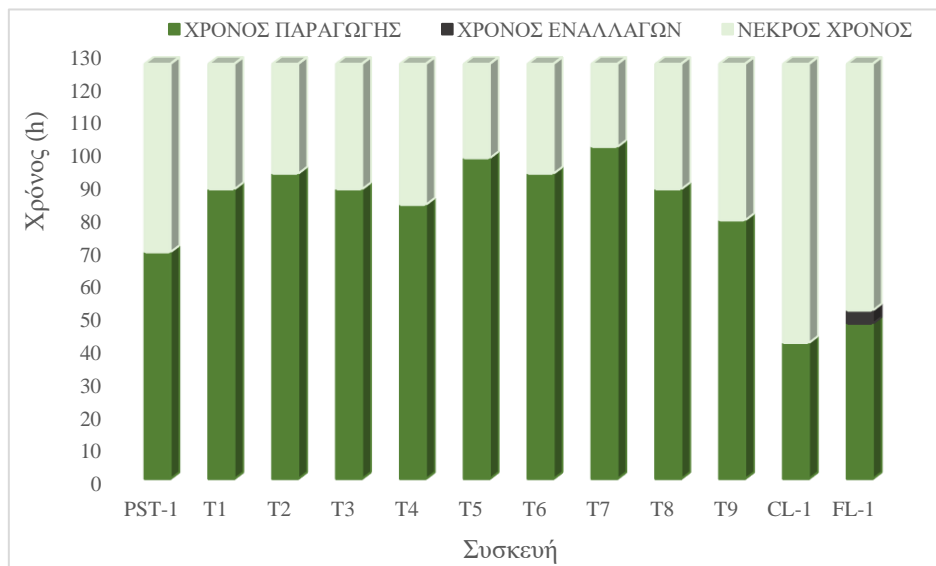
Σχήμα 22. Διάγραμμα Gantt με περιορισμούς συνδεσιμότητας, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 1 – μονολιθική προσέγγιση

Στην συνέχεια, παρατίθενται στα Σχήματα 23 και 24 γραφήματα για την αξιολόγηση της χρονικής αξιοποίησης των γραμμών παραγωγής της μονάδας και την σύγκριση αυτής για τις δύο περιπτώσεις που εξετάζονται στο συγκεκριμένο Σενάριο

Ζήτησης. Στα γραφήματα παρίστανται οι χρόνοι παραγωγής με σκούρο πράσινο, οι χρόνοι στους οποίους οι συσκευές δεν εκτελούν καμία διεργασία και βρίσκονται σε αδράνεια (νεκρός χρόνος) με ανοιχτό πράσινο και ο συνολικός χρόνος εναλλαγών στην γραμμή συσκευασίας με γκρι χρώμα. Το ύψος της μπάρας σε κάθε γράφημα είναι διαφορετικό και ίσο με τον συνολικό χρόνο παραγωγής σε κάθε περίπτωση.



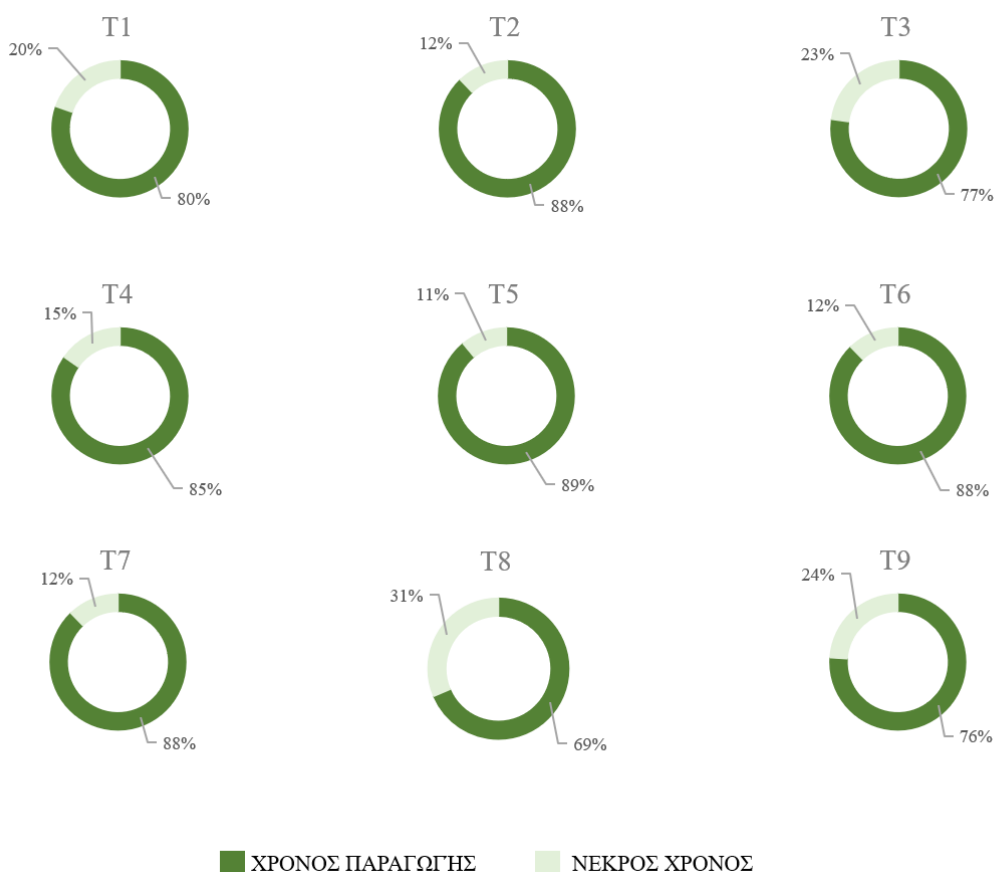
Σχήμα 23. Γράφημα χρονικής αξιοποίησης γραμμών παραγωγής χωρίς περιορισμούς συνδεσιμότητας, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 1



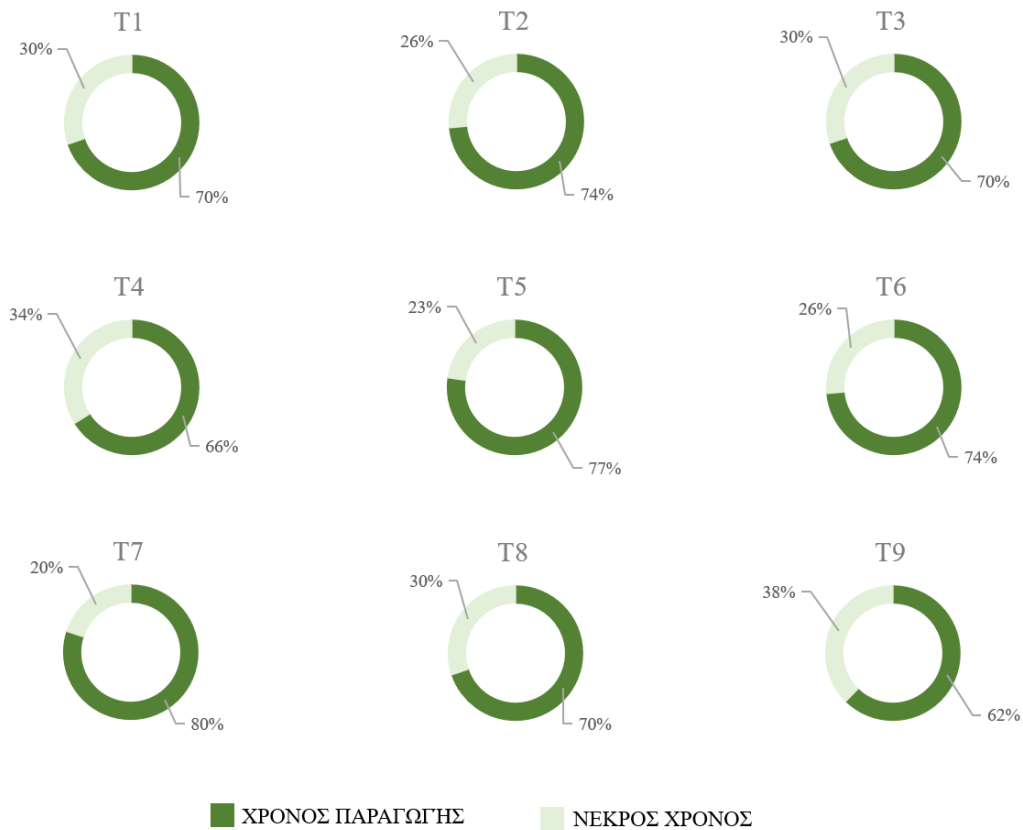
Σχήμα 24. Γράφημα χρονικής αξιοποίησης γραμμών παραγωγής με περιορισμούς συνδεσιμότητας, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 1

Συγκρίνοντας τα Σχήματα 23 και 24 παρατηρείται ότι και στις δύο περιπτώσεις οι χρόνοι εναλλαγών είναι χαμηλοί. Σημειώνεται ότι ο συνολικός χρόνος εκτέλεσης των διεργασιών, σε ώρες, είναι ακριβώς ο ίδιος, ενώ αυτό που μεταβάλλεται είναι ο

χρόνος παραγωγής και ο νεκρός χρόνος ως ποσοστά του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής. Συγκεκριμένα, στην περίπτωση που η μονάδα δεν υφίσταται περιορισμούς συνδεσιμότητας ο χρόνος παραγωγής είναι υψηλότερος και ο νεκρός χρόνος χαμηλότερος, ως ποσοστά, από την περίπτωση που υπάρχουν περιορισμοί συνδεσιμότητας. Επομένως, στην πρώτη περίπτωση η χρονική αξιοποίηση των μονάδων παραγωγής είναι σαφώς καλύτερη (μείωση του συνολικού μέσου χρόνου αδράνειας κατά ~36.5%). Στα Σχήματα 25 και 26 παρουσιάζονται σχετικά διαγράμματα πίτας που απεικονίζουν την χρονική αξιοποίηση των δοχείων ζύμωσης/αποθήκευσης ως ποσοστά του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής για τις δύο περιπτώσεις (Σχήματα 25 και 26).



Σχήμα 25. Χρονική αξιοποίηση δοχείων Ζύμωσης/Αποθήκευσης, χωρίς περιορισμούς συνδεσιμότητας, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 1



Σχήμα 26. Χρονική αξιοποίηση δοχείων ζύμωσης/αποθήκευσης, με περιορισμούς συνδεσιμότητας, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 1

Στο σημείο αυτό επιλέγεται η προσέγγιση του προβλήματος με την τεχνική διάσπασης για το ίδιο σενάριο ζήτησης, όπως αναπτύσσεται στην υποενότητα 3.6, λόγω του αρκετά μεγάλου χρόνου εκτέλεσης της μονολιθικής προσέγγισης αυτού. Αρχικά πραγματοποιείται μελέτη των τριών τεχνικών ως προς τον χρόνο επίλυσης του Μαθηματικού Μοντέλου Γ και την βέλτιστη λύση για τις δύο περιπτώσεις των περιορισμών συνδεσιμότητας και τα αποτελέσματα παρατίθενται στους Πίνακες 12 και 13, αντίστοιχα.

Πίνακας 12. Ανάλυση τεχνικών διάσπασης, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, χωρίς περιορισμούς συνδεσιμότητας – Σενάριο Ζήτησης 1

Τεχνική	Χρόνος ολοκλήρωσης της συνολικής παραγωγής (h)	CPU (s)
Τεχνική 1	110.9	64.5
Τεχνική 2	111.0	56.8
Τεχνική 3	111.20	25.4
Relative gap (%)		0

Πίνακας 13. Ανάλυση τεχνικών διάσπασης, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, με περιορισμούς συνδεσιμότητας – Σενάριο Ζήτησης 1

<i>Τεχνική</i>	<i>Χρόνος ολοκλήρωσης της συνολικής παραγωγής (h)</i>	<i>CPU (s)</i>
Τεχνική 1	131.4	81.6
Τεχνική 2	132.7	602.3
Τεχνική 3	128.7	27.1
Relative gap (%)		0

Στην περίπτωση που η μονάδα δεν υφίσταται περιορισμούς συνδεσιμότητας η τεχνική 1 φαίνεται πιο αποδοτική σε σχέση με τις υπόλοιπες ως προς την βέλτιστη λύση του χρόνου ολοκλήρωσης της συνολικής παραγωγής για το Σενάριο Ζήτησης 1, ωστόσο η επίλυση του Μαθηματικού Μοντέλου Γ είναι ελάχιστα πιο αργή σε σχέση με τις άλλες τεχνικές. Αντίθετα, στην περίπτωση που η μονάδα υφίσταται σε ανάλογους περιορισμούς η τεχνική 3 λειτουργεί πιο αποδοτικά.

Στην τεχνική διάσπασης παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον η πολύ ταχύτερη επίλυση του ίδιου μαθηματικού μοντέλου σε σχέση με την αντίστοιχη της μονολιθικής προσέγγισης. Βέβαια, η βέλτιστη λύση ως προς τον ελάχιστο χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής είναι ελαφρώς χειρότερη στην περίπτωση της εφαρμογής της τεχνικής διάσπασης. Ειδικότερα, παρατηρείται αύξηση του χρονικού ορίζοντα κατά ~1 ώρα ή ~1% για την περίπτωση που δεν υπάρχουν περιορισμοί συνδεσιμότητας και κατά ~2.5 ώρες ή ~ 2% για την περίπτωση που η μονάδα υφίσταται σε περιορισμούς συνδεσιμότητας.

Ο Πίνακας Γ.1 του Παραρτήματος Γ παρουσιάζει την πορεία επίλυσης των υποπροβλημάτων για το Σενάριο Ζήτησης 1 και τα χαρακτηριστικά του Μαθηματικού Μοντέλου Γ για την περίπτωση που δεν υπάρχουν περιορισμοί συνδεσιμότητας. Ακόμα, στο Παράρτημα Γ υπάρχουν αναλυτικοί πίνακες χρονικής αξιοποίησης των γραμμών παραγωγής (Πίνακας Γ.2), του χρόνου έναρξης και ολοκλήρωσης των διεργασιών για όλες τις παρτίδες των προϊόντων (Πίνακες Γ.3 και Γ.4) και τα διαγράμματα Gantt για τον κυκλικό προγραμματισμό της παραγωγής χωρίς και με περιορισμούς συνδεσιμότητας, όπως προκύπτουν από την τεχνική διάσπασης (Σχήματα Γ.1 και Γ.2).

4.3.2 Βέλτιστος κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής – Σενάριο Ζήτησης 2

Ο ελάχιστος κυκλικός χρόνος παραγωγής κάθε προϊόντος για το Σενάριο Ζήτησης 2 παρατίθεται στον Πίνακα 14.

Πίνακας 14. Ελάχιστος κυκλικός χρόνος προϊόντων χωρίς ή με περιορισμούς συνδεσιμότητας, Σενάριο Ζήτησης 2

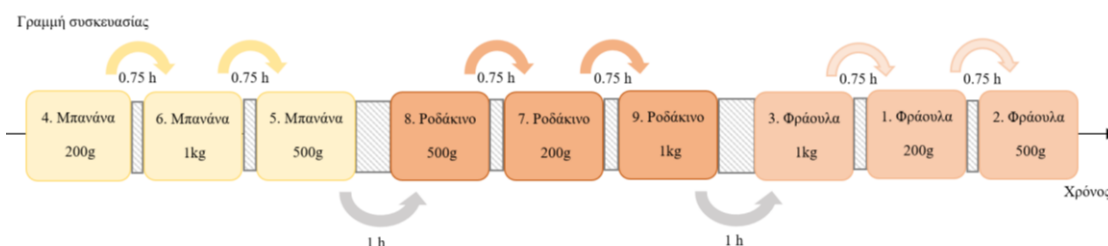
<i>Προϊόν</i>	<i>NB</i>	<i>Ελάχιστος κυκλικός χρόνος, χωρίς περιορισμούς συνδεσιμότητας (ώρες)</i>	<i>Ελάχιστος κυκλικός χρόνος, με περιορισμούς συνδεσιμότητας (ώρες)</i>
1. Φράουλα - 200g	4	1.5	1.5
2. Φράουλα - 500g	6	1.5	1.5
3. Φράουλα - 1kg	4	1.5	1.5
4. Μπανάνα - 200g	3	1.5	1.5
5. Μπανάνα - 500g	4	1.5	1.5
6. Μπανάνα - 1kg	2	1.5	1.5
7. Ροδάκινο – 200g	5	1.5	1.5
8. Ροδάκινο – 500g	6	1.5	1.5
9. Ροδάκινο – 1kg	5	1.5	1.5

Το Σενάριο Ζήτησης 2 διαφέρει ως προς τον συνολικό αριθμό των τελικών προϊόντων σε σχέση με το Σενάριο Ζήτησης 1, επομένως η εύρεση του ελάχιστου χρόνου εναλλαγών μεταξύ των διαφορετικών διαδοχικών προϊόντων κρίνεται αναγκαία και σε αυτή την περίπτωση. Τα αποτελέσματα παρατίθενται στον Πίνακα 15.

Πίνακας 15. Αποτελέσματα για τον ελάχιστο χρόνο εναλλαγών - Σενάριο Ζήτησης 2

Εξισώσεις	479
Μεταβλητές	199
<i>Συνεχείς</i>	79
<i>Διαδικές</i>	120
CPU (s)	0.08
Ελάχιστος χρόνος εναλλαγών (h)	6.5
Relative gap (%)	0

Η βέλτιστη αλληλουχία παραγωγής των προϊόντων στην γραμμή συσκευασίας, ώστε να επιτευχθεί ο ελάχιστος χρόνος εναλλαγών αναπαρίσταται στο Σχήμα 27.



Σχήμα 27. Βέλτιστη αλληλουχία παραγωγής προϊόντων στην γραμμή συσκευασίας – Σενάριο Ζήτησης 2

Στην συνέχεια, επιδιώκεται η ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής σε περιβάλλον κυκλικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής. Τα αποτελέσματα παρατίθενται στον Πίνακα 16.

Πίνακας 16. Αποτελέσματα για τον ελάχιστο χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 2, μονολιθική προσέγγιση

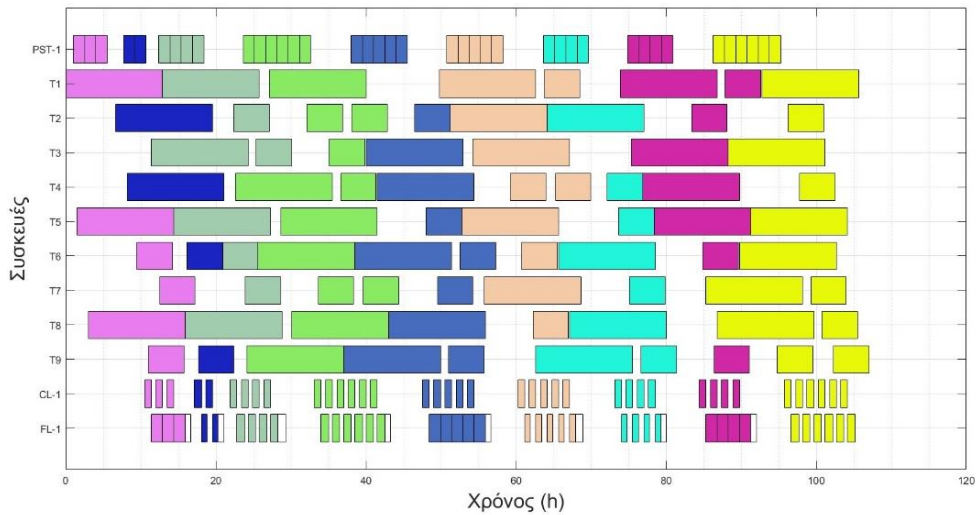
	Χωρίς περιορισμούς συνδεσιμότητας	Με περιορισμούς συνδεσιμότητας
Εξισώσεις	58803	61449
Μεταβλητές	6175	6445
<i>Συνεχείς</i>	391	391
<i>Διαδικές</i>	5784	6054
CPU (s)	23233	40157
Ελάχιστος χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής (h)	107.0	111.7
Relative gap (%)	27.5	33.3
Πραγματικός χρόνος εύρεσης λύσης (s)	7884	23580

Παρατηρείται ότι το Μαθηματικό Μοντέλο Γ παρουσιάζει μία αρκετά μεγάλη απόκλιση από την θεωρητικά βέλτιστη τιμή για το συγκεκριμένο σενάριο ζήτησης και τις περιπτώσεις χωρίς ή με περιορισμούς συνδεσιμότητας, αντίστοιχα, παρόλο που το μέγεθος του μαθηματικού μοντέλου είναι αισθητά μικρότερο από το αντίστοιχο του Σεναρίου Ζήτησης 1. Ακόμα, από το Πίνακα 16 φαίνεται ότι η αύξηση του ελάχιστου

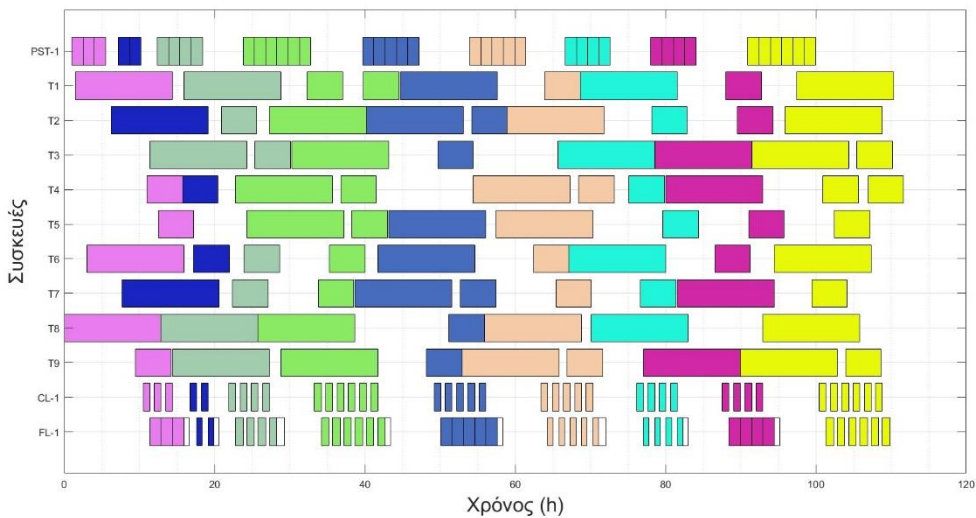
χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής, λόγω της εισαγωγής των περιορισμών συνδεσιμότητας, δεν είναι ποσοστιαία τόσο μεγάλη (αύξηση ~ 5 ωρών) όσο στην περίπτωση του Σεναρίου Ζήτησης 1 (Πίνακας 10). Στα Σχήματα 28 και 29 απεικονίζονται τα διαγράμματα Gantt για τις δύο περιπτώσεις.

Πίνακας 17. Υπόμνημα προϊόντων για τα διαγράμματα Gantt των Σχημάτων 28 και 29

■ Μπανάνα – 200g	■ Μπανάνα – 1kg	■ Μπανάνα – 500g
■ Ροδάκινο – 500g	■ Ροδάκινο – 200g	■ Ροδάκινο – 1kg
■ Φράουλα – 1kg	■ Φράουλα – 200g	■ Φράουλα – 500g
 Εναλλαγή		

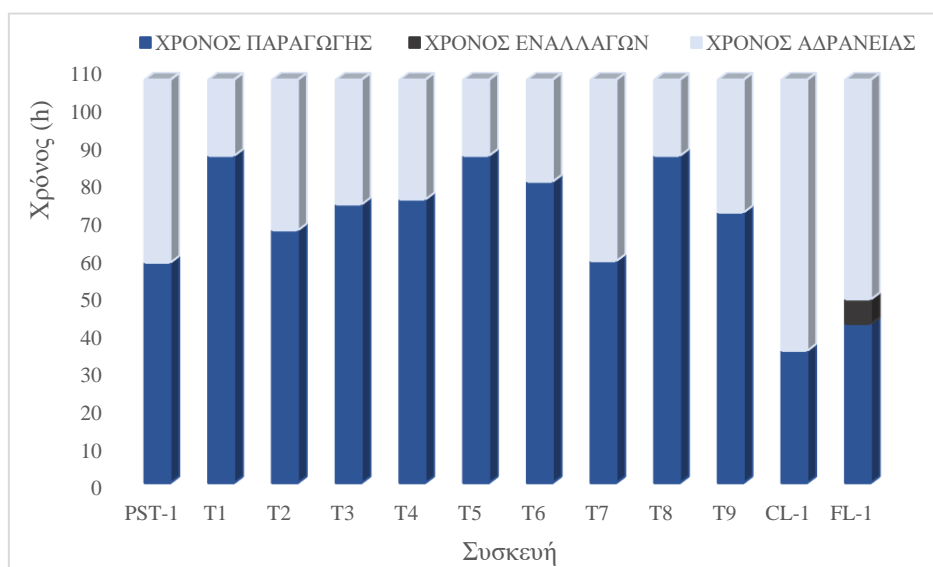


Σχήμα 28. Διάγραμμα Gantt χωρίς περιορισμούς συνδεσιμότητας, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 2 – μονολιθική προσέγγιση

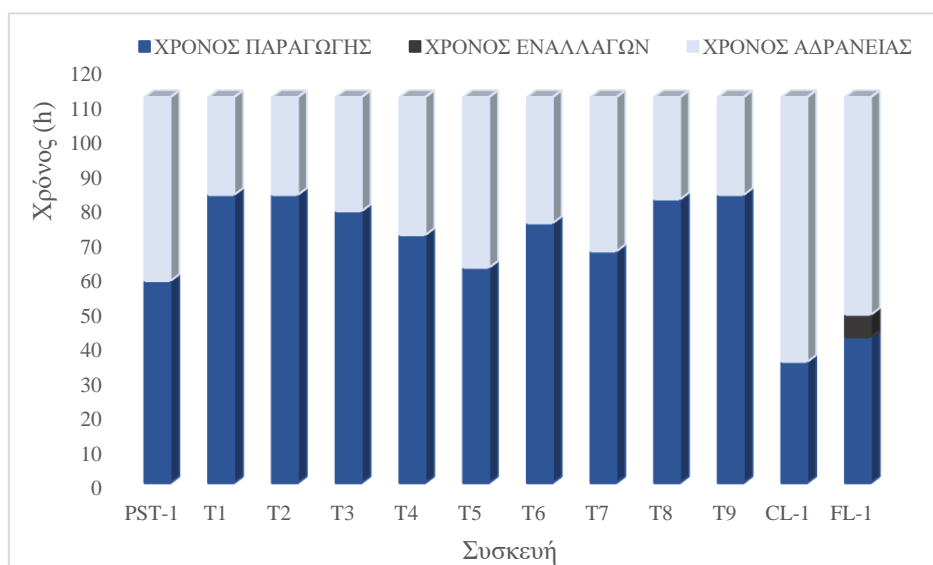


Σχήμα 29. Διάγραμμα Gantt με περιορισμούς συνδεσιμότητας, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 2 – μονολιθική προσέγγιση

Η χρονική αξιοποίηση των γραμμών παραγωγής απεικονίζεται στα Σχήματα 30 και 31. Στην περίπτωση που η μονάδα δεν υφίσταται περιορισμούς συνδεσιμότητας ο χρόνος παραγωγής είναι ελαφρώς υψηλότερος και ο νεκρός χρόνος χαμηλότερος, ως ποσοστά του χρονικού ορίζοντα ολοκλήρωσης της παραγωγής, από την περίπτωση που υπάρχουν περιορισμοί συνδεσιμότητας. Επομένως, στην πρώτη περίπτωση η χρονική αξιοποίηση των μονάδων παραγωγής είναι καλύτερη (μείωση του συνολικού μέσου χρόνου αδράνειας κατά ~ 11%), όπως άλλωστε αναμένεται από την μικρή διαφορά στους χρόνους ολοκλήρωσης της συνολικής παραγωγής σε κάθε περίπτωση.



Σχήμα 30. Γράφημα χρονικής αξιοποίησης γραμμών παραγωγής χωρίς περιορισμούς συνδεσιμότητας, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 2



Σχήμα 31. Γράφημα χρονικής αξιοποίησης γραμμών παραγωγής με περιορισμούς συνδεσιμότητας, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 2

Στην συνέχεια, το πρόβλημα του Σεναρίου Ζήτησης 2 προσεγγίζεται με την τεχνική διάσπασης. Αφού πραγματοποιηθεί η σχετική μελέτη των τριών τεχνικών που παρουσιάζονται στην υποενότητα 3.6, εξάγονται τα αποτελέσματα που φαίνονται στον Πίνακα 18.

Πίνακας 18. Αποτελέσματα για τον ελάχιστο χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 2, τεχνική διάσπασης

	Χωρίς περιορισμούς συνδεσιμότητας	Με περιορισμούς συνδεσιμότητας
Τεχνική	Τεχνική 3	Τεχνική 3
CPU (s)	22.7	27.7
Ελάχιστος χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής (h)	109.0	114.5
Relative gap (%)	0	0

Η τεχνική 3 αποδεικνύεται πιο αποδοτική και στις δύο περιπτώσεις των περιορισμών συνδεσιμότητας όσον αφορά στο Σενάριο Ζήτησης 2. Η επίλυση του Μαθηματικού Μοντέλου Γ είναι πολύ ταχύτερη σε σχέση με την αντίστοιχη της μονολιθικής προσέγγισης, ωστόσο η βέλτιστη λύση ως προς τον ελάχιστο χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής είναι ξανά ελαφρώς χειρότερη. Ειδικότερα, παρατηρείται αύξηση του χρονικού ορίζοντα κατά ~ 2 ώρες ή ~ 2% για την περίπτωση που δεν υπάρχουν περιορισμοί συνδεσιμότητας και κατά ~ 3 ώρες ή ~ 2.5% για την περίπτωση που η μονάδα υφίσταται περιορισμούς συνδεσιμότητας. Στο Παράρτημα Γ παρατίθενται αναλυτικοί πίνακες χρονικής αξιοποίησης των γραμμών παραγωγής (Πίνακας Γ.5) και τα διαγράμματα Gantt για τον κυκλικό προγραμματισμό της παραγωγής χωρίς και με περιορισμούς συνδεσιμότητας, όπως προκύπτουν από την τεχνική διάσπασης (Σχήματα Γ.3 και Γ.4).

4.3.3 Βέλτιστος κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής – Σενάριο Ζήτησης 3 (βασικό σενάριο)

Στην υποενότητα αυτή μελετάται ο βέλτιστος κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής του βασικού σεναρίου ζήτησης των προϊόντων της μονάδας παραγωγής γιαουρτιών. Ταυτόχρονα, εξετάζεται και η περίπτωση που η μονάδα διαθέτει 3 δοχεία επιπλέον για την εκτέλεση των διεργασιών της ζύμωσης και της αποθήκευσης και πραγματοποιείται άμεση σύγκριση μεταξύ των αποτελεσμάτων των δύο περιπτώσεων. Η πορεία που ακολουθείται για την εύρεση του βέλτιστου κυκλικού χρονοπρογραμματισμού της παραγωγής είναι ακριβώς η ίδια με αυτή που εφαρμόζεται στα προηγούμενα δύο σενάρια ζήτησης. Υπενθυμίζεται ότι στο συγκεκριμένο σενάριο ζήτησης δεν μελετάται η επίδραση των περιορισμών συνδεσιμότητας.

Ο ελάχιστος κυκλικός παραγωγής των προϊόντων στις δύο περιπτώσεις αριθμού των συνολικών δοχείων ζύμωσης/αποθήκευσης παρατίθεται στον Πίνακα 19.

Πίνακας 19. Ελάχιστος κυκλικός χρόνος προϊόντων με 9 ή 12 δοχεία, Σενάριο Ζήτησης 3

<i>Προϊόν</i>	<i>NB</i>	<i>Ελάχιστος κυκλικός χρόνος, 9 δοχεία (ώρες)</i>	<i>Ελάχιστος κυκλικός χρόνος, 12 δοχεία (ώρες)</i>
1. Φράουλα - 200g	8	2.032	1.5
2. Φράουλα - 500g	6	1.5	1.5
3. Φράουλα - 1kg	4	1.5	1.5
4. Μπανάνα - 200g	6	1.5	1.5
5. Μπανάνα - 500g	4	1.5	1.5
6. Μπανάνα - 1kg	2	1.5	1.5
7. Ροδάκινο – 200g	9	2.032	1.577
8. Ροδάκινο – 500g	6	1.5	1.5
9. Ροδάκινο – 1kg	5	1.5	1.5

Ο ελάχιστος χρόνος εναλλαγών μεταξύ των διαφορετικών διαδοχικών προϊόντων στην γραμμή παραγωγής της συσκευασίας και επομένως η βέλτιστη αλληλουχία παραγωγής τους είναι ακριβώς η ίδια με αυτή που παρουσιάζεται για το Σενάριο Ζήτησης 2 (Σχήμα 27), αφού το μίγμα των προϊόντων είναι το ίδιο και ισούται με 6.5 ώρες.

Ακολούθως, μελετάται ο ελάχιστος χρόνος ολοκλήρωσης της παραγωγής για τις δύο περιπτώσεις συνολικού αριθμού των δοχείων. Τα αποτελέσματα που

προκύπτουν από την επίλυση του Μαθηματικού Μοντέλου Γ παρουσιάζονται στον Πίνακα 20.

Πίνακας 20. Αποτελέσματα για τον ελάχιστο χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής με 9 ή 12 δοχεία, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 3, μονολιθική προσέγγιση

	9 ΔΟΧΕΙΑ	12 ΔΟΧΕΙΑ
Εξισώσεις	99674	129866
Μεταβλητές	9945	10258
<i>Συνεχείς</i>	511	511
<i>Διαδικές</i>	9434	9747
CPU (s)	36897	16983
Ελάχιστος χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής (h)	129.2	96.8
Relative gap (%)	21.3	3.79
Πραγματικός χρόνος εύρεσης λύσης (s)	34200	5724

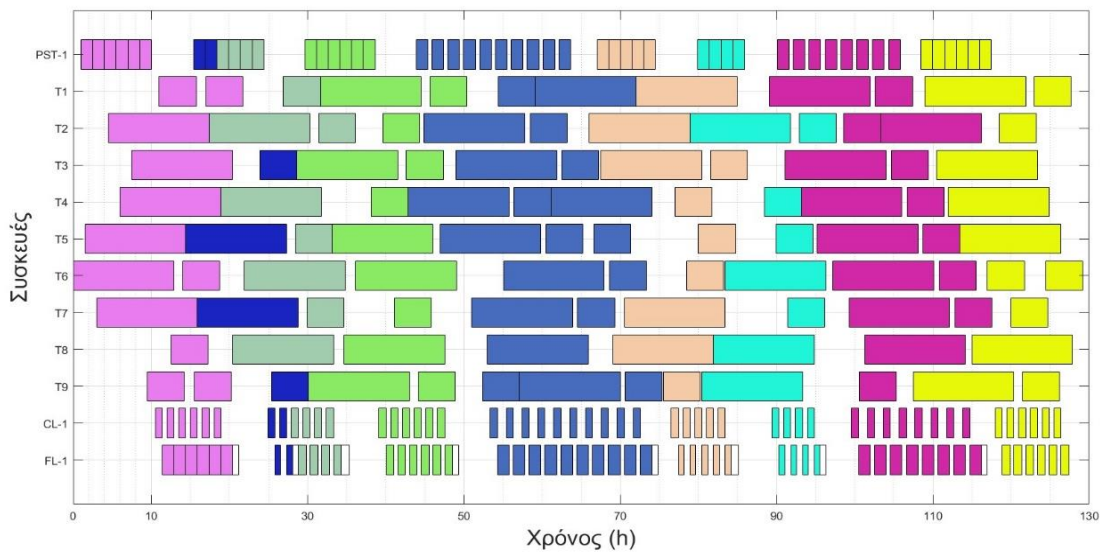
Όσον αφορά στην υπολογιστική απόδοση του Μαθηματικού Μοντέλου Γ, παρατηρείται ότι αυτό παρουσιάζει σημαντική απόκλιση από την θεωρητικά βέλτιστη τιμή στην περίπτωση που η μονάδα διαθέτει 9 δοχεία σε σύγκριση με αυτή των 12 δοχείων, παρόλο που στην δεύτερη περίπτωση το μέγεθος του μαθηματικού μοντέλου είναι μεγαλύτερο. Αυτό συμβαίνει γιατί το πρόβλημα είναι υπολογιστικά πιο απλό. Το σημείο συμφόρησης της παραγωγικής διαδικασίας (*bottleneck*) είναι ξεκάθαρο και έχει μετακινηθεί στη μία γραμμή συσκευασίας, και συνεπώς είναι πιο εύκολο για τον επιλυτή να βρει καλή λύση. Παράλληλα, ο χρόνος εύρεσης της λύσης στην περίπτωση των 12 δοχείων είναι αισθητά μικρότερος από τον αντίστοιχο στην περίπτωση των 9 δοχείων (~83% μείωση του χρόνου ή ~8 ώρες πιο ταχεία εύρεση λύσης).

Η προσθήκη τριών επιπλέον δοχείων στην δομή της – υπό μελέτη – μονάδας παραγωγής γιαουρτιών συνεπάγεται σε αρκετά μεγάλη μείωση του χρονικού ορίζοντα ολοκλήρωσης της παραγωγής (~ 32.5 ώρες μείωση του συνολικού χρόνου). Στα Σχήματα 32 και 33 απεικονίζονται τα διαγράμματα Gantt για τις δύο περιπτώσεις. Επισημαίνεται ότι τα συγκεκριμένα διαγράμματα έχουν διαφορετικό άξονα του χρόνου

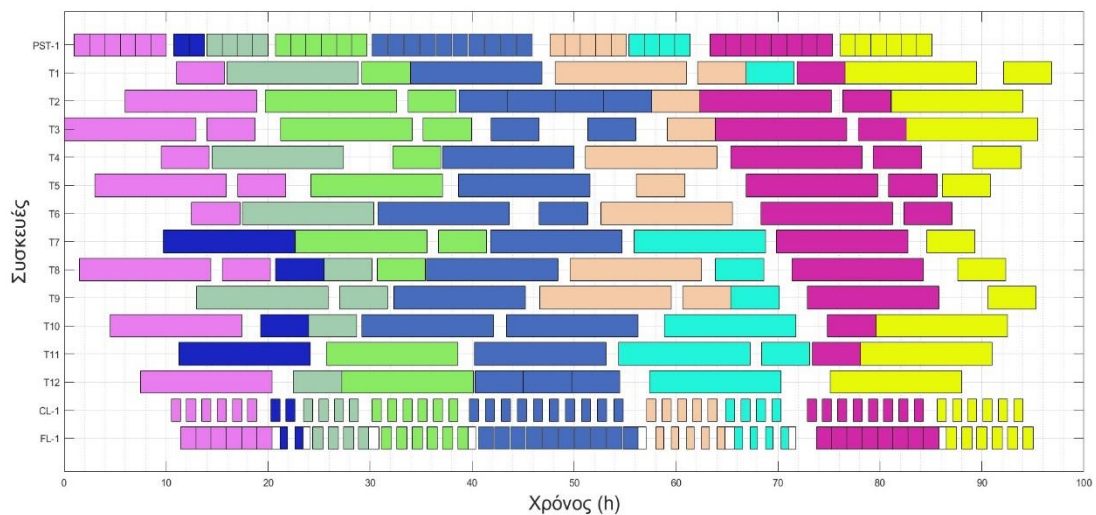
για την καλύτερη αναπαράσταση του χρονοπρογραμματισμού της παραγωγής σε κάθε περίπτωση.

Πίνακας 21. Υπόμνημα προϊόντων για τα διαγράμματα Gantt των Σχημάτων 32 και 33

■ Μπανάνα – 200g	■ Μπανάνα – 1kg	■ Μπανάνα – 500g
■ Ροδάκινο – 500g	■ Ροδάκινο – 200g	■ Ροδάκινο – 1kg
■ Φράουλα – 1kg	■ Φράουλα – 200g	■ Φράουλα – 500g
 Εναλλαγή		

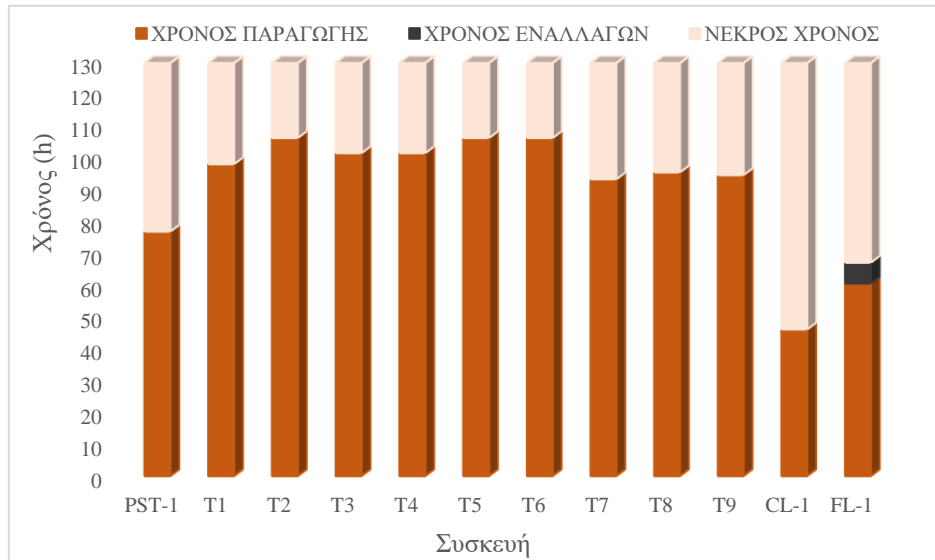


Σχήμα 32. Διάγραμμα Gantt περίπτωσης 9 δοχείων, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 3 – μονολιθική προσέγγιση

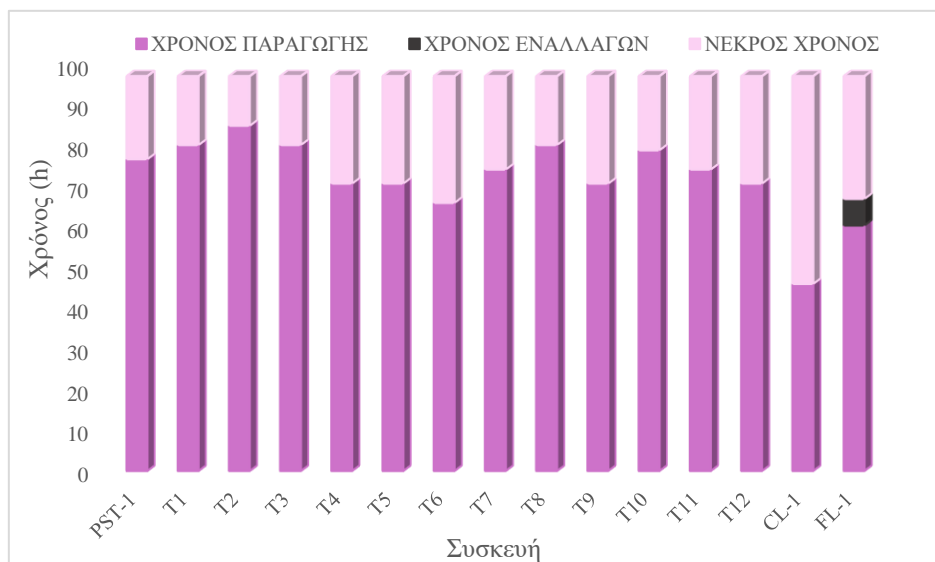


Σχήμα 33. Διάγραμμα Gantt περίπτωσης 12 δοχείων, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 3 – μονολιθική προσέγγιση

Ακολουθώς, στα Σχήματα 34 και 35 παρατίθενται γραφήματα για την αξιολόγηση της χρονικής αξιοποίησης των γραμμών παραγωγής της μονάδας και την σύγκριση αυτής για τις δύο περιπτώσεις που εξετάζονται στο συγκεκριμένο σενάριο ζήτησης.

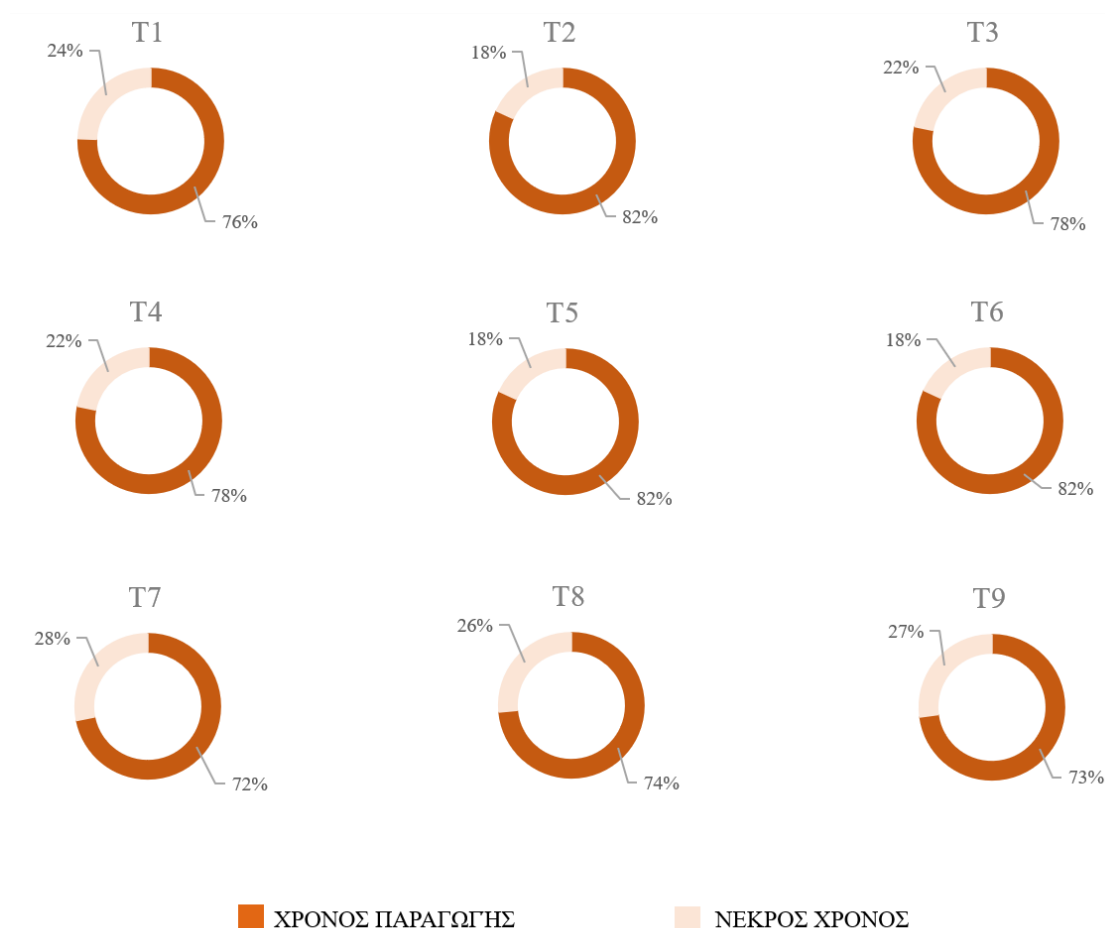


Σχήμα 34. Γράφημα χρονικής αξιοποίησης γραμμών παραγωγής 9 δοχείων, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 3

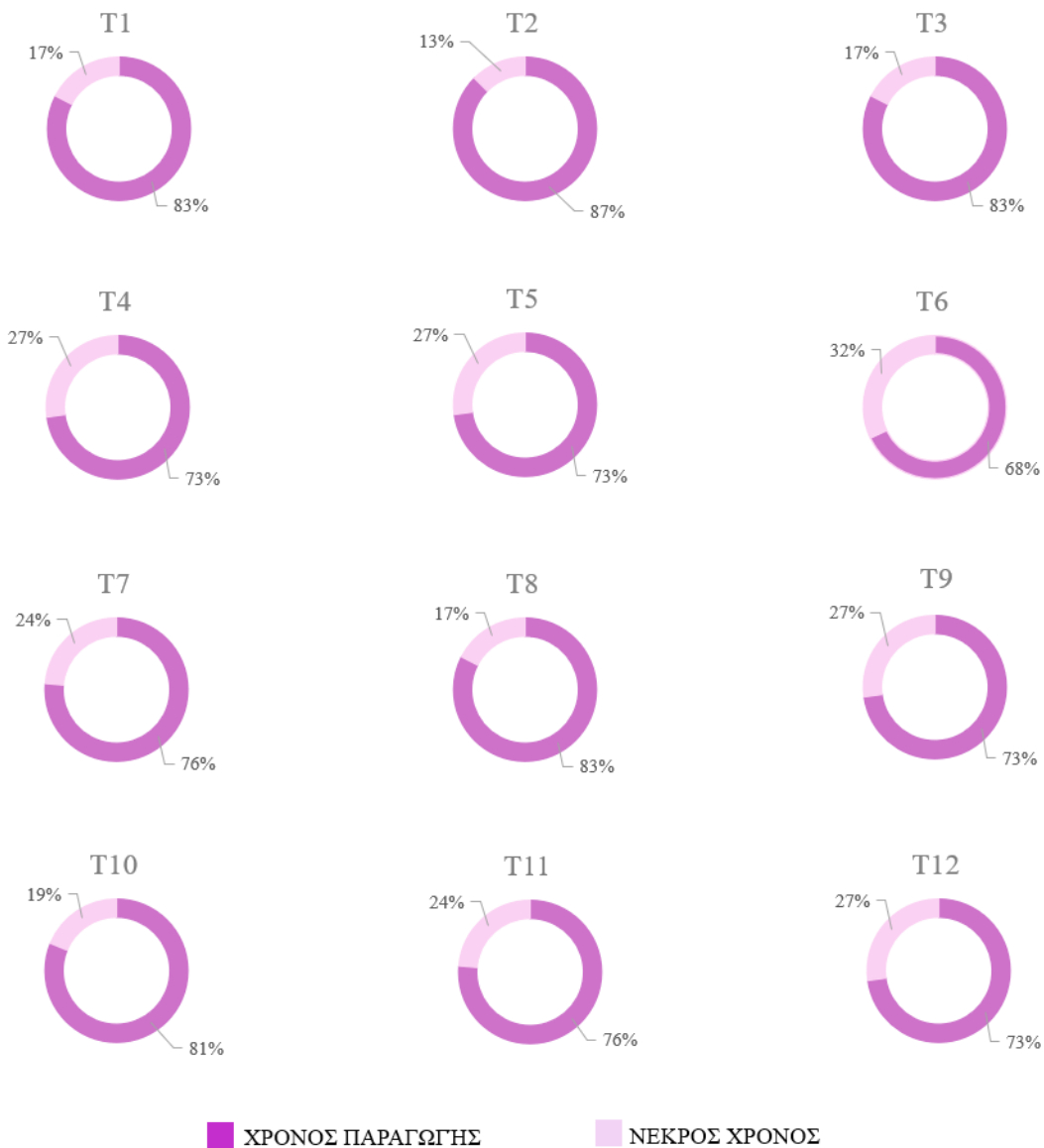


Σχήμα 35. Γράφημα χρονικής αξιοποίησης γραμμών παραγωγής 12 δοχείων, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 3

Από τα Σχήματα 34 και 35 προκύπτει ότι η χρονική αξιοποίηση των γραμμών παραγωγής στην περίπτωση που η μονάδα διαθέτει 12 δοχεία ζύμωσης/αποθήκευσης είναι καλύτερη από την περίπτωση που η μονάδα διαθέτει 9 δοχεία (μείωση του συνολικού μέσου χρόνου αδράνειας κατά ~37%). Συνοψίζοντας, με 12 δοχεία μπορεί να επιτευχθεί μικρότερος χρόνος ολοκλήρωσης της συνολικής παραγωγής με καλύτερη χρονικά αξιοποίηση των γραμμών παραγωγής, κατά μέσο όρο, για το συγκεκριμένο σενάριο ζήτησης. Η απόφαση, λοιπόν, για την ενδεχόμενη προσθήκη παραπάνω δοχείων για τις διεργασίες της ζύμωσης και της αποθήκευσης πρέπει να αποτελέσει αντικείμενο περαιτέρω οικονομικής μελέτης για το αν αυτή είναι συμφέρουσα ή όχι. Συμπληρωματικά, παρατίθενται σχετικά διαγράμματα πίτας που απεικονίζουν την χρονική αξιοποίηση των δοχείων ζύμωσης/αποθήκευσης ως ποσοστά του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής για τις δύο περιπτώσεις (Σχήματα 36 και 37).



Σχήμα 36. Χρονική αξιοποίηση 9 δοχείων ζύμωσης/αποθήκευσης, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 3



Σχήμα 37. Χρονική αξιοποίηση 12 δοχείων ζύμωσης/αποθήκευσης, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 3

Στην συνέχεια, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της τεχνικής διάσπασης που αναπτύσσεται για το ίδιο σενάριο ζήτησης και τις περιπτώσεις των 9 και 12 δοχείων. Τα αποτελέσματα της τεχνικής διάσπασης παρατίθενται στον Πίνακα 22, εφόσον έχει προηγηθεί η ανάλυση της αποδοτικότητας των τριών τεχνικών της προσέγγισης του προβλήματος.

Πίνακας 22. Αποτελέσματα για τον ελάχιστο χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 3, τεχνική διάσπασης

	9 ΔΟΧΕΙΑ	12 ΔΟΧΕΙΑ
Τεχνική	Τεχνική 2	Τεχνική 3
CPU (s)	78.0	104.8
Ελάχιστος χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής (h)	129.4	100.8
Relative gap (%)	0	0

Στην περίπτωση των 9 δοχείων η τεχνική 2 λειτουργεί πιο αποδοτικά και η βέλτιστη λύση ως προς τον ελάχιστο χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής είναι πολύ κοντά σε σχέση με αυτήν της μονολιθικής προσέγγισης (μόλις 0.2 ώρες αύξηση του χρονικού ορίζοντα). Επομένως, στην περίπτωση των 9 δοχείων η τεχνική διάσπασης υπερτερεί έναντι της μονολιθικής προσέγγισης, αν αναλογιστεί κανείς ότι η επίλυση του Μαθηματικού Μοντέλου Γ είναι πολύ ταχύτερη (σχεδόν 100 % πιο γρήγορη). Από την άλλη πλευρά, για την περίπτωση των 12 δοχείων η τεχνική 3 είναι πιο αποδοτική και η βέλτιστη λύση ως προς τον ελάχιστο χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής αποκλίνει κατά 4 ώρες από την αντίστοιχη της μονολιθικής προσέγγισης. Στο Παράρτημα Γ παρατίθενται πίνακες σχετικά με την χρονική αξιοποίηση των γραμμών παραγωγής (Πίνακας Γ.6) και τα διαγράμματα Gantt για τον κυκλικό προγραμματισμό της παραγωγής με 9 και 12 δοχεία για τις διεργασίες της ζύμωσης και της αποθήκευσης, όπως προκύπτουν από την τεχνική διάσπασης (Σχήματα Γ.5 και Γ.6).

4.3.4 Βέλτιστος κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής – Σενάριο Ζήτησης

4

Στην παρούσα υποενότητα μελετάται το τελευταίο σενάριο ζήτησης, το οποίο είναι αυξημένο σε σύγκριση με τα τρία προηγούμενα, ώστε να εξεταστεί η απόκριση του προτεινόμενου μαθηματικού πλαισίου στην εξασφάλιση ενός εφικτού κυκλικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής της – υπό μελέτη – μονάδας. Το Σενάριο Ζήτησης 4 αφορά στην παραγωγή των 9 τελικών προϊόντων, με 12 δοχεία διαθέσιμα για την εκτέλεση των διεργασιών της ζύμωσης και της αποθήκευσης χωρίς να υφίστανται κάποιο περιορισμό σχετικά με την μεταξύ τους συνδεσιμότητα. Η πορεία που

ακολουθείται για την εύρεση του βέλτιστου κυκλικού χρονοπρογραμματισμού της παραγωγής ταυτίζεται με αυτή που εφαρμόζεται στα προηγούμενα σενάρια ζήτησης.

Αρχικά, υπολογίζεται ο ελάχιστος κυκλικός χρόνος κάθε προϊόντος του Σεναρίου Ζήτησης 4. Τα αποτελέσματα παρατίθενται στον Πίνακα 23 όπως προκύπτουν από την επίλυση του Μαθηματικού Μοντέλου Α.

Πίνακας 23. Ελάχιστος κυκλικός χρόνος προϊόντων χωρίς ή με περιορισμούς συνδεσιμότητας, Σενάριο Ζήτησης 4

<i>Προϊόν</i>	<i>NB</i>	<i>Ελάχιστος κυκλικός χρόνος (ώρες)</i>
1. Φράουλα - 200g	9	1.577
2. Φράουλα - 500g	7	1.5
3. Φράουλα - 1kg	5	1.5
4. Μπανάνα - 200g	7	1.5
5. Μπανάνα - 500g	5	1.5
6. Μπανάνα - 1kg	3	1.5
7. Ροδάκινο – 200g	9	1.577
8. Ροδάκινο – 500g	7	1.5
9. Ροδάκινο – 1kg	6	1.5

Το μίγμα των προϊόντων στο Σενάριο Ζήτησης 4 παραμένει το ίδιο όπως αυτό στα Σενάρια Ζήτησης 2 και 3 και συνεπώς ο ελάχιστος χρόνος εναλλαγών των προϊόντων στην γραμμή της συσκευασίας ισούται ξανά με 6.5 ώρες. Στο σημείο αυτό πρέπει να τονιστεί ότι ο αριθμός των παρτίδων του κάθε προϊόντος δεν επηρεάζει τον ελάχιστο χρόνο εναλλαγών, εφόσον η μονάδα ακολουθεί πολιτική ενιαίας ολοκλήρωσης των παραγγελιών και επομένως οι εναλλαγές που πραγματοποιούνται αφορούν μόνο στην τελευταία παρτίδα κάποιου προϊόντος και την πρώτη παρτίδα του επόμενου. Υπενθυμίζεται ότι ο χρόνος εναλλαγής μεταξύ παρτίδων του ίδιου προϊόντος είναι μηδενικός.

Ακολουθώς, μελετάται η ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής σε περιβάλλον κυκλικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής. Τα αποτελέσματα παρατίθενται στον Πίνακα 24, όπως προκύπτουν από την επίλυση του Μαθηματικού Μοντέλου Γ, μονολιθικής προσέγγισης.

Πίνακας 24. Αποτελέσματα για τον ελάχιστο χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 4, μονολιθική προσέγγιση

Εξισώσεις	191647
Μεταβλητές	14633
Συνεχείς	621
Διαδικές	14012
CPU (s)	36823
Ελάχιστος χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής (h)	114.4
Relative gap (%)	3.37
Πραγματικός χρόνος εύρεσης λύσης (s)	26280

Αρχικά, παρατηρείται ότι το Μαθηματικό Μοντέλο Γ παρουσιάζει ξανά μία απόκλιση από την θεωρητικά βέλτιστη τιμή της τάξεως του ~3.5% για το συγκεκριμένο σενάριο ζήτησης. Εντούτοις, η απόκλιση αυτή είναι αρκετά μικρότερη σε σχέση με τα προηγούμενα σενάρια, αν ληφθεί υπόψη και το ιδιαίτερα αυξημένο μέγεθος του μοντέλου για το πρόβλημα ζήτησης που εξετάζεται στην παρούσα υποενότητα.

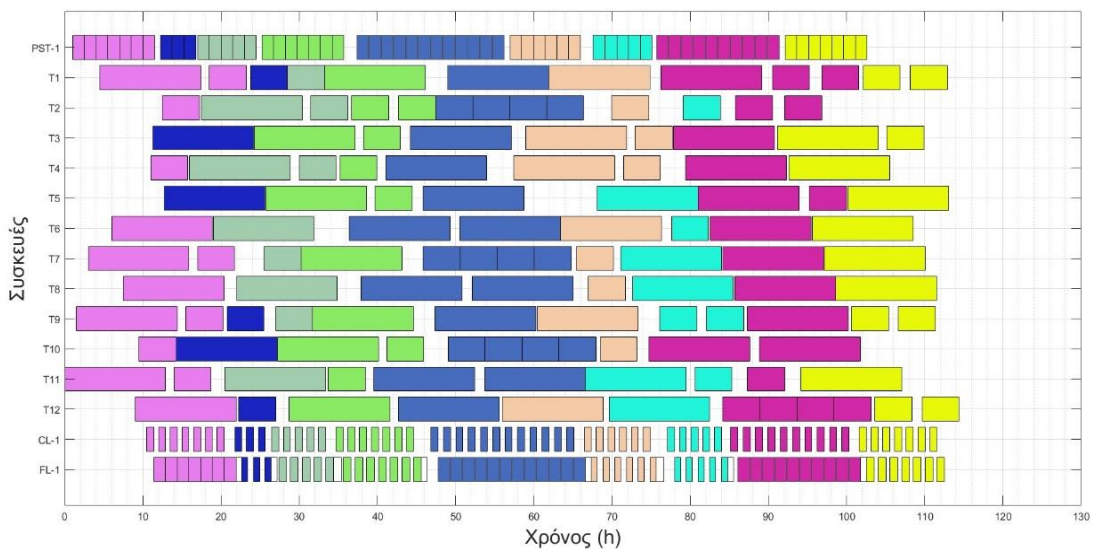
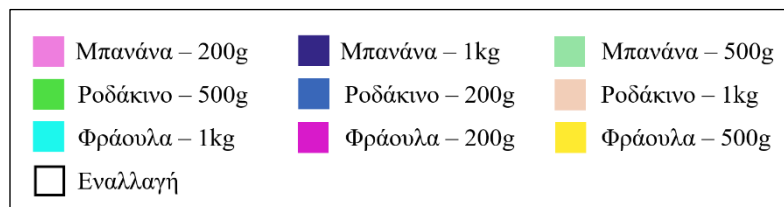
Στην συνέχεια, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της τεχνικής διάσπασης που αναπτύσσεται για το ίδιο σενάριο ζήτησης. Τα αποτελέσματα παρατίθενται στον Πίνακα 25, εφόσον έχει προηγηθεί η ανάλυση της αποδοτικότητας των τριών τεχνικών της προσέγγισης του προβλήματος.

Πίνακας 25. Αποτελέσματα για τον ελάχιστο χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 4, τεχνική διάσπασης

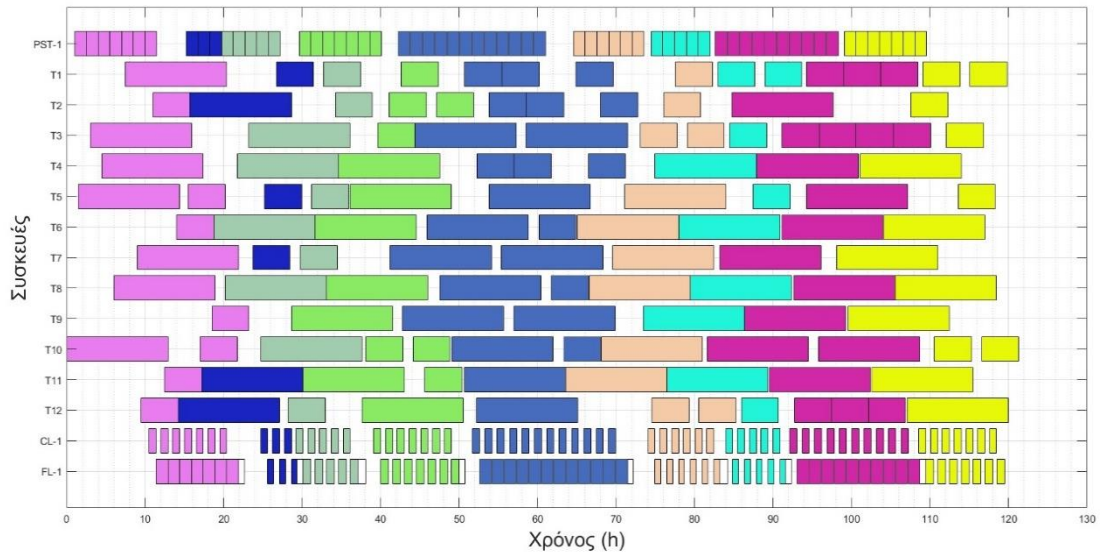
Τεχνική	Τεχνική 1
CPU (s)	78.0
Ελάχιστος χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής (h)	121.3
Relative gap (%)	0

Όσον αφορά στο Σενάριο Ζήτησης 4, η τεχνική 1 αποδεικνύεται πιο αποδοτική σε σχέση με τις υπόλοιπες ως προς την βέλτιστη λύση του χρόνου ολοκλήρωσης της συνολικής παραγωγής. Η επίλυση του Μαθηματικού Μοντέλου Γ είναι πολύ ταχύτερη σε σχέση με την αντίστοιχη της μονολιθικής προσέγγισης, ωστόσο η βέλτιστη λύση ως προς τον ελάχιστο χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής παρουσιάζει την μεγαλύτερη διαφορά μεταξύ των δύο προσεγγίσεων, μονολιθικής και τεχνικής διάσπασης (~7 ώρες αύξηση του χρονικού ορίζοντα ή ~6%). Στα Σχήματα 38 και 39 απεικονίζονται τα διαγράμματα Gantt για τις προσεγγίσεις.

Πίνακας 26. Υπόμνημα προϊόντων για τα διαγράμματα Gantt των Σχημάτων 38 και 39

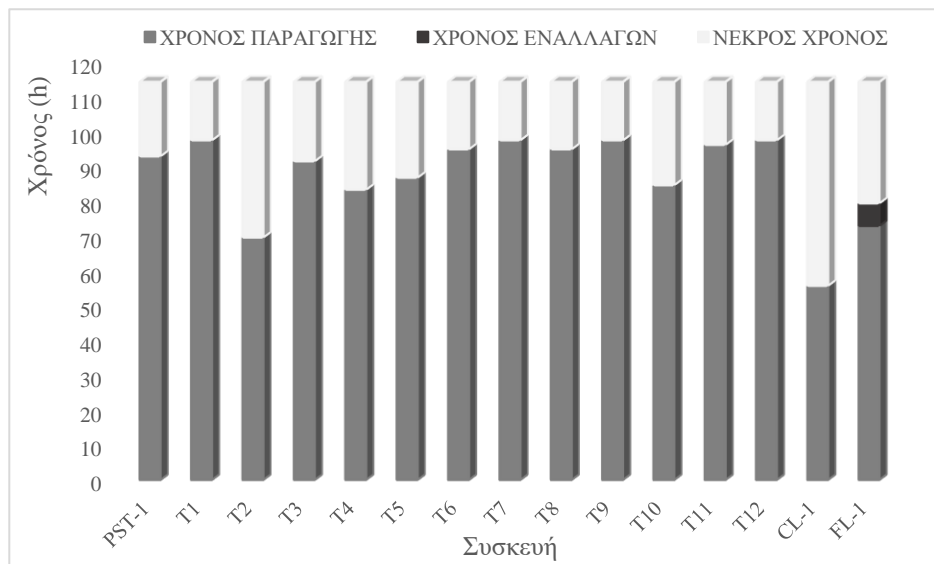


Σχήμα 38. Διάγραμμα Gantt, Σενάριο Ζήτησης 4, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – μονολιθική προσέγγιση

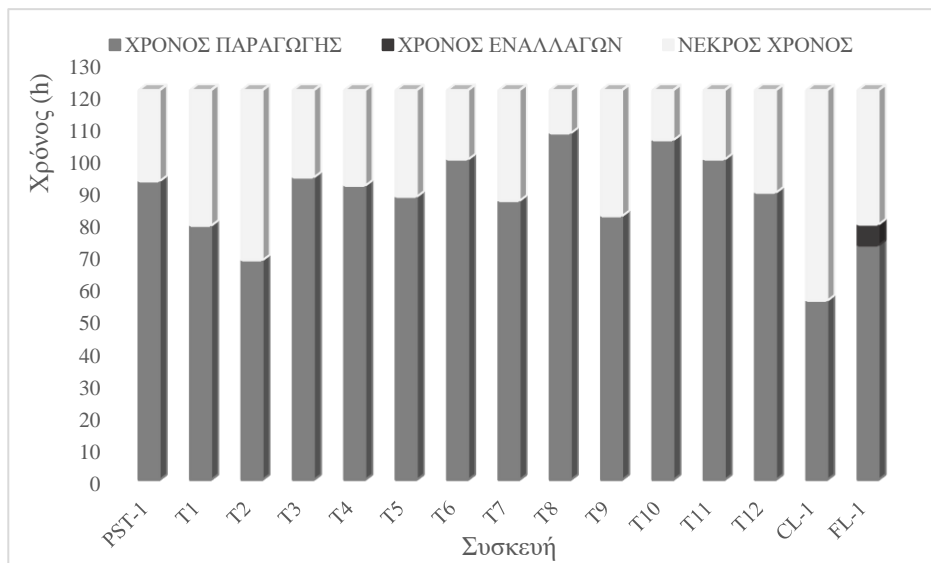


Σχήμα 39. Διάγραμμα Gantt, Σενάριο Ζήτησης 4, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – τεχνική διάσπασης

Η αξιολόγηση της χρονικής αξιοποίησης των γραμμών παραγωγής της μονάδας παρατίθεται στα Σχήματα 40 και 41 για την μονολιθική προσέγγιση και την τεχνική διάσπασης του Μαθηματικού Μοντέλου Γ, αντίστοιχα.



Σχήμα 40. Γράφημα χρονικής αξιοποίησης γραμμών παραγωγής, Σενάριο Ζήτησης 4, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – μονολιθική προσέγγιση



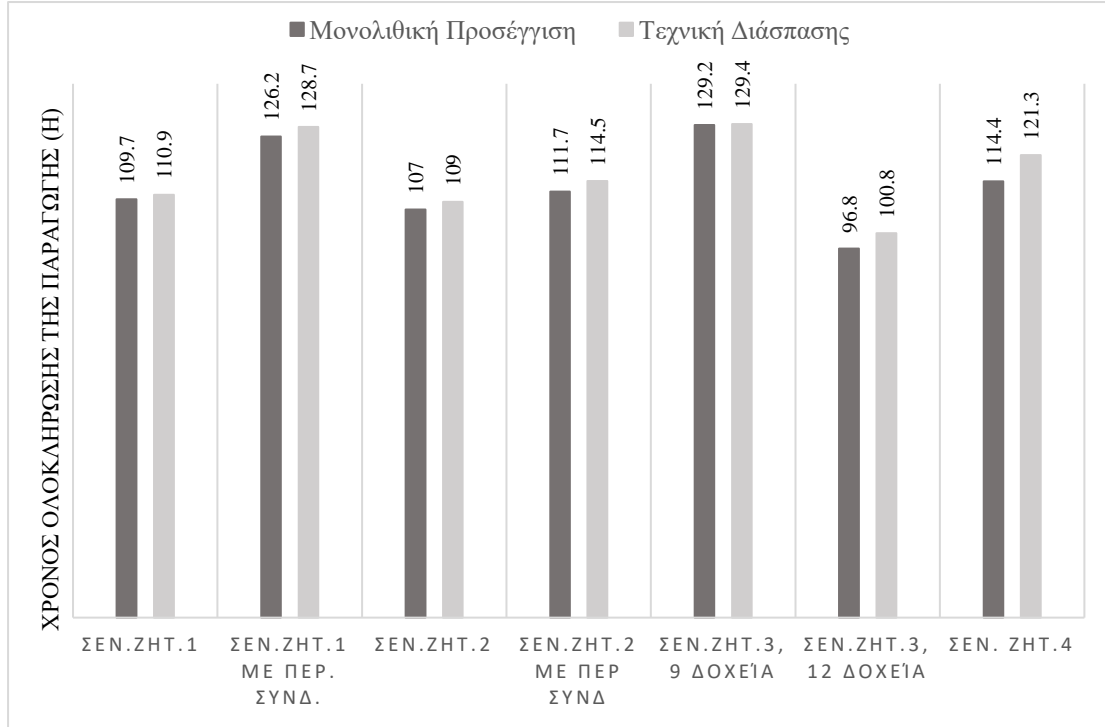
Σχήμα 41. Γράφημα χρονικής αξιοποίησης γραμμών παραγωγής, Σενάριο Ζήτησης 4, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – τεχνική διάσπασης

Ο νεκρός χρόνος ως ποσοστό του συνολικού χρόνου παραγωγής στην περίπτωση της τεχνικής διάσπασης του Μαθηματικού Μοντέλου Γ είναι αισθητά μεγαλύτερος από αυτόν της μονολιθικής προσέγγισης, σύμφωνα με τα γραφήματα των Σχημάτων 40 και 41. Αυτό άλλωστε αναμένεται, αφού ο χρονικός ορίζοντας ολοκλήρωσης της παραγωγής στην πρώτη περίπτωση διευρύνεται κατά περίπου 7 περίπου ώρες, με τον συνολικό χρόνο παραγωγής να παραμένει ο ίδιος και στις δύο περιπτώσεις. Επομένως, με την λύση της μονολιθικής προσέγγισης επιτυγχάνεται καλύτερη χρονική αξιοποίηση των γραμμών παραγωγής της – υπό εξέταση – μονάδας. Τέλος, παρατηρείται ότι οι αποφάσεις για την κατανομή των παρτίδων των προϊόντων στις συσκευές που εκτελούν τις διεργασίες της ζύμωσης και της αποθήκευσης (T1, T2, ..., T9) είναι διαφορετικές για τις δύο προσεγγίσεις επίλυσης του Μαθηματικού Μοντέλου Γ. Η συσκευή T1, φέρ' ειπείν, τίθεται σε λειτουργία για περισσότερες ώρες κατά την διάρκεια του χρονικού ορίζοντα στην περίπτωση της μονολιθικής προσέγγισης, για το συγκεκριμένο σενάριο ζήτησης.

4.3.5 Σύνοψη αποτελεσμάτων Μελέτης Περίπτωσης Β

Η παρούσα υποενοότητα αποσκοπεί στην σύνοψη των αποτελεσμάτων του κυκλικού χρονοπρογραμματισμού της μονάδας παραγωγής γιαουρτιών, για τα 4 διαφορετικά σενάρια ζήτησης που μελετώνται.

Το γράφημα του Σχήματος 42 συνοψίζει τους χρόνους ολοκλήρωσης της παραγωγής όπως προκύπτουν από την εφαρμογή του προτεινόμενου μαθηματικού πλαισίου και την επίλυση του Μαθηματικού Μοντέλου Γ μονολιθικής προσέγγισης, με γκρι σκούρο, και τεχνικής διάσπασης, με γκρι ανοιχτό χρώμα.



Σχήμα 42. Σύνοψη χρόνων ολοκλήρωσης της συνολικής παραγωγής, μονολιθική προσέγγιση και τεχνική διάσπασης – Μελέτη Περίπτωσης Β

Ακολούθως, παρατίθεται συγκεντρωτικός πίνακας των αποτελεσμάτων της Μελέτης Περίπτωσης Β. Ο Πίνακας 27 περιέχει στοιχεία που αφορούν στον χρόνο ολοκλήρωσης της συνολικής παραγωγής για κάθε σενάριο και τεχνική προσέγγισης του Μαθηματικού Μοντέλου Γ. Επιπλέον, συμπεριλαμβάνει χαρακτηριστικά σχετικά με την υπολογιστική απόκριση και απόδοση του μοντέλου, για κάθε περίπτωση.

Πίνακας 27. Αποτελέσματα Μελέτης Περίπτωσης Β

Σεν. Ζήτησης	Σεν. Ζήτησης 1		Σεν. Ζήτησης 2		Σεν. Ζήτησης 3		Σεν. Ζήτησης 4
	Χωρίς περιορ. συνδ.	Με περιορ. συνδ.	Χωρίς περιορ. συνδ.	Με περιορ. συνδ.	9 Δοχεία	12 Δοχεία	
Χαρακτηριστικά παραγωγής							-
Χρονικός ορίζοντας ολοκλήρωσης παραγωγής (h)							
Μονολ. προσεγ.	109.7	126.2	107.0	111.7	129.2	96.8	114.4
Τεχν. διάσπ.	110.9	128.7	109.0	114.5	129.4	100.8	121.3
Διαφορά (h)	1.2	2.5	2	2.8	0.2	4	6.9

Χρόνος εύρεσης βέλτιστης λύσης (s)							
<i>Μονολ. προσεγ.</i>	1195	1920	7884	23580	34200	5724	26280
<i>Τεχν. διάσπ.</i>	64.4	27.1	22.7	25.7	78.0	104.8	225.2
Διαφορά (h)	0.31	0.52	2.18	6.54	9.48	1.56	7.24
Relative gap (%)							
<i>Μονολ. προσεγ.</i>	3.45	10.17	27.5	33.3	21.3	3.79	3.37
<i>Τεχν. διάσπ.</i>	0	0	0	0	0	0	0
Τεχνική	Τεχν. 1	Τεχν. 3	Τεχν.3	Τεχν.3	Τεχν.2	Τεχν.3	Τεχν.1

4.4 Μελέτη Περίπτωσης Γ – Σύγκριση συμβατικού και κυκλικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής

Στην παρούσα υποενότητα παρατίθενται τα αποτελέσματα του Μαθηματικού Μοντέλου Δ, μέσω του οποίου επιδιώκεται η ελαχιστοποίηση του χρονικού ορίζοντα ολοκλήρωσης της παραγωγής σε ένα περιβάλλον συμβατικού χρονοπρογραμματισμού της βιομηχανίας παραγωγής γιαουρτιών, για τα Σενάρια Ζήτησης 2 και 3. Τα αποτελέσματα συγκρίνονται με αυτά του αντίστοιχου κυκλικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής (υποενότητες 4.3.2 και 4.3.3). Τονίζεται ότι ο ελάχιστος χρόνος εναλλαγών των διαφορετικών διαδοχικών προϊόντων στην γραμμή συσκευασίας και επομένως η βέλτιστη αλληλουχία παραγωγής τους ταυτίζονται, είτε η μονάδα λειτουργεί σε κυκλικό είτε σε συμβατικό περιβάλλον χρονοπρογραμματισμού, αφού το μίγμα των προϊόντων είναι ακριβώς το ίδιο, και επομένως η διαδικασία εύρεσης της σε αυτό το σημείο παραλείπεται. Η δομή της μονάδας για το Σενάριο Ζήτησης 2 είναι αυτή που περιγράφεται στο Κεφάλαιο 3, ενώ για το Σενάριο Ζήτησης 3 μελετάται επιπλέον η προσθήκη 3 δοχείων, διαθέσιμων να εκτελέσουν τις διεργασίες της ζύμωσης και της αποθήκευσης. Για τα παραπάνω προβλήματα, το Μαθηματικό Μοντέλο Δ επιλύεται τόσο με χρήση της τεχνικής διάσπασης όσο και με την μονολιθική προσέγγιση και τα αποτελέσματα συγκρίνονται μεταξύ τους.

4.4.1 Βέλτιστος συμβατικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής – Σενάριο Ζήτησης 2

Αρχικά μελετάται ο ελάχιστος χρόνος ολοκλήρωσης της συνολικής παραγωγής όταν η μονάδα λειτουργεί σε συμβατικό περιβάλλον χρονοπρογραμματισμού, για το Σενάριο Ζήτησης 2. Τα αποτελέσματα παρατίθενται στους Πίνακες 28 και 29, όπως

προκύπτουν από την επίλυση του Μαθηματικού Μοντέλου Δ, μονολιθικής προσέγγισης και τεχνικής διάσπασης, αντίστοιχα.

Πίνακας 28. Αποτελέσματα για τον ελάχιστο χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής, συμβατικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 2, μονολιθική προσέγγιση

Εξιτώσεις	56646
Μεταβλητές	6175
Συνεχείς	391
Διαδικές	5784
CPU (s)	37822
Ελάχιστος χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής (h)	92.9
Relative gap (%)	19.8
Πραγματικός χρόνος εύρεσης λύσης (s)	19080

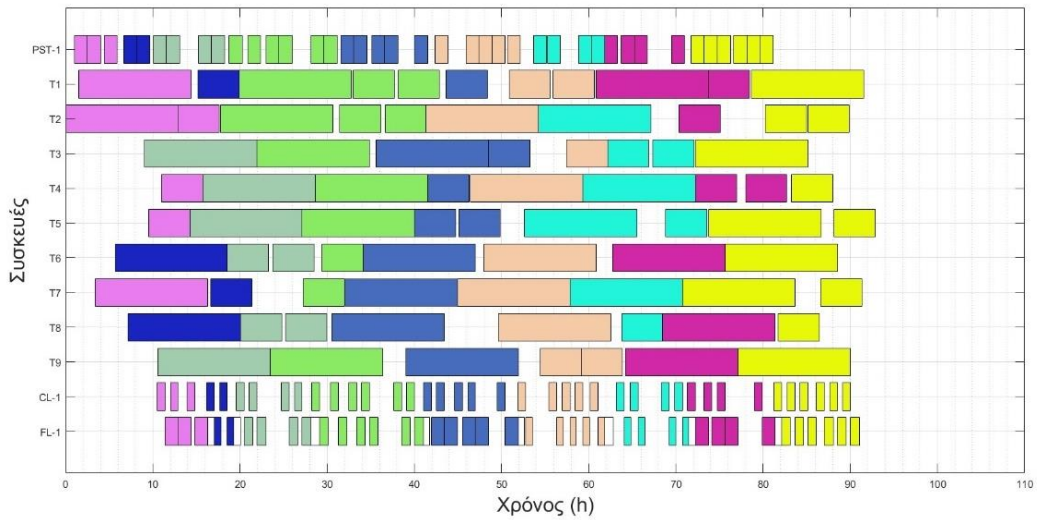
Πίνακας 29. Αποτελέσματα για τον ελάχιστο χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής, συμβατικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 2, τεχνική διάσπασης

Τεχνική	Τεχνική 3
CPU (s)	12.9
Ελάχιστος χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής (h)	100.4
Relative gap (%)	0

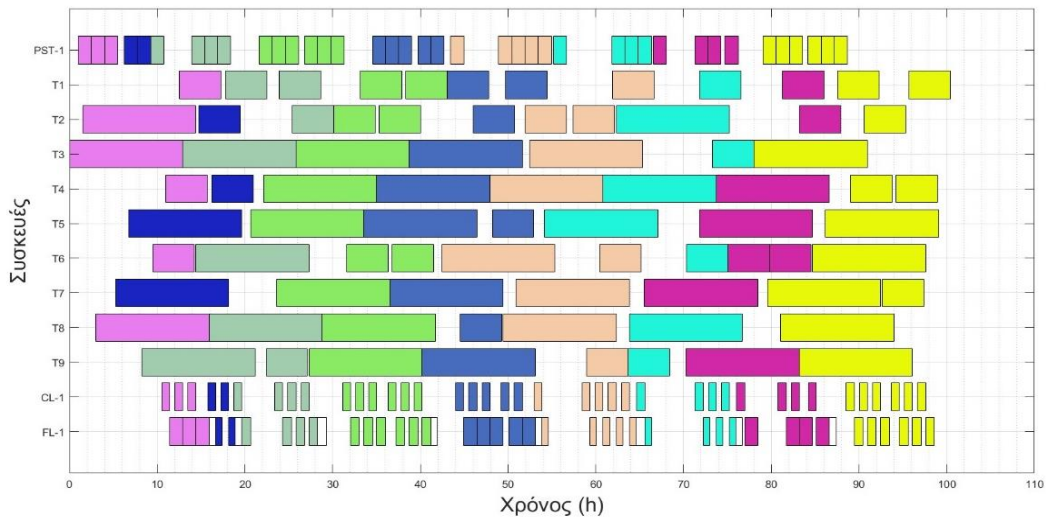
Παρατηρείται ότι η επίλυση του Μαθηματικού Μοντέλου Δ είναι αισθητά ταχύτερη με την προσέγγιση της τεχνικής διάσπασης του μοντέλου σε σχέση με την αντίστοιχη της μονολιθικής προσέγγισης, ωστόσο η βέλτιστη λύση ως προς τον ελάχιστο χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής είναι ξανά αρκετά χειρότερη (~7.5 ώρες αύξηση του χρονικού ορίζοντα). Στα Σχήματα 43 και 44 παρουσιάζονται τα διαγράμματα Gantt για τις δύο προσεγγίσεις και τον συμβατικό χρονοπρογραμματισμό παραγωγής του Σεναρίου Ζήτησης 2.

Πίνακας 30. Υπόμνημα προϊόντων για τα διαγράμματα Gantt των Σχημάτων 43 και 44

■ Μπανάνα – 200g	■ Μπανάνα – 1kg	■ Μπανάνα – 500g
■ Ροδάκινο – 500g	■ Ροδάκινο – 200g	■ Ροδάκινο – 1kg
■ Φράουλα – 1kg	■ Φράουλα – 200g	■ Φράουλα – 500g
 Εναλλαγή		

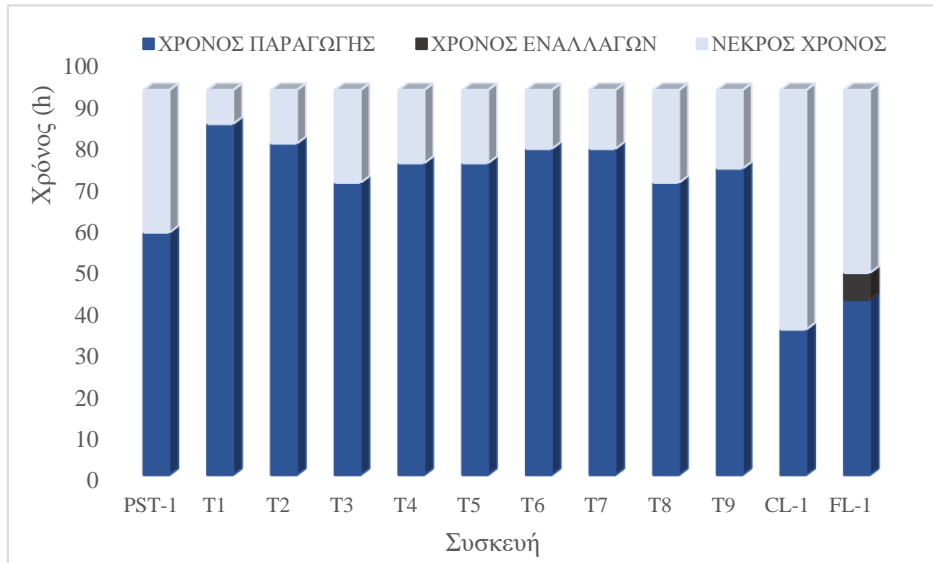


Σχήμα 43. Διάγραμμα Gantt, Σενάριο Ζήτησης 2, συμβατικός χρονοπρογραμματισμός – μονολιθική προσέγγιση

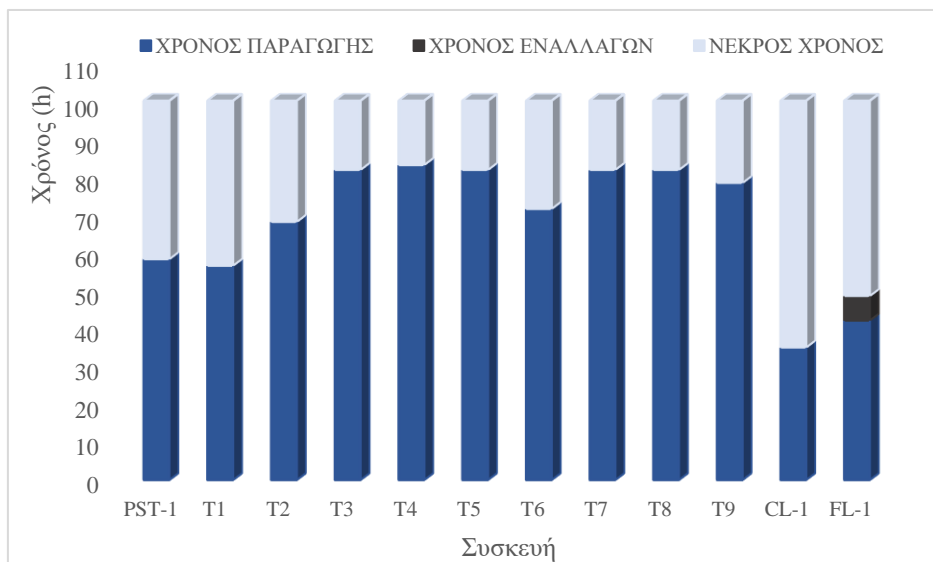


Σχήμα 44. Διάγραμμα Gantt, Σενάριο Ζήτησης 2, συμβατικός χρονοπρογραμματισμός – τεχνική διάσπασης

Στην συνέχεια, στα Σχήματα 45 και 46 παρατίθεται η αξιολόγηση της χρονικής αξιοποίησης των γραμμών παραγωγής της μονάδας, για την μονολιθική προσέγγιση και την τεχνική διάσπασης του Μαθηματικού Μοντέλου Δ, αντίστοιχα. Όπως αναμένεται, η περίπτωση της μονολιθικής προσέγγισης υπερτερεί έναντι της τεχνικής διάσπασης ως προς την χρονική αξιοποίηση των συσκευών αφού για τον ίδιο συνολικό χρόνο παραγωγής ο χρονικός ορίζοντας ολοκλήρωσης της παραγωγής στην δεύτερη περίπτωση διευρύνεται κατά περίπου 7.5 περίπου ώρες.



Σχήμα 45. Γράφημα χρονικής αξιοποίησης γραμμών παραγωγής, Σενάριο Ζήτησης 2, συμβατικός χρονοπρογραμματισμός – μονολιθική προσέγγιση



Σχήμα 46. Γράφημα χρονικής αξιοποίησης γραμμών παραγωγής, Σενάριο Ζήτησης 2, συμβατικός χρονοπρογραμματισμός – τεχνική διάσπασης

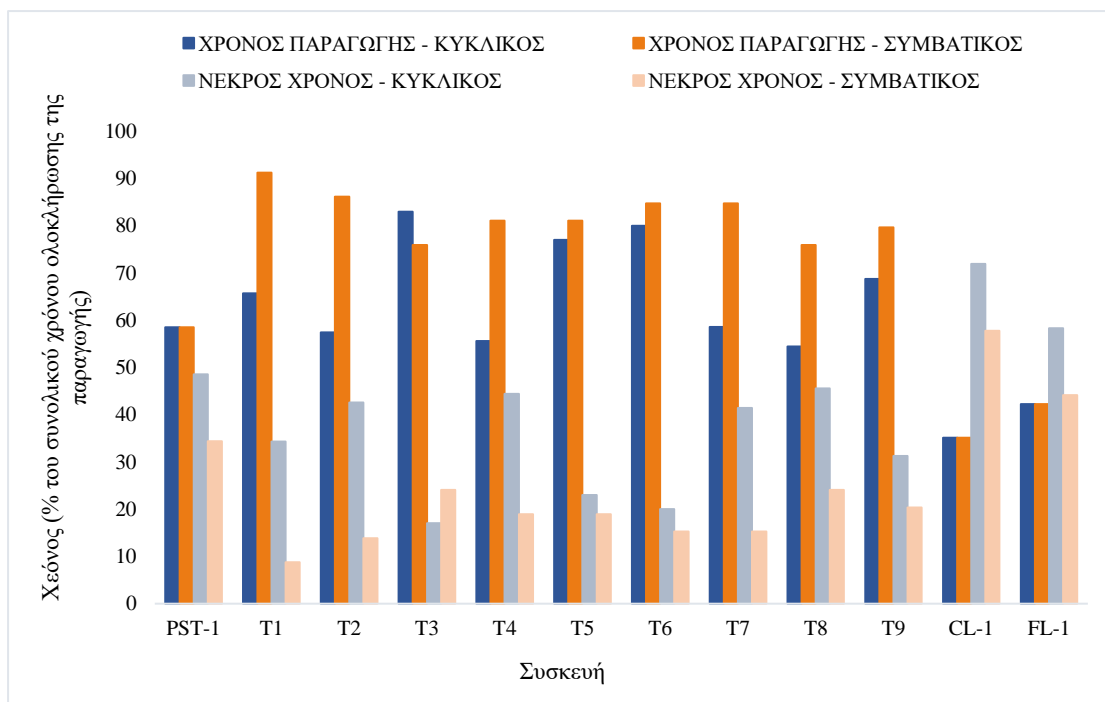
4.4.2 Σύγκριση κυκλικού και συμβατικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής – Σενάριο Ζήτησης 2

Στο σημείο αυτό επιδιώκεται η άμεση σύγκριση του κυκλικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με τον αντίστοιχο συμβατικό για το Σενάριο Ζήτησης 2. Στον Πίνακα 31 παρουσιάζεται η βέλτιστη λύση ως προς τον ελάχιστο χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής, όπως προκύπτει από την επίλυση των αντίστοιχων μαθηματικών μοντέλων μονολιθικής προσέγγισης και τεχνικής διάσπασης, για κάθε περίπτωση περιβάλλοντος χρονοπρογραμματισμού.

Πίνακας 31. Σύγκριση κυκλικού και συμβατικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής – Σενάριο Ζήτησης 2

Περιβάλλον χρονοπρογραμματισμού παραγωγής	Κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής	Συμβατικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής
Ελάχιστος χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής (h)		
<i>Μονολιθική προσέγγιση</i>	107.0	92.9
<i>Τεχνική διάσπασης</i>	109.0	100.4
Διαφορά κυκλικού και συμβατικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής (h)		
<i>Μονολιθική προσέγγιση</i>	14.1	
<i>Τεχνική διάσπασης</i>	8.6	

Ο χρονικός ορίζοντας ολοκλήρωσης της συνολικής παραγωγής συρρικνώνεται όταν ο χρονοπρογραμματισμός πραγματοποιείται σε συμβατικό περιβάλλον παραγωγής. Ειδικότερα, σύμφωνα με την επίλυση των μαθηματικών μοντέλων μονολιθικής προσέγγισης ο ελάχιστος χρόνος ολοκλήρωσης της παραγωγής ελαττώνεται κατά περίπου 14 ώρες (ή κατά ~ 15%) στην περίπτωση συμβατικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής, για το Σενάριο Ζήτησης 2. Στο Σχήμα 47 παρατίθεται γράφημα στο οποίο πραγματοποιείται η σύγκριση της χρονικής αξιοποίησης των γραμμών παραγωγής της μονάδας για τα δύο είδη χρονοπρογραμματισμού.



Σχήμα 47. Σύγκριση χρονικής αξιοποίησης των συσκευών της μονάδας κυκλικού και συμβατικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής, μονολιθική προσέγγιση – Σενάριο Ζήτησης 2

Στο γράφημα του Σχήματος 47 παρίστανται οι χρόνοι παραγωγής του συμβατικού και του κυκλικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με πορτοκαλί σκούρο και μπλε σκούρο, αντίστοιχα, και οι νεκροί χρόνοι με ανοιχτό πορτοκαλί και ανοιχτό μπλε, αντίστοιχα. Οι νεκροί χρόνοι για την περίπτωση του συμβατικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής είναι ελαφρώς χαμηλότεροι από αυτούς του κυκλικού. Επομένως, η χρονική αξιοποίηση των γραμμών παραγωγής στην περίπτωση του συμβατικού χρονοπρογραμματισμού είναι σαφώς καλύτερη (μείωση του συνολικού μέσου χρόνου αδράνειας κατά ~38%) όσον αφορά στο Σενάριο Ζήτησης 2.

4.4.3 Βέλτιστος συμβατικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής – Σενάριο Ζήτησης 3

Στην υποενότητα αυτή μελετάται ο ελάχιστος χρόνος ολοκλήρωσης της συνολικής παραγωγής όταν η μονάδα λειτουργεί σε συμβατικό περιβάλλον χρονοπρογραμματισμού, για το Σενάριο Ζήτησης 3, με 9 ή 12 δοχεία για την εκτέλεση των διεργασιών της ζύμωσης και της αποθήκευσης. Τα αποτελέσματα παρατίθενται στους Πίνακες 32 και 33, όπως προκύπτουν από την επίλυση του Μαθηματικού Μοντέλου Δ, μονολιθικής προσέγγισης και τεχνικής διάσπασης, αντίστοιχα.

Πίνακας 32. Αποτελέσματα για τον ελάχιστο χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής, συμβατικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 3, μονολιθική προσέγγιση

	9 ΔΟΧΕΙΑ	12 ΔΟΧΕΙΑ
Εξισώσεις	96162	126222
Μεταβλητές	9952	10258
<i>Συνεχείς</i>	511	511
<i>Διαδικές</i>	9441	9747
CPU (s)	34339	42975
Ελάχιστος χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής (h)	124.1	94.8
Relative gap (%)	25.5	2.44
Πραγματικός χρόνος εύρεσης λύσης (s)	24552	37080

Πίνακας 33. Αποτελέσματα για τον ελάχιστο χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής, συμβατικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 3, τεχνική διάσπασης

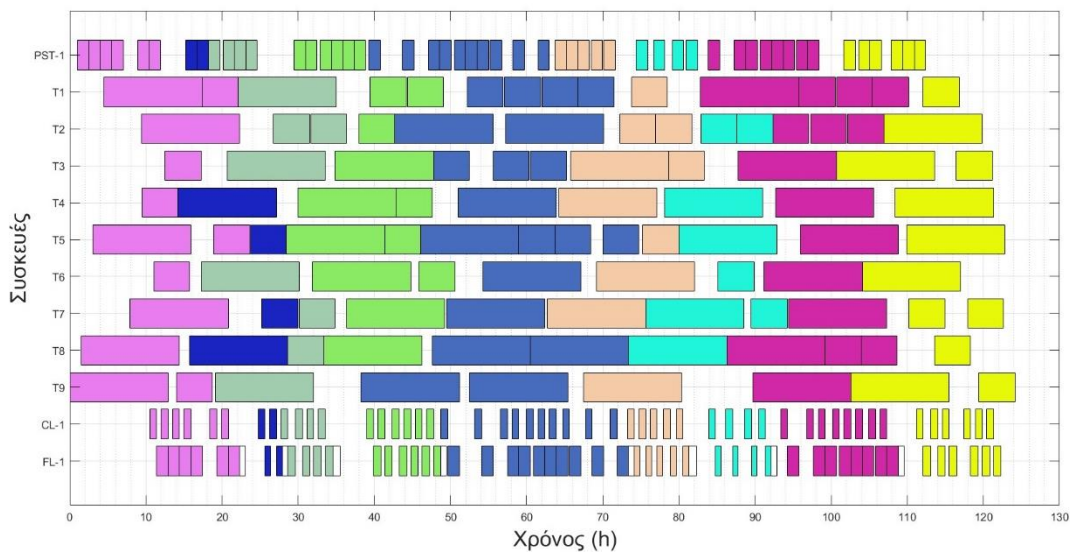
	9 ΔΟΧΕΙΑ	12 ΔΟΧΕΙΑ
Τεχνική	Τεχνική 2	Τεχνική 2
CPU (s)	151.6	103.8
Ελάχιστος χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής (h)	128.7	100.1
Relative gap (%)	0	0

Η υπολογιστική απόδοση του Μαθηματικού Μοντέλου Δ για την περίπτωση του συμβατικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής βρίσκεται σε αναλογία με την αντίστοιχη του Μαθηματικού Μοντέλου Γ για την περίπτωση του κυκλικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής (υποενότητα 4.3.3) και του ίδιου σεναρίου ζήτησης και επομένως ο σχολιασμός της σε αυτό το σημείο παραλείπεται. Όσον αφορά στον χρονικό ορίζοντα ολοκλήρωσης της παραγωγής, η προσθήκη τριών επιπλέον δοχείων στην δομή της – υπό μελέτη – μονάδας παραγωγής γιαουρτιών συνεπάγεται σε αρκετά μεγάλη μείωση αυτού (~29.5 ώρες μείωση του συνολικού χρόνου για την

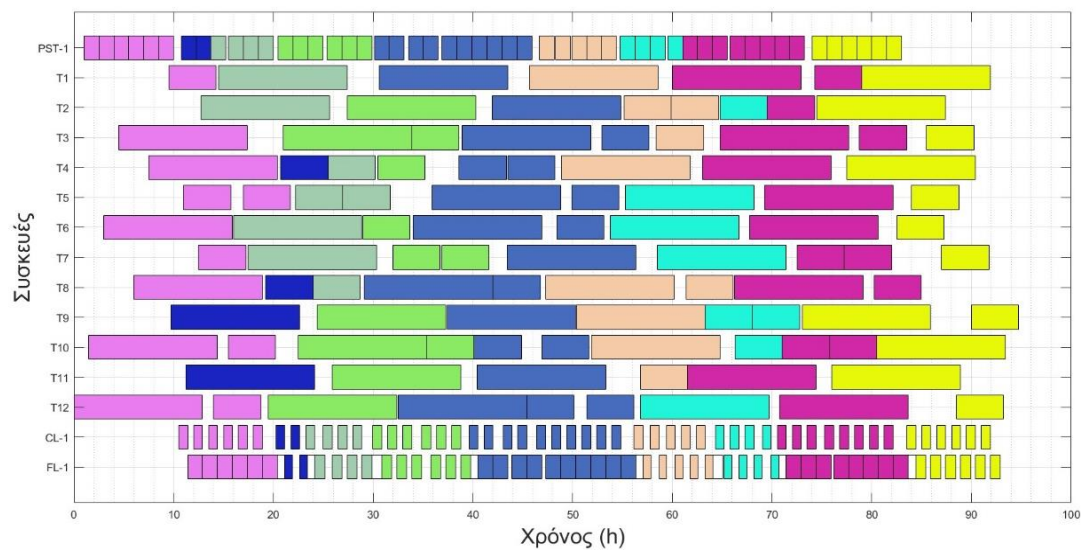
περίπτωση της μονολιθικής προσέγγισης του μοντέλου). Ανάλογη είναι μείωση του χρονικού ορίζοντα ολοκλήρωσης της παραγωγής με χρήση της τεχνικής διάσπασης. Στα Σχήματα 48 και 49 απεικονίζονται τα διαγράμματα Gantt για τις δύο περιπτώσεις αριθμού των δοχείων.

Πίνακας 34. Υπόμνημα προϊόντων για τα διαγράμματα Gantt των Σχημάτων 43 και 44

■ Μπανάνα – 200g	■ Μπανάνα – 1kg	■ Μπανάνα – 500g
■ Ροδάκινο – 500g	■ Ροδάκινο – 200g	■ Ροδάκινο – 1kg
■ Φράουλα – 1kg	■ Φράουλα – 200g	■ Φράουλα – 500g
 Εναλλαγή		



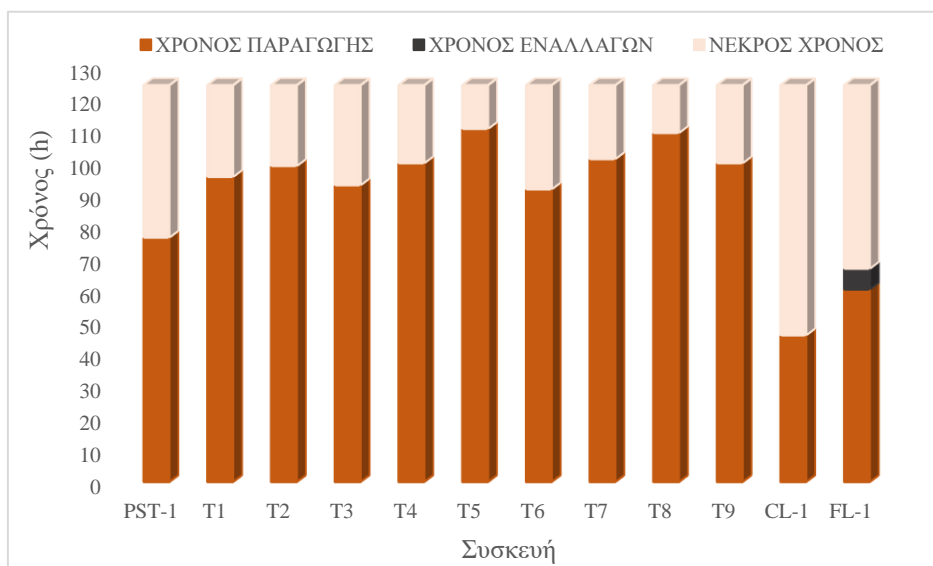
Σχήμα 48. Διάγραμμα Gantt περίπτωσης 9 δοχείων, συμβατικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 3 – μονολιθική προσέγγιση



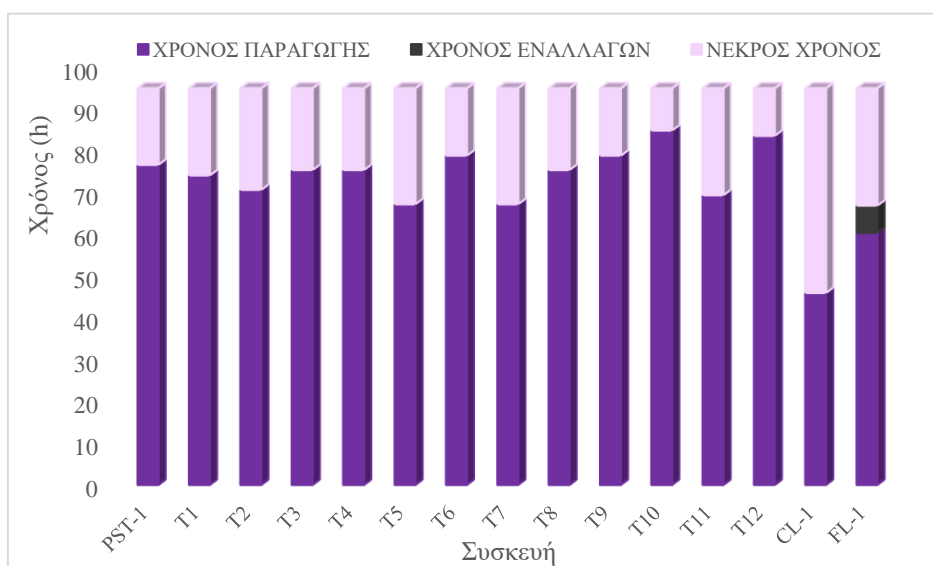
Σχήμα 49. Διάγραμμα Gantt περίπτωσης 12 δοχείων, συμβατικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 3 – μονολιθική προσέγγιση

Επισημαίνεται ότι τα διαγράμματα Gantt των Σχημάτων 48 και 49 έχουν διαφορετικό άξονα του χρόνου για την καλύτερη αναπαράσταση του χρονοπρογραμματισμού της παραγωγής σε κάθε περίπτωση και αφορούν στην λύση της μονολιθικής προσέγγισης του Μαθηματικού Μοντέλου Δ. Στο Παράρτημα Γ παρατίθενται τα αντίστοιχα διαγράμματα όπως προκύπτουν από την επίλυση του Μαθηματικού Μοντέλου Δ με την τεχνική διάσπασης (Σχήματα Γ.7 και Γ.8).

Ακολουθώς, στα Σχήματα 50 και 51 παρουσιάζονται γραφήματα για την αξιολόγηση της χρονικής αξιοποίησης των γραμμών παραγωγής της μονάδας και την σύγκριση αυτής για τις δύο περιπτώσεις αριθμού των συνολικών δοχείων.



Σχήμα 50. Γράφημα χρονικής αξιοποίησης γραμμών παραγωγής 9 δοχείων, συμβατικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 3



Σχήμα 51. Γράφημα χρονικής αξιοποίησης γραμμών παραγωγής 12 δοχείων, συμβατικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 3

Τα γραφήματα των Σχημάτων 50 και 51 αφορούν στην λύση της μονολιθικής προσέγγισης του Μαθηματικού Μοντέλου Δ και συμπληρωματικά παρέχεται σχετικός πίνακας στο Παράρτημα Γ για την τεχνική διάσπασης του μαθηματικού μοντέλου (Πίνακας Γ.7).

Η χρονική αξιοποίηση των γραμμών παραγωγής στην περίπτωση που η μονάδα διαθέτει 12 δοχεία ζύμωσης/αποθήκευσης είναι ελαφρώς καλύτερη από την περίπτωση που η μονάδα διαθέτει 9 δοχεία, όπως άλλωστε αναμένεται από την μελέτη του ίδιου σεναρίου ζήτησης σε περιβάλλον κυκλικού χρονοπρογραμματισμού. Επομένως, η προσθήκη 3 επιπλέον δοχείων συμβάλλει στην σημαντική ελάττωση του χρονικού ορίζοντα ολοκλήρωσης της συνολικής παραγωγής με καλύτερη χρονικά αξιοποίηση των γραμμών παραγωγής, κατά μέσο όρο, για το συγκεκριμένο σενάριο ζήτησης και για τον συμβατικό χρονοπρογραμματισμό παραγωγής.

4.4.4 Σύγκριση κυκλικού και συμβατικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής – Σενάριο Ζήτησης 3

Στην υποενότητα αυτή πραγματοποιείται η άμεση σύγκριση του κυκλικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με τον αντίστοιχο συμβατικό για το Σενάριο Ζήτησης 3. Στον Πίνακα 35 παρουσιάζεται η βέλτιστη λύση ως προς τον ελάχιστο χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής, όπως προκύπτει από την επίλυση των αντίστοιχων μαθηματικών μοντέλων μονολιθικής προσέγγισης και τεχνικής διάσπασης, για κάθε περίπτωση περιβάλλοντος χρονοπρογραμματισμού και αριθμού των δοχείων που διαθέτει η μονάδα για τις διεργασίες της ζύμωσης και της αποθήκευσης.

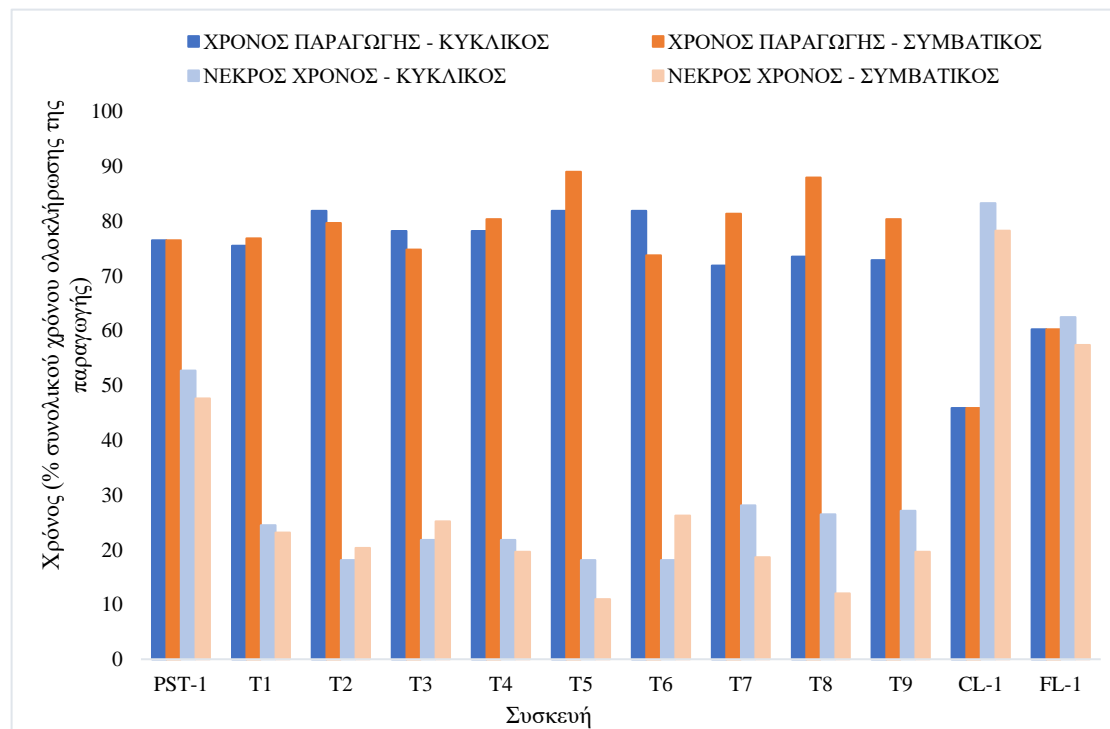
Πίνακας 35. Σύγκριση κυκλικού και συμβατικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής – Σενάριο Ζήτησης 3

Περιβάλλον χρονοπρογραμματισμού παραγωγής	Κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής		Συμβατικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής	
	9 ΔΟΧΕΙΑ	12 ΔΟΧΕΙΑ	9 ΔΟΧΕΙΑ	12 ΔΟΧΕΙΑ
Ελάχιστος χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής (h)				
<i>Μονολιθική προσέγγιση</i>	129.2	96.8	124.1	94.8
<i>Τεχνική διάσπασης</i>	129.4	100.8	128.7	100.1

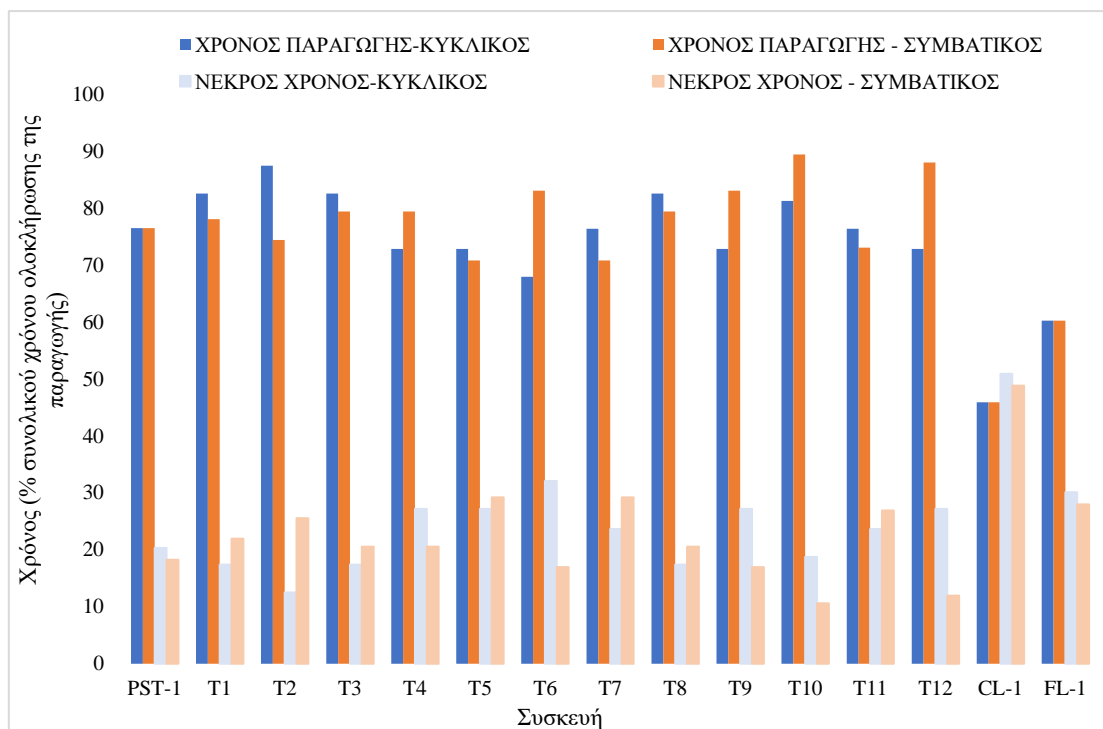
Διαφορά Κυκλικού και Συμβατικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής (h)		
Αριθμός Δοχείων	9 ΔΟΧΕΙΑ	12 ΔΟΧΕΙΑ
Μονολιθική προσέγγιση	5.1	2
Τεχνική διάσπασης	0.7	0.7

Σύμφωνα με τον Πίνακα 35, ο χρονικός ορίζοντας ολοκλήρωσης της συνολικής παραγωγής συρρικνώνεται όταν το περιβάλλον του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής της –υπό μελέτη – μονάδας είναι το συμβατικό. Πιο συγκεκριμένα, σύμφωνα με την επίλυση των μαθηματικών μοντέλων μονολιθικής προσέγγισης ο ελάχιστος χρόνος ολοκλήρωσης της παραγωγής ελαττώνεται κατά περίπου 5 ώρες στην περίπτωση του συμβατικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής, για το Σενάριο Ζήτησης 3 και για τα 9 δοχεία ζύμωσης και αποθήκευσης, ενώ η ελάττωση είναι μικρότερη στην περίπτωση προσθήκης 3 επιπλέον δοχείων, μόλις 2 ώρες μείωση του χρονικού ορίζοντα.

Στα Σχήματα 52 και 53 παρατίθενται γραφήματα στα οποία πραγματοποιείται η σύγκριση της χρονικής αξιοποίησης των γραμμών παραγωγής της μονάδας για τα δύο είδη χρονοπρογραμματισμού και για τις περιπτώσεις των 9 και 12 δοχείων ζύμωσης και αποθήκευσης, αντίστοιχα.



Σχήμα 52. Σύγκριση χρονικής αξιοποίησης των συσκευών της μονάδας κυκλικού και συμβατικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής 9 δοχείων, μονολιθική προσέγγιση – Σενάριο Ζήτησης 3



Σχήμα 53. Σύγκριση χρονικής αξιοποίησης των συσκευών της μονάδας κυκλικού και συμβατικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής 12 δοχείων, μονολιθική προσέγγιση – Σενάριο Ζήτησης 3

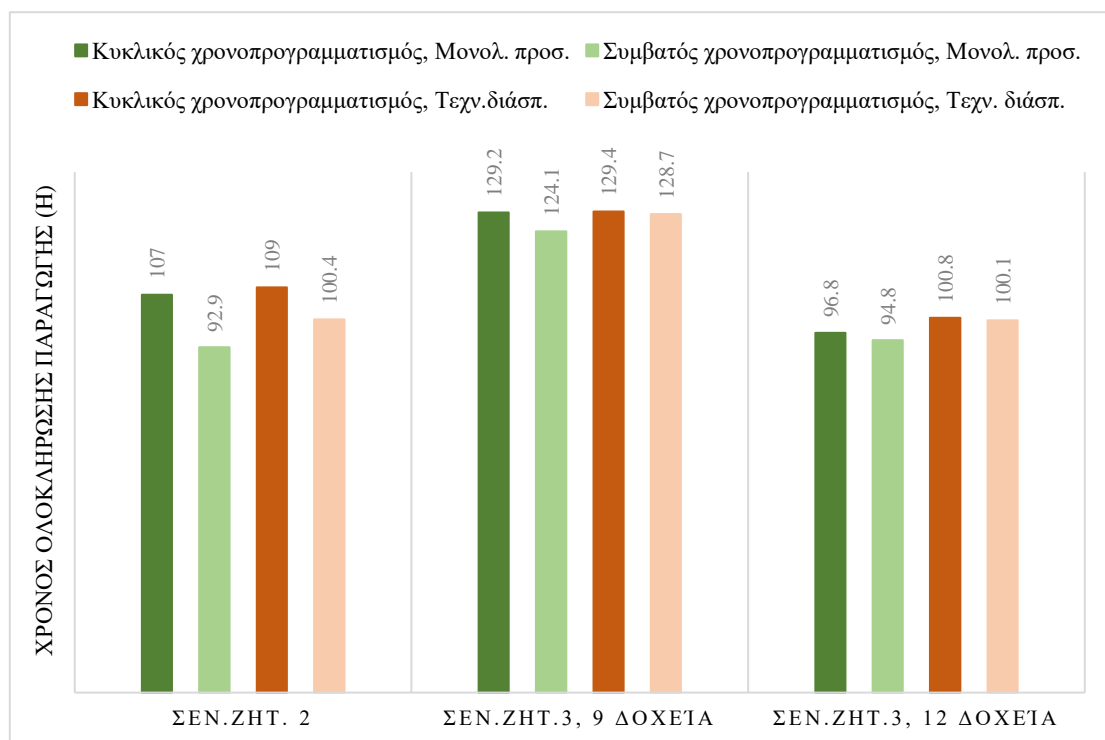
Παρατηρείται ότι, ο νεκρός χρόνος για τον συμβατικό χρονοπρογραμματισμό παραγωγής είναι χαμηλότερος από αυτόν του κυκλικού και στις δύο περιπτώσεις αριθμού των δοχείων, 9 και 12. Εντούτοις, η προσθήκη 3 επιπλέον δοχείων στην μονάδα παραγωγής ελαττώνει την διαφορά των νεκρών χρόνων στα δύο περιβάλλοντα συμβατικού και κυκλικού χρονοπρογραμματισμού. Επομένως, η χρονική αξιοποίηση των γραμμών παραγωγής στην περίπτωση του συμβατικού χρονοπρογραμματισμού είναι ελαφρώς καλύτερη στην περίπτωση των 9 δοχείων, ενώ στην περίπτωση των 12 δοχείων ο κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής προσεγγίζει την απόδοση του συμβατικού ως προς την χρονική αυτή αξιοποίηση.

4.4.5 Σύνοψη αποτελεσμάτων Μελέτης Περίπτωσης Γ

Σκοπός της Μελέτης Περίπτωσης Γ αποτελεί η σύγκριση του κυκλικού και συμβατικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής. Στην παρούσα υποενότητα συγκεντρώνονται συνοπτικά τα αποτελέσματα της μελέτης αυτής.

Το γράφημα του Σχήματος 54 συνοψίζει τους χρόνους ολοκλήρωσης της συνολικής παραγωγής για τα σενάρια ζήτησης που μελετώνται στην Μελέτη Περίπτωσης Γ. Η πράσινη σκούρα μπάρα του γραφήματος αναπαριστά τον χρονικό ορίζοντα ολοκλήρωσης της παραγωγής στην περίπτωση του κυκλικού

χρονοπρογραμματισμού παραγωγής και η πράσινη ανοιχτή τον αντίστοιχο χρονικό ορίζοντα του συμβατικού χρονοπρογραμματισμού όπως προκύπτουν από την επίλυση των αντίστοιχων μαθηματικών μοντέλων μονολιθικής προσέγγισης. Παρατηρείται ότι ο χρονικός ορίζοντας είναι μεγαλύτερος στην περίπτωση του κυκλικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής για το Σενάριο Ζήτησης 2. Ωστόσο, η διαφορά αυτή στον χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής ελαττώνεται με την αύξηση της ζήτησης και επομένως την αύξηση της παραγωγής (Σενάριο Ζήτησης 3). Μάλιστα, η χρονική αυτή διαφορά τείνει να εξαλειφθεί με την προσθήκη επιπλέον δοχείων για την εκτέλεση των διεργασιών της ζύμωσης και της αποθήκευσης. Αντίστοιχα, στο ίδιο γράφημα συνοψίζονται οι χρόνοι ολοκλήρωσης της συνολικής παραγωγής κυκλικού και συμβατικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής, όπως προκύπτουν από την επίλυση των αντίστοιχων μαθηματικών μοντέλων με την τεχνική διάσπασης. Η κόκκινη σκούρα μπάρα του γραφήματος αναπαριστά τον χρονικό ορίζοντα ολοκλήρωσης της παραγωγής στην περίπτωση του κυκλικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής και η κόκκινη ανοιχτή τον αντίστοιχο χρονικό ορίζοντα του συμβατικού χρονοπρογραμματισμού. Στην περίπτωση αυτή, η διαφορά του χρονικού ορίζοντα μεταξύ των δυο περιβαλλόντων χρονοπρογραμματισμού παρουσιάζει εμφανή ελάττωση σε σχέση με την αντίστοιχη της περίπτωσης της μονολιθικής προσέγγισης.



Σχήμα 54. Σύγκριση κυκλικού και συμβατικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής ως προς τον χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής, μονολιθική προσέγγιση και τεχνική διάσπασης – Μελέτη Περίπτωσης Γ

Τέλος, παρατίθεται ένας συγκεντρωτικός πίνακας των αποτελεσμάτων της Μελέτης Περίπτωσης Γ. Ο Πίνακας 36 περιέχει στοιχεία που αφορούν στον χρόνο ολοκλήρωσης της συνολικής παραγωγής για κάθε σενάριο, περιβάλλον χρονοπρογραμματισμού και τεχνικής προσέγγισης των μαθηματικών μοντέλων. Επιπλέον, συμπεριλαμβάνει χαρακτηριστικά σχετικά με την υπολογιστική απόκριση και απόδοση των μαθηματικών μοντέλων που χρησιμοποιούνται για κάθε περίπτωση.

Πίνακας 36. Αποτελέσματα Μελέτης Περίπτωσης Γ

Σεν. Ζήτησης	Σεν. Ζήτησης 2	Σεν Ζήτησης 3	
Χαρακτηριστικά παραγωγής	-	9 Δοχεία	12 Δοχεία
Χρονικός ορίζοντας ολοκλήρωσης παραγωγής (h)			
Κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής			
<i>Μονολιθική προσέγγιση</i>	107.0	129.2	96.8
<i>Τεχνική διάσπασης</i>	109.0	129.4	100.8
Συμβατικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής			
<i>Μονολιθική προσέγγιση</i>	92.9	124.1	94.8
<i>Τεχνική διάσπασης</i>	100.4	128.7	100.1
Χρόνος εύρεσης βέλτιστης λύσης (s)			
Κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής			
<i>Μονολιθική προσέγγιση</i>	7884	34200	5724
<i>Τεχνική διάσπασης</i>	22.7	78.0	104.8
Συμβατικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής			
<i>Μονολιθική προσέγγιση</i>	19080	24552	37080
<i>Τεχνική διάσπασης</i>	12.9	151.6	103.8
Relative gap (%)			
Κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής			
<i>Μονολιθική προσέγγιση</i>	27.5	21.3	3.79
<i>Τεχνική διάσπασης</i>	0	0	0
Συμβατικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής			
<i>Μονολιθική προσέγγιση</i>	19.8	25.5	2.44
<i>Τεχνική διάσπασης</i>	0	0	0
Τεχνική			
<i>Κυκλικός χρον. παρ.</i>	Τεχνική 3	Τεχνική 2	Τεχνική 3
<i>Συμβατικός χρον. παρ.</i>	Τεχνική 3	Τεχνική 2	Τεχνική 2

5. Συμπεράσματα – Προτάσεις

5.1 Συμπεράσματα

Σκοπό της παρούσας διπλωματικής εργασίας αποτέλεσε η ανάπτυξη ενός γενικού μαθηματικού πλαισίου βελτιστοποίησης, μέσω του οποίου επιτυγχάνεται ο βέλτιστος κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής μιας βιομηχανίας πολλαπλών προϊόντων και σταδίων. Το μαθηματικό πλαίσιο αποτελείται από τρία μοντέλα Μικτού – Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού μέσω των οποίων επιτυγχάνεται η ελαχιστοποίηση του χρόνου εναλλαγών και του συνολικού χρόνου παραγωγής σε ένα περιβάλλον κυκλικού χρονοπρογραμματισμού. Επιπλέον, αναπτύχθηκε ένα ολοκληρωμένο μαθηματικό μοντέλο για την εύρεση του ελάχιστου χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής σε περιβάλλον συμβατικού χρονοπρογραμματισμού. Τα προτεινόμενα μοντέλα εφαρμόστηκαν επιτυχώς σε μία γαλακτοβιομηχανία, ωστόσο δύναται να χρησιμοποιηθούν για προβλήματα βέλτιστου χρονοπρογραμματισμού οποιασδήποτε μεταποιητικής βιομηχανίας. Η επίλυση των μαθηματικών μοντέλων πραγματοποιήθηκε στο λογισμικό βελτιστοποίησης GAMS, χρησιμοποιώντας τον επιλυτή ILOG CPLEX.

Αρχικά ερευνήθηκε η επίδραση της ζήτησης, της περιοδικότητας του κυκλικού προγραμματισμού, του αριθμού των διαθέσιμων πόρων και των περιορισμών της παραγωγής, στο ελάχιστο κυκλικό χρόνο ενός προϊόντος. Διαπιστώθηκε ότι ο ελάχιστος κυκλικός χρόνος παραγωγής επιτυγχάνεται όταν η περιοδικότητα του κυκλικού χρονοπρογραμματισμού είναι ίση με τον αριθμό των διαθέσιμων πόρων για τη διεργασία που αποτελεί σημείο συμφόρησης της παραγωγής (*bottleneck*). Όπως είναι αναμενόμενο η προσθήκη επιπλέον πόρων (δοχεία για τις διεργασίες της ζύμωσης και αποθήκευσης στην – υπό μελέτη – μονάδα) οδηγεί σε μείωση του κυκλικού χρόνου. Ωστόσο η περαιτέρω αύξηση του αριθμού των δοχείων δεν επιφέρει ανάλογη μείωση του κυκλικού χρόνου καθώς παρατηρείται μετακύλιση του σημείου συμφόρησης σε άλλη διεργασία (συσκευασία).

Στην συνέχεια, εξετάστηκε ο βέλτιστος κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής της – υπό μελέτη – γαλακτοβιομηχανίας, για 4 διαφορετικά σενάρια ζήτησης των προϊόντων και για εναλλακτικά σενάρια σχεδιασμού της. Παρατηρήθηκε ότι οι περιορισμοί συνδεσιμότητας μεταξύ των δοχείων ζύμωσης/αποθήκευσης έχουν ιδιαίτερα αρνητικό αντίκτυπο στην παραγωγή καθώς η ολοκλήρωσή της καθυστερεί

σημαντικά, ενώ μειώνεται αισθητά η αξιοποίηση του διαθέσιμου εξοπλισμού. Μάλιστα, διαπιστώθηκε ότι αύξηση του χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής είναι εντονότερη στην περίπτωση που η μονάδα παράγει λιγότερα σε αριθμό αλλά με αυξημένη ζήτηση προϊόντα (αύξηση κατά ~17 ώρες) σε σχέση με αυτή στην οποία η μονάδα παράγει περισσότερα προϊόντα με μειωμένη, ωστόσο, ζήτηση (αύξηση κατά ~5 ώρες). Η προσθήκη επιπλέον δοχείων ζύμωσης/αποθήκευσης συνεπάγεται σε σημαντική μείωση του χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής (ελάττωση κατά ~32.5 ώρες) με καλύτερη χρονικά αξιοποίηση των διαθέσιμων συσκευών (μείωση του συνολικού μέσου χρόνου αδράνειας των συσκευών κατά ~37%).

Όσον αφορά στην σύγκριση των δύο περιβαλλόντων χρονοπρογραμματισμού, διαπιστώθηκε ότι ο χρόνος ολοκλήρωσης ήταν μεγαλύτερος στην περίπτωση του κυκλικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής για όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις (από 2 έως και 14 ώρες μεγαλύτερος). Συνεπώς, η πλεονεκτική θέση που κατέχει ο κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, σε σχέση με τον αντίστοιχο συμβατικό, εκδηλώνεται στην απλότητα λήψης των αποφάσεων, ωστόσο, αντικρούεται με την επέκταση του χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής και τις επακόλουθες συνέπειες αυτής.

Αναφορικά με την υπολογιστική απόδοση των προτεινόμενων μαθηματικών μοντέλων, η επίλυση των Μοντέλων Α και Β ήταν ταχεία προσφέροντας βέλτιστες λύσεις σε όλες τις περιπτώσεις που μελετήθηκαν. Ωστόσο, τα Μοντέλα Γ και Δ παρουσίασαν σημαντική απόκλιση από την θεωρητικά βέλτιστη τιμή (από 3.5% έως και 33%), ενώ η επίλυσή τους ήταν ιδιαίτερα χρονοβόρα (από 20 λεπτά έως και περίπου 10 ώρες). Για τον λόγο αυτό προτάθηκε μία τεχνική διάσπασης με σκοπό την ταχύτερη αντιμετώπιση του προβλήματος χρονοπρογραμματισμού. Διαπιστώθηκε ότι, η προσέγγιση της τεχνικής διάσπασης πλεονεκτεί έναντι της μονολιθικής, καθώς ο χρόνος επίλυσης μειώνεται αισθητά (μερικά δευτερόλεπτα έως και 4 λεπτά για την περίπτωση της τεχνικής διάσπασης). Εντούτοις, οι εξαγόμενες λύσεις είναι χειρότερες από τις αντίστοιχες της μονολιθικής προσέγγισης (αύξηση χρονικού ορίζοντα από μερικά λεπτά έως και περίπου 7 ώρες). Επομένως, η επιλογή μεταξύ της τεχνικής διάσπασης και της μονολιθικής προσέγγισης εξαρτάται από την κρίση και τους στόχους του εκάστοτε μηχανικού παραγωγής, καλύπτοντας την ανάγκη για είτε γρήγορες λύσεις κοντά στην βέλτιστη, είτε βέλτιστες αλλά χρονοβόρες λύσεις, αντίστοιχα.

Το προτεινόμενο μαθηματικό πλαίσιο, λοιπόν, δύναται να αποτελέσει την βάση ενός υπολογιστικού εργαλείου, το οποίο θα κατευθύνει τους διευθυντές ή μηχανικούς παραγωγής στην λήψη σημαντικών αποφάσεων όσον αφορά στην συνολική παραγωγική διαδικασία (π.χ. χρονοπρογραμματισμός παραγωγής, επιλογή περιβάλλοντος χρονοπρογραμματισμού, εξάλειψη ενδεχόμενων περιορισμών συνδεσιμότητας μεταξύ συσκευών, προσθήκη επιπλέον γραμμών παραγωγής). Η ικανότητά του να ποσοτικοποιεί το όφελος ή, αντίστροφα, την ζημία των αποφάσεων αυτών θα μπορούσε να αποτελεί το θεμέλιο για την οικονομική αξιολόγηση πιθανών επενδύσεων, στοχεύοντας στην βελτιστοποίηση της συνολικής απόδοσης οποιασδήποτε μεταποιητικής βιομηχανικής μονάδας.

5.2 Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

Στο σημείο αυτό προτείνονται κάποιες ιδέες για περαιτέρω έρευνα και μελέτη των προβλημάτων του κυκλικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής πολλαπλών προϊόντων σε πολλαπλά στάδια σε συσκευές πολλαπλών χρήσεων που πραγματεύεται η παρούσα διπλωματική εργασία.

Αρχικά, προτείνεται η εισαγωγή επιπλέον περιορισμών σύσφιξης στο Μαθηματικό Μοντέλο Γ, ικανών να συρρικνώσουν το πεδίο αναζήτησης λύσης του επιλυτή, εξαλείφοντας την υφιστάμενη απόκλιση του μοντέλου από την θεωρητικά βέλτιστη τιμή. Με αυτό το τρόπο, αυτό θα συγκλίνει στην βέλτιστη, σε κάθε περίπτωση, τιμή σε αποδεκτούς χρόνους εκτέλεσης, βελτιώνοντας την υπολογιστική του απόδοση.

Παράλληλα, ιδιαίτερα χρήσιμη θα ήταν η βελτιστοποίηση του κυκλικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με πολλαπλά κριτήρια. Για παράδειγμα, θα μπορούσε να πραγματοποιείται ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση του χρόνου εναλλαγών μεταξύ διαφορετικών προϊόντων στο στάδιο της συσκευασίας και του χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής σε ένα ενιαίο μαθηματικό μοντέλο.

Τέλος, ενδιαφέρον θα παρουσίαζε, τόσο σε πρακτικό όσο και σε ερευνητικό επίπεδο, η εφαρμογή του προτεινόμενου μαθηματικού πλαισίου σε ρεαλιστικά – μεγάλης κλίμακας – προβλήματα κυκλικού χρονοπρογραμματισμού της βιομηχανίας.

6. Βιβλιογραφία

Aguirre, A.M.; Liu, S.; Papageorgiou, L.G. (2017). MILP-based Approaches for Medium-Term Planning and Scheduling in Multiproduct Multistage Continuous Plants. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 56 (19), 5636-5671.

Alle, A.; Papageorgiou, L.G.; Pinto, J.M. (2004). A mathematical programming approach for cyclic production and cleaning scheduling of multistage continuous plants. *Computers and Chemical Engineering* 28, 3–15.

Bozejko, W.; Gnatowski, A.; Klempous, R.; Affenzeller, M.; Beham, A. (2016). Cyclic scheduling of a robotic cell. In *Cognitive Infocommunications (CogInfoCom), 2016 7th IEEE international conference on, IEEE*, 379 – 384.

Burke, E.K.; De Causmaecker, P.; Vanden Berghe, G.; Landeghem, H. (2004). THE STATE OF THE ART OF NURSE ROSTERING. *Journal of Scheduling*.

Castro, P.M.; Rodrigues, D.; Matos, H.A. (2014). Cyclic Scheduling of Pulp Digesters with Integrated Heating Tasks. *Industrial & Engineering Chemistry Research* 53 (44), 17098–17111.

Elmi, A.; Topaloglu, S.; (2017). Cyclic job shop robotic cell scheduling problem: Ant colony optimization. *Computers and Industrial Engineering* 111, 417–432.

Fumero, Y.; Corsano, G.; Montagna, J.M. (2012). Scheduling of multistage multiproduct batch plants operating in a campaign-mode. *Industrial and Engineering Chemistry Research* 51, 3988–4001.

Georgiadis, G.P., Elekidis, A.P., Georgiadis, M.C. (2019). Optimization-based scheduling for the process industries: From theory to real-life industrial applications. *Processes* 7.

Guiraud, M.; Strozecki, Y. (2022). Scheduling Periodic Messages on a Shared Link Without Buffering. *SSRN Electronic Journal*. 1–27

Harjunkski, I.; Maravelias, C.T.; Bongers, P.; Castro, P.M.; Engell, S.; Grossmann, I.E.; Hooker, J.; Méndez, C.; Sand, G.; Wassick, J. (2014). Scope for industrial applications of production scheduling models and solution methods. *Computers and Chemical Engineering* 62, 161–193.

Jalilvand-Nejad, A.; Fattahi, P. (2015). A mathematical model and genetic algorithm to cyclic flexible job shop scheduling problem. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 26(6), 1085–1098.

Kopanos, G. (2010). Techniques for the efficient solution of Large-scale production scheduling & planning problems in the process industries. (PhD Thesis). *Universitat Politècnica de Catalunya*.

Kondili, E.; Pantelides, C.; Sargent, R. (1993). A general algorithm for short-term scheduling of batch operations-I. MILP formulation. *Computers & Chemical Engineering*, 17 (2), 211-227.

Koulouris, A.; Georgiadis, G.P. (2023). On the minimization of cycle time in periodic production scheduling. *Computer Aided Chemical Engineering*.

Kubiak, W. (2005). SOLUTION OF THE LIU-LAYLAND PROBLEM VIA BOTTLENECK JUST-IN-TIME SEQUENCING. *Journal of Scheduling*.

Lopes, T.C.; Michels, A.S.; Sikora, C.G.S.; Magatão, L. (2019). Balancing and cyclical scheduling of asynchronous mixed-model assembly lines with parallel stations. *Journal of Manufacturing Systems* 50, 193–200.

McCarl, B.A. (2016). McCarl Expanded GAMS User Guide Version 24.6. *GAMS*.

Méndez, C.A.; Cerdá, J.; Grossmann, I.E.; Harjunkoski, I.; Fahl, M. (2006). State-of-the-art review of optimization methods for short-term scheduling of batch processes. *Computers and Chemical Engineering* 30, 913–946.

Moniz, S.; Barbosa-Póvoa, A.P.; de Sousa, J.P. (2014). Simultaneous regular and non-regular production scheduling of multipurpose batch plants: A real chemical-pharmaceutical case study. *Computers and Chemical Engineering* 67, 83–102.

Pinedo, M. (2016). *Scheduling: Theory, Algorithms and Systems*. New York: Springer, 5

Pinto, J.M.; Grossmann, I.E. (1994). Optimal cyclic scheduling of multistage continuous multiproduct plants. *Computers and Chemical Engineering* 18, 797–816.

Quinton, F.; Hamaz, I.; Houssin, L. (2020). A mixed integer linear programming modelling for the flexible cyclic jobshop problem. *Annals of Operations Research* 285, 335–352.

Shah, N.; Pantelides, C.C.; Sargent, R.W.H. (1993). Optimal periodic scheduling of multipurpose batch plants. *Annals of Operations Research* 42, 193–228.

Shirvani, N.; Ruiz, R.; Shadrokh, S. (2014). Cyclic scheduling of perishable products in parallel machine with release dates, due dates and deadlines. *International Journal of Production Economics* 156, 1–12.

Šůcha, P.; Hanzálek, Z. (2011). A cyclic scheduling problem with an undetermined number of parallel identical processors. *Computational Optimization and Applications* 48, 71–90.

Trautmann, N.; Schwindt, C. (2009). A cyclic approach to large-scale short-term planning in chemical batch production. *Journal of Scheduling*.

Wu, D.; Ierapetritou, M. (2004). Cyclic short-term scheduling of multiproduct batch plants using continuous-time representation. *Computers and Chemical Engineering* 28, 2271–2286.

Wu, Y.; Maravelias, C.T. (2020). A General Model for Periodic Chemical Production Scheduling. *Industrial and Engineering Chemistry Research* 59, 2505–2515.

You, F.; Castro, P.M.; Grossmann, I.E. (2009). Dinkelbach’s algorithm as an efficient method to solve a class of MINLP models for large-scale cyclic scheduling problems. *Computers and Chemical Engineering* 33, 1879–1889.

Zhou, Z.; Che, A.; Yan, P. (2012). A mixed integer programming approach for multi-cyclic robotic flowshop scheduling with time window constraints. *Applied Mathematical Modelling* 36, 3621–3629.

Γεωργιάδης, Μ.Χ.; Ελεκίδης, Α.Π.; Γεωργιάδης, Γ.Π. (2022). ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΣΕ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΕΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ. *ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΤΖΙΟΛΑ*.

Παράρτημα Α – Μαθηματική διατύπωση του Μοντέλου Δ

Παρακάτω παρατίθεται η Μαθηματική Διατύπωση του Μοντέλου Δ. Η ονοματολογία του μοντέλου Δ είναι κοινή με αυτή του Μοντέλου Γ (υποενότητα 3.3.1).

Περιορισμοί κατανομής της κάθε παρτίδας των προϊόντων στις διαθέσιμες συσκευές

$$\sum_{j \in JS_s} Y_{i,b,s,j} = 1 \quad \forall i \in I, b \in B, b \leq bmin_i, s \in S \quad (\Delta 1)$$

Ορισμός του χρόνου έναρξης και ολοκλήρωσης της επεξεργασίας κάθε παρτίδας προϊόντος σε κάθε διεργασία και γραμμή παραγωγής και του σχετικού χρόνου μεταξύ των διεργασιών

$$L_{i,b,s} + \sum_{j \in JS_s} (Y_{i,b,s,j} \cdot p_{i,s}) = C_{i,b,s} \quad \forall i \in I, b \in B, b \leq bmin_i, s \in S \quad (\Delta 2)$$

$$L_{i,b,s+1} = L_{i,b,s} + t_{s+1} - t_s \quad (\Delta 3)$$

$$\forall i \in I, b \in B, b \leq bmin_i, s < S_i^{LAST}$$

Χρονικοί περιορισμοί αλληλουχίας των παρτίδων του κάθε προϊόντος σε διεργασίες που εκτελούνται σε κοινές συσκευές

$$L_{i,b',s'} \geq C_{i,b,s} - M \cdot (1 - X_{i,b,s,b',s'}) - M \cdot (2 - Y_{i,b,s,j} - Y_{i,b',s',j}) \quad (\Delta 4)$$

$$\forall i \in I, b \in B, b, b' \leq bmin_i, j \in (JS_s \cap JS_{s'}), s, s' \in S, s < s'$$

$$L_{i,b,s} \geq C_{i,b',s'} - M \cdot X_{i,b,s,b',s'} - M \cdot (2 - Y_{i,b,s,j} - Y_{i,b',s',j}) \quad (\Delta 5)$$

$$\forall i \in I, b \in B, b, b' \leq bmin_i, j \in (JS_s \cap JS_{s'}), s, s' \in S, s < s'$$

$$L_{i,b',s} \geq C_{i,b,s} - M \cdot (2 - Y_{i,b,s,j} - Y_{i,b',s,j}) \quad (\Delta 6)$$

$$\forall i \in I, b \in B, b \leq bmin_i, b' \leq bmin_i, b < b', j \in JS_s, s \in S$$

Περιορισμοί αλληλουχίας των παρτίδων διαφορετικών προϊόντων σε ίδιο ή διαφορετικά στάδια παραγωγής που εκτελούνται σε κοινή συσκευή

$$L_{i',b',s} \geq C_{i,b,s} + CH_{i,i',j} - M \cdot (1 - \bar{x}_{i,i'}) - M \cdot (2 - Y_{i,b,s,j} - Y_{i',b',s,j}) \quad (\Delta 7)$$

$$\forall i, i' \in I, i \neq i', b \in B, b = bmin_i, b' \leq bmin_{i'}, j \in JS_s, s \in SU_s$$

$$L_{i',b',s'} \geq C_{i,b,s} - M \cdot (1 - X_{i,i',b,b',s,s'}^{new}) - M \cdot (2 - Y_{i,b,s,j} - Y_{i',b',s',j}) \quad (\Delta 8)$$

$$\forall i, i' \in I, i < i', b \in B, b \leq bmin_i, b' \leq bmin_{i'}, j \in (JS_s \cap JS_{s'}), s, s' \in S$$

$$L_{i,b,s} \geq C_{i',b',s'} - M \cdot X_{i,i',b,b',s,s'}^{new} - M \cdot (2 - Y_{i,b,s,j} - Y_{i',b',s',j}) \quad (\Delta 9)$$

$$\forall i, i' \in I, i < i', b \in B, b \leq bmin_i, b' \leq bmin_{i'}, j \in (JS_s \cap JS_{s'}), s, s' \in S$$

Αντικειμενική συνάρτηση

$$C^{max} \geq C_{i,b,s} \quad \forall i \in I, b \in B, b \leq bmin_i, s \in S \quad (\Delta 10)$$

Επέκταση του μαθηματικού μοντέλου σε περιορισμούς συνδεσιμότητας γραμμών παραγωγής που εκτελούν κοινές διεργασίες

$$Y_{i,b,s,j} + Y_{i,b,s',j'} \leq 1 \quad (\Delta 11)$$

$$\forall i \in I, b \in B, b \leq bmin_i, j, j' \in (JS_s \cap JS_{s'} \cap JConJ_j) - CI_{j,j'}, \\ s, s' \in S, s < s'$$

Παράρτημα Β – Δεδομένα παραγωγικής διαδικασίας

Πίνακας Β.1. Χρόνοι εναλλαγής μεταξύ των τελικών προϊόντων στο στάδιο της συσκευασίας

Χρον. εναλ. (h)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	-	0.75	0.75	1.5	2.25	2.25	1.25	2	2
2	0.75	-	0.75	2.25	1.5	2.25	2	1.25	2
3	0.75	0.75	-	2.25	2.25	1.5	2	2	1.25
4	1	1.75	1.75	-	0.75	0.75	1	1.75	1.75
5	1.75	1	1.75	0.75	-	0.75	1.75	1	1.75
6	1.75	1.75	1	0.75	0.75	-	1.75	1.75	1
7	1	1.75	1.75	1.5	2.25	2.25	-	0.75	0.75
8	1.75	1	1.75	2.25	1.5	2.25	0.75	-	0.75
9	1.75	1.75	1	2.25	2.25	1.5	0.75	0.75	-

Πίνακας Β.2. Χρόνοι επεξεργασίας προϊόντων στις διεργασίες της μονάδας παραγωγής γιαουρτιών

Χρον. επεξ. (h)	Ζύμωση	Παστερίωση	Αποθήκευση	Ψύξη	Συσκευασία
1	12.9	1.5	4.73	0.9	1.5
2	12.9	1.5	4.73	0.9	1
3	12.9	1.5	4.73	0.9	0.75
4	12.9	1.5	4.73	0.9	1.5
5	12.9	1.5	4.73	0.9	1
6	12.9	1.5	4.73	0.9	0.75
7	12.9	1.5	4.73	0.9	1.5
8	12.9	1.5	4.73	0.9	1
9	12.9	1.5	4.73	0.9	0.75

Πίνακας Β.3. Δεδομένα διαδικασίας παραγωγής για το Προϊόν Α – Μελέτη Περίπτωσης Α

Συσκευή	Διεργασία	Διάρκεια (h)
PST-1	Παστερίωση	1.5
T1-T _x *	Ζύμωση	12.9
	Αποθήκευση	4.73
CL-1	Ψύξη	0.9
FL-1	Συσκευασία	1.5

*ο αριθμός των διαθέσιμων δοχείων για ζύμωση και αποθήκευση ορίζεται ξεχωριστά για κάθε Μελέτη Περίπτωσης Α

Πίνακας Β.4. Δεδομένα διαδικασίας παραγωγής για το Προϊόν Β – Μελέτη Περίπτωσης Α

Συσκευή	Διεργασία	Διάρκεια (h)
PST-1	Παστερίωση	1.5
T1-T _x *	Ζύμωση	12.9
	Αποθήκευση	4.73
CL-1	Ψύξη	0.9
FL-1	Συσκευασία	1.0

*ο αριθμός των διαθέσιμων δοχείων για ζύμωση και αποθήκευση ορίζεται ξεχωριστά για κάθε Μελέτη Περίπτωσης Α

Πίνακας Β.5. Δεδομένα ζήτησης για τα διάφορα σενάρια, σε τόνους

Προϊόν	Σενάριο Ζήτησης 1, σε τόνους	Σενάριο Ζήτησης 2, σε τόνους	Σενάριο Ζήτησης 3, σε τόνους	Σενάριο Ζήτησης 4, σε τόνους
1. Φράουλα - 200g	72	24	48	60
2. Φράουλα - 500g	24	36	36	42
3. Φράουλα - 1kg	78	24	24	30
4. Μπανάνα - 200g	18	18	36	42
5. Μπανάνα - 500g	12	24	24	30
6. Μπανάνα - 1kg	72	12	12	18
7. Ροδάκινο - 200g	-	30	60	72
8. Ροδάκινο - 500g	-	36	36	42
9. Ροδάκινο - 1kg	-	30	30	36

Πίνακας Β.6. Δεδομένα ζήτησης για τα διάφορα σενάρια, σε παρτίδες

Προϊόν	Σενάριο Ζήτησης 1, σε παρτίδες	Σενάριο Ζήτησης 2, σε παρτίδες	Σενάριο Ζήτησης 3, σε παρτίδες	Σενάριο Ζήτησης 4, σε παρτίδες
1. Φράουλα - 200g	12	4	8	10
2. Φράουλα - 500g	4	6	6	7
3. Φράουλα - 1kg	13	4	4	5
4. Μπανάνα - 200g	3	3	6	7
5. Μπανάνα - 500g	2	4	4	5
6. Μπανάνα - 1kg	12	2	2	3
7. Ροδάκινο - 200g	-	5	10	12

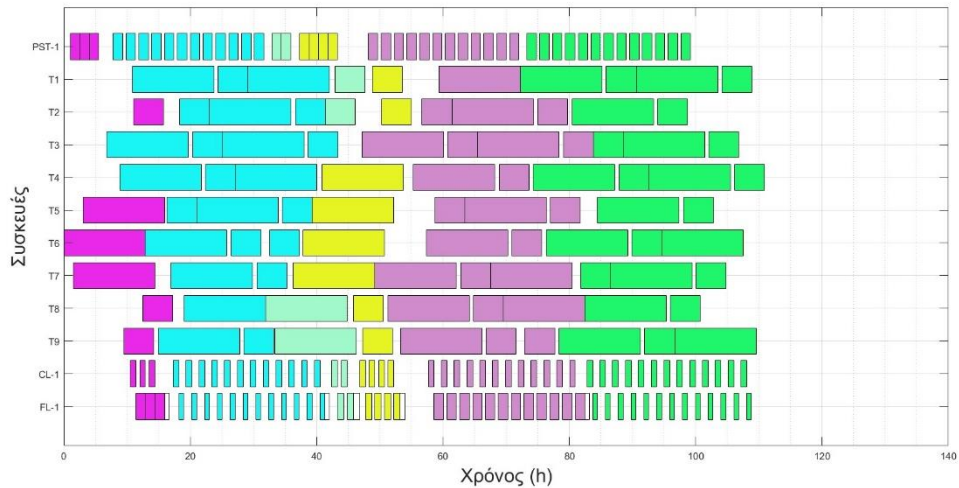
Παράρτημα Β – Δεδομένα παραγωγικής διαδικασίας

8. Ροδάκινο - 500g	-	6	6	7
9. Ροδάκινο -1kg	-	5	5	6

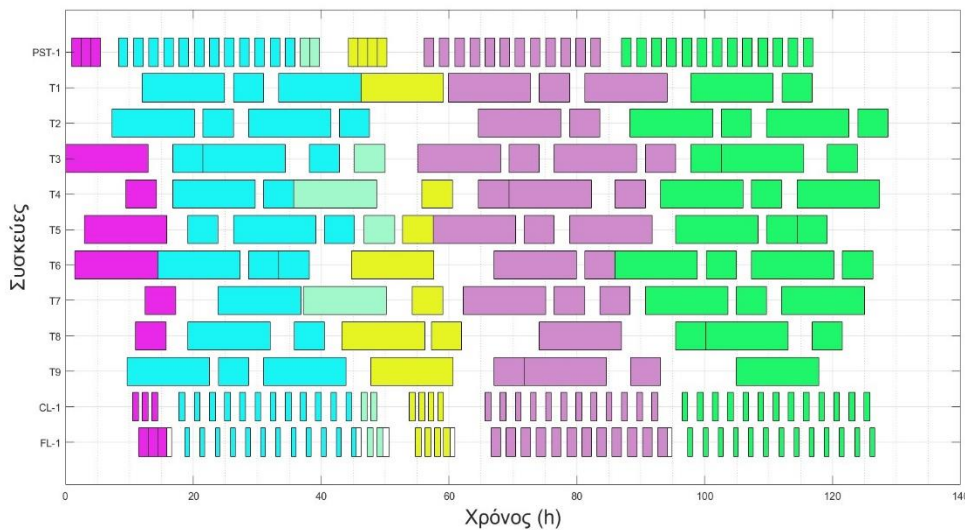
Παράρτημα Γ – Αποτελέσματα

Σενάριο Ζήτησης 1 - Κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής

Τα Σχήματα Γ.1 και Γ.2 και οι Πίνακες Γ.1, Γ.2, Γ.3 και Γ.4 αφορούν στα αποτελέσματα όπως αυτά προκύπτουν από την επίλυση του Μαθηματικού Μοντέλου Γ με τεχνική διάσπασης για το Σενάριο Ζήτησης 1 της Μελέτης Περίπτωσης Β.



Σχήμα Γ.1. Διάγραμμα Gantt χωρίς περιορισμούς συνδεσιμότητας, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 1 – τεχνική διάσπασης



Σχήμα Γ.2. Διάγραμμα Gantt με περιορισμούς συνδεσιμότητας, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 1 – τεχνική διάσπασης

Πίνακας Γ.1. Πορεία επίλυσης και χαρακτηριστικά του Μαθηματικού Μοντέλου Γ σε κάθε υποπρόβλημα, χωρίς περιορισμούς συνδεσιμότητας, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός – Σενάριο Ζήτησης 1

Υποπρόβλημα	Χαρακτηριστικά Μοντέλου		Χρόνος ολοκλήρωσης της παραγωγής (h)	CPU (s)
	Εξισώσεις	296		
1	Μεταβλητές	151	17.9	0.187
	Συνεχείς	31		
	Διαδικές	120		
	Εξισώσεις	7201		
2	Μεταβλητές	904	43.4	0.578
	Συνεχείς	151		
	Διαδικές	753		
	Εξισώσεις	9737		
3	Μεταβλητές	1180	47.9	0.781
	Συνεχείς	171		
	Διαδικές	1009		
	Εξισώσεις	15632		
4	Μεταβλητές	1796	55.3	1.297
	Συνεχείς	211		
	Διαδικές	1585		
	Εξισώσεις	39547		
5	Μεταβλητές	4061	84.5	3.656
	Συνεχείς	331		
	Διαδικές	3730		
	Εξισώσεις	77997		
6	Μεταβλητές	7615	110.9	13.562
	Συνεχείς	461		
	Διαδικές	7154		

Πίνακας Γ.2. Χρονική αξιοποίηση γραμμών παραγωγής, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 1 - τεχνική διάσπασης

	Χωρίς περιορισμούς συνδεσιμότητας		Με περιορισμούς συνδεσιμότητας	
	ΧΡΟΝΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ	ΝΕΚΡΟΣ ΧΡΟΝΟΣ	ΧΡΟΝΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ	ΝΕΚΡΟΣ ΧΡΟΝΟΣ
PST-1	69.00	41.90	58.50	59.65
T1	88.15	22.75	58.91	37.06
T2	76.54	34.36	71.81	40.50
T3	92.88	18.02	78.69	31.04

T4	96.33	14.57	83.42	35.77
T5	88.15	22.75	82.13	31.04
T6	96.32	14.58	91.59	27.60
T7	96.32	14.58	82.13	40.50
T8	83.42	27.48	63.64	53.40
T9	92.88	18.02	75.25	49.96
CL-1	41.40	69.50	35.1	87.25
FL-1	47.25	59.65	42.25	77.40

Πίνακας Γ.3. Κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής χωρίς περιορισμούς συνδεσιμότητας, Σενάριο Ζήτησης 1 – τεχνική διάσπασης

Προϊόν	Παρτίδα	Διεργασία	Συσκευή	Χρόνος έναρξης (h)	Χρόνος ολοκλήρωσης (h)	Διάρκεια (h)
Μπανάνα-200g	1	Ζύμωση	T6	0	12.9	12.9
	1	Παστερίωση	PST-1	1	2.5	1.5
	2	Ζύμωση	T7	1.5	14.4	12.9
	2	Παστερίωση	PST-1	2.5	4	1.5
	3	Ζύμωση	T5	3	15.9	12.9
	3	Παστερίωση	PST-1	4	5.5	1.5
	1	Αποθήκευση	T9	9.5	14.23	4.73
	1	Ψύξη	CL-1	10.5	11.4	0.9
	2	Αποθήκευση	T2	11	15.73	4.73
	1	Συσκευασία	FL-1	11.4	12.9	1.5
	2	Ψύξη	CL-1	12	12.9	0.9
	3	Αποθήκευση	T8	12.5	17.23	4.73
	2	Συσκευασία	FL-1	12.9	14.4	1.5
	3	Ψύξη	CL-1	13.5	14.4	0.9
	3	Συσκευασία	FL-1	14.4	15.9	1.5
Μπανάνα-1kg	1	Ζύμωση	T3	6.8	19.7	12.9
	1	Παστερίωση	PST-1	7.8	9.3	1.5
	2	Ζύμωση	T4	8.84	21.74	12.9
	2	Παστερίωση	PST-1	9.84	11.34	1.5
	3	Ζύμωση	T1	10.87	23.77	12.9
	3	Παστερίωση	PST-1	11.87	13.37	1.5
	4	Ζύμωση	T6	12.9	25.8	12.9
	4	Παστερίωση	PST-1	13.9	15.4	1.5
	5	Ζύμωση	T9	14.93	27.83	12.9
	5	Παστερίωση	PST-1	15.93	17.43	1.5
	1	Αποθήκευση	T5	16.3	21.03	4.73
	6	Ζύμωση	T7	16.96	29.86	12.9
	1	Ψύξη	CL-1	17.3	18.2	0.9
	6	Παστερίωση	PST-1	17.96	19.46	1.5
	1	Συσκευασία	FL-1	18.2	18.95	0.75
	2	Αποθήκευση	T2	18.34	23.07	4.73
	7	Ζύμωση	T8	19	31.9	12.9

	2	Ψύξη	CL-1	19.34	20.24	0.9
	7	Παστερίωση	PST-1	20	21.5	1.5
	2	Συσκευασία	FL-1	20.24	20.99	0.75
	3	Αποθήκευση	T3	20.37	25.1	4.73
	8	Ζύμωση	T5	21.03	33.93	12.9
	3	Ψύξη	CL-1	21.37	22.27	0.9
	8	Παστερίωση	PST-1	22.03	23.53	1.5
	3	Συσκευασία	FL-1	22.27	23.02	0.75
	4	Αποθήκευση	T4	22.4	27.13	4.73
	9	Ζύμωση	T2	23.07	35.97	12.9
	4	Ψύξη	CL-1	23.4	24.3	0.9
	9	Παστερίωση	PST-1	24.06	25.56	1.5
	4	Συσκευασία	FL-1	24.3	25.05	0.75
	5	Αποθήκευση	T1	24.43	29.16	4.73
	10	Ζύμωση	T3	25.1	38	12.9
	5	Ψύξη	CL-1	25.43	26.33	0.9
	10	Παστερίωση	PST-1	26.09	27.59	1.5
	5	Συσκευασία	FL-1	26.33	27.08	0.75
	6	Αποθήκευση	T6	26.46	31.19	4.73
	11	Ζύμωση	T4	27.13	40.03	12.9
	6	Ψύξη	CL-1	27.46	28.36	0.9
	11	Παστερίωση	PST-1	28.12	29.62	1.5
	6	Συσκευασία	FL-1	28.36	29.11	0.75
	7	Αποθήκευση	T9	28.5	33.23	4.73
	12	Ζύμωση	T1	29.16	42.06	12.9
	7	Ψύξη	CL-1	29.5	30.4	0.9
	12	Παστερίωση	PST-1	30.16	31.66	1.5
	7	Συσκευασία	FL-1	30.4	31.15	0.75
	8	Αποθήκευση	T7	30.53	35.26	4.73
	8	Ψύξη	CL-1	31.53	32.43	0.9
	8	Συσκευασία	FL-1	32.43	33.18	0.75
	9	Αποθήκευση	T6	32.56	37.29	4.73
	9	Ψύξη	CL-1	33.56	34.46	0.9
	9	Συσκευασία	FL-1	34.46	35.21	0.75
	10	Αποθήκευση	T5	34.59	39.32	4.73
	10	Ψύξη	CL-1	35.59	36.49	0.9
	10	Συσκευασία	FL-1	36.49	37.24	0.75
	11	Αποθήκευση	T2	36.62	41.35	4.73
	11	Ψύξη	CL-1	37.62	38.52	0.9
	11	Συσκευασία	FL-1	38.52	39.27	0.75
	12	Αποθήκευση	T3	38.66	43.39	4.73
	12	Ψύξη	CL-1	39.66	40.56	0.9
	12	Συσκευασία	FL-1	40.56	41.31	0.75
Μπανιά να- 500g	1	Ζύμωση	T8	31.9	44.8	12.9
	1	Παστερίωση	PST-1	32.9	34.4	1.5
	2	Ζύμωση	T9	33.4	46.3	12.9

	2	Παστερίωση	PST-1	34.4	35.9	1.5
	1	Αποθήκευση	T2	41.4	46.13	4.73
	1	Ψύξη	CL-1	42.4	43.3	0.9
	2	Αποθήκευση	T1	42.9	47.63	4.73
	1	Συσκευασία	FL-1	43.3	44.3	1
	2	Ψύξη	CL-1	43.9	44.8	0.9
	2	Συσκευασία	FL-1	44.8	45.8	1
Φράουλα-500g	1	Ζύμωση	T7	36.32	49.22	12.9
	1	Παστερίωση	PST-1	37.32	38.82	1.5
	2	Ζύμωση	T6	37.82	50.72	12.9
	2	Παστερίωση	PST-1	38.82	40.32	1.5
	3	Ζύμωση	T5	39.32	52.22	12.9
	3	Παστερίωση	PST-1	40.32	41.82	1.5
	4	Ζύμωση	T4	40.82	53.72	12.9
	4	Παστερίωση	PST-1	41.82	43.32	1.5
	1	Αποθήκευση	T8	45.82	50.55	4.73
	1	Ψύξη	CL-1	46.82	47.72	0.9
	2	Αποθήκευση	T9	47.32	52.05	4.73
	1	Συσκευασία	FL-1	47.72	48.72	1
	2	Ψύξη	CL-1	48.32	49.22	0.9
	3	Αποθήκευση	T1	48.82	53.55	4.73
	2	Συσκευασία	FL-1	49.22	50.22	1
	3	Ψύξη	CL-1	49.82	50.72	0.9
	4	Αποθήκευση	T2	50.32	55.05	4.73
	3	Συσκευασία	FL-1	50.72	51.72	1
	4	Ψύξη	CL-1	51.32	52.22	0.9
	4	Συσκευασία	FL-1	52.22	53.22	1
Φράουλα-200g	1	Ζύμωση	T3	47.19	60.09	12.9
	1	Παστερίωση	PST-1	48.19	49.69	1.5
	2	Ζύμωση	T7	49.22	62.12	12.9
	2	Παστερίωση	PST-1	50.22	51.72	1.5
	3	Ζύμωση	T8	51.25	64.15	12.9
	3	Παστερίωση	PST-1	52.25	53.75	1.5
	4	Ζύμωση	T9	53.29	66.19	12.9
	4	Παστερίωση	PST-1	54.29	55.79	1.5
	5	Ζύμωση	T4	55.32	68.22	12.9
	5	Παστερίωση	PST-1	56.32	57.82	1.5
	1	Αποθήκευση	T2	56.69	61.42	4.73
	6	Ζύμωση	T6	57.35	70.25	12.9
	1	Ψύξη	CL-1	57.69	58.59	0.9
	6	Παστερίωση	PST-1	58.35	59.85	1.5
	1	Συσκευασία	FL-1	58.59	60.09	1.5
	2	Αποθήκευση	T5	58.72	63.45	4.73
	7	Ζύμωση	T1	59.38	72.28	12.9
	2	Ψύξη	CL-1	59.72	60.62	0.9
	7	Παστερίωση	PST-1	60.38	61.88	1.5

2	Συσκευασία	FL-1	60.62	62.12	1.5	
3	Αποθήκευση	T3	60.75	65.48	4.73	
8	Ζύμωση	T2	61.42	74.32	12.9	
3	Ψύξη	CL-1	61.75	62.65	0.9	
8	Παστερίωση	PST-1	62.41	63.91	1.5	
3	Συσκευασία	FL-1	62.65	64.15	1.5	
4	Αποθήκευση	T7	62.79	67.52	4.73	
9	Ζύμωση	T5	63.45	76.35	12.9	
4	Ψύξη	CL-1	63.79	64.69	0.9	
9	Παστερίωση	PST-1	64.45	65.95	1.5	
4	Συσκευασία	FL-1	64.69	66.19	1.5	
5	Αποθήκευση	T8	64.82	69.55	4.73	
10	Ζύμωση	T3	65.48	78.38	12.9	
5	Ψύξη	CL-1	65.82	66.72	0.9	
10	Παστερίωση	PST-1	66.48	67.98	1.5	
5	Συσκευασία	FL-1	66.72	68.22	1.5	
6	Αποθήκευση	T9	66.85	71.58	4.73	
11	Ζύμωση	T7	67.52	80.42	12.9	
6	Ψύξη	CL-1	67.85	68.75	0.9	
11	Παστερίωση	PST-1	68.51	70.01	1.5	
6	Συσκευασία	FL-1	68.75	70.25	1.5	
7	Αποθήκευση	T4	68.88	73.61	4.73	
12	Ζύμωση	T8	69.55	82.45	12.9	
7	Ψύξη	CL-1	69.88	70.78	0.9	
12	Παστερίωση	PST-1	70.54	72.04	1.5	
7	Συσκευασία	FL-1	70.78	72.28	1.5	
8	Αποθήκευση	T6	70.91	75.64	4.73	
8	Ψύξη	CL-1	71.91	72.81	0.9	
8	Συσκευασία	FL-1	72.81	74.31	1.5	
9	Αποθήκευση	T9	72.95	77.68	4.73	
9	Ψύξη	CL-1	73.95	74.85	0.9	
9	Συσκευασία	FL-1	74.85	76.35	1.5	
10	Αποθήκευση	T2	74.98	79.71	4.73	
10	Ψύξη	CL-1	75.98	76.88	0.9	
10	Συσκευασία	FL-1	76.88	78.38	1.5	
11	Αποθήκευση	T5	77.01	81.74	4.73	
11	Ψύξη	CL-1	78.01	78.91	0.9	
11	Συσκευασία	FL-1	78.91	80.41	1.5	
12	Αποθήκευση	T3	79.04	83.77	4.73	
12	Ψύξη	CL-1	80.04	80.94	0.9	
12	Συσκευασία	FL-1	80.94	82.44	1.5	
Φράουλα-1kg	1	Ζύμωση	T1	72.28	85.18	12.9
	1	Παστερίωση	PST-1	73.28	74.78	1.5
	2	Ζύμωση	T4	74.31	87.21	12.9
	2	Παστερίωση	PST-1	75.31	76.81	1.5
	3	Ζύμωση	T6	76.35	89.25	12.9

3	Παστερίωση	PST-1	77.35	78.85	1.5
4	Ζύμωση	T9	78.38	91.28	12.9
4	Παστερίωση	PST-1	79.38	80.88	1.5
5	Ζύμωση	T2	80.41	93.31	12.9
5	Παστερίωση	PST-1	81.41	82.91	1.5
1	Αποθήκευση	T7	81.78	86.51	4.73
6	Αποθήκευση	T8	82.45	95.35	12.9
1	Ψύξη	CL-1	82.78	83.68	0.9
6	Παστερίωση	PST-1	83.44	84.94	1.5
1	Συσκευασία	FL-1	83.68	84.43	0.75
2	Αποθήκευση	T3	83.81	88.54	4.73
7	Ζύμωση	T5	84.47	97.37	12.9
2	Ψύξη	CL-1	84.81	85.71	0.9
7	Παστερίωση	PST-1	85.47	86.97	1.5
2	Συσκευασία	FL-1	85.71	86.46	0.75
3	Αποθήκευση	T1	85.85	90.58	4.73
8	Ζύμωση	T7	86.51	99.41	12.9
3	Ψύξη	CL-1	86.85	87.75	0.9
8	Παστερίωση	PST-1	87.51	89.01	1.5
3	Συσκευασία	FL-1	87.75	88.5	0.75
4	Αποθήκευση	T4	87.88	92.61	4.73
9	Ζύμωση	T3	88.54	101.44	12.9
4	Ψύξη	CL-1	88.88	89.78	0.9
9	Παστερίωση	PST-1	89.54	91.04	1.5
4	Συσκευασία	FL-1	89.78	90.53	0.75
5	Αποθήκευση	T6	89.91	94.64	4.73
10	Ζύμωση	T1	90.58	103.48	12.9
5	Ψύξη	CL-1	90.91	91.81	0.9
10	Παστερίωση	PST-1	91.57	93.07	1.5
5	Συσκευασία	FL-1	91.81	92.56	0.75
6	Αποθήκευση	T9	91.94	96.67	4.73
11	Ζύμωση	T4	92.6	105.51	12.91
6	Ψύξη	CL-1	92.94	93.84	0.9
11	Παστερίωση	PST-1	93.6	95.1	1.5
6	Συσκευασία	FL-1	93.84	94.59	0.75
7	Αποθήκευση	T2	93.97	98.7	4.73
12	Ζύμωση	T6	94.63	107.53	12.9
7	Ψύξη	CL-1	94.97	95.87	0.9
12	Παστερίωση	PST-1	95.63	97.13	1.5
7	Συσκευασία	FL-1	95.87	96.62	0.75
8	Αποθήκευση	T8	96.01	100.74	4.73
13	Ζύμωση	T9	96.67	109.57	12.9
8	Ψύξη	CL-1	97.01	97.91	0.9
13	Παστερίωση	PST-1	97.67	99.17	1.5
8	Συσκευασία	FL-1	97.91	98.66	0.75
9	Αποθήκευση	T5	98.04	102.77	4.73

9	Ψύξη	CL-1	99.04	99.94	0.9
9	Συσκευασία	FL-1	99.94	100.69	0.75
10	Αποθήκευση	T7	100.07	104.8	4.73
10	Ψύξη	CL-1	101.07	101.97	0.9
10	Συσκευασία	FL-1	101.97	102.72	0.75
11	Αποθήκευση	T3	102.1	106.83	4.73
11	Ψύξη	CL-1	103.1	104	0.9
11	Συσκευασία	FL-1	104	104.75	0.75
12	Αποθήκευση	T1	104.13	108.86	4.73
12	Ψύξη	CL-1	105.13	106.03	0.9
12	Συσκευασία	FL-1	106.03	106.78	0.75
13	Αποθήκευση	T4	106.17	110.9	4.73
13	Ψύξη	CL-1	107.17	108.07	0.9
13	Συσκευασία	FL-1	108.07	108.82	0.75

Πίνακας Γ.4. Κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής με περιορισμούς συνδεσιμότητας, Σενάριο Ζήτησης 1 – τεχνική διάσπασης

Προϊόν	Παρτίδα	Διεργασία	Συσκευή	Χρόνος έναρξης (h)	Χρόνος ολοκλήρωσης (h)	Διάρκεια (h)
Μπανάνα - 200g	1	Ζύμωση	T3	0	12.9	12.9
	1	Παστερίωση	PST-1	1	2.5	1.5
	1	Αποθήκευση	T4	9.5	14.23	4.73
	1	Ψύξη	CL-1	10.5	11.4	0.9
	1	Συσκευασία	FL-1	11.4	12.9	1.5
	2	Ζύμωση	T6	1.5	14.4	12.9
	2	Παστερίωση	PST-1	2.5	4	1.5
	2	Αποθήκευση	T8	11	15.73	4.73
	2	Ψύξη	CL-1	12	12.9	0.9
	2	Συσκευασία	FL-1	12.9	14.4	1.5
	3	Ζύμωση	T5	3	15.9	12.9
	3	Παστερίωση	PST-1	4	5.5	1.5
	3	Αποθήκευση	T7	12.5	17.23	4.73
	3	Ψύξη	CL-1	13.5	14.4	0.9
	3	Συσκευασία	FL-1	14.4	15.9	1.5
Μπανάνα - 1kg	1	Ζύμωση	T2	7.28	20.18	12.9
	1	Παστερίωση	PST-1	8.28	9.78	1.5
	1	Αποθήκευση	T3	16.78	21.51	4.73
	1	Ψύξη	CL-1	17.78	18.68	0.9
	1	Συσκευασία	FL-1	18.68	19.43	0.75
	2	Ζύμωση	T9	9.66	22.56	12.9
	2	Παστερίωση	PST-1	10.66	12.16	1.5
	2	Αποθήκευση	T5	19.16	23.89	4.73
	2	Ψύξη	CL-1	20.16	21.06	0.9
	2	Συσκευασία	FL-1	21.06	21.81	0.75
	3	Ζύμωση	T1	12.03	24.93	12.9

3	Παστερίωση	PST-1	13.03	14.53	1.5
3	Αποθήκευση	T2	21.53	26.26	4.73
3	Ψύξη	CL-1	22.53	23.43	0.9
3	Συσκευασία	FL-1	23.43	24.18	0.75
4	Ζύμωση	T6	14.4	27.3	12.9
4	Παστερίωση	PST-1	15.4	16.9	1.5
4	Αποθήκευση	T9	23.9	28.63	4.73
4	Ψύξη	CL-1	24.9	25.8	0.9
4	Συσκευασία	FL-1	25.8	26.55	0.75
5	Ζύμωση	T4	16.77	29.67	12.9
5	Παστερίωση	PST-1	17.77	19.27	1.5
5	Αποθήκευση	T1	26.27	31	4.73
5	Ψύξη	CL-1	27.27	28.17	0.9
5	Συσκευασία	FL-1	28.17	28.92	0.75
6	Ζύμωση	T8	19.14	32.04	12.9
6	Παστερίωση	PST-1	20.14	21.64	1.5
6	Αποθήκευση	T6	28.64	33.37	4.73
6	Ψύξη	CL-1	29.64	30.54	0.9
6	Συσκευασία	FL-1	30.54	31.29	0.75
7	Ζύμωση	T3	21.52	34.42	12.9
7	Παστερίωση	PST-1	22.52	24.02	1.5
7	Αποθήκευση	T4	31.02	35.75	4.73
7	Ψύξη	CL-1	32.02	32.92	0.9
7	Συσκευασία	FL-1	32.92	33.67	0.75
8	Ζύμωση	T7	23.89	36.79	12.9
8	Παστερίωση	PST-1	24.89	26.39	1.5
8	Αποθήκευση	T6	33.39	38.12	4.73
8	Ψύξη	CL-1	34.39	35.29	0.9
8	Συσκευασία	FL-1	35.29	36.04	0.75
9	Ζύμωση	T5	26.26	39.16	12.9
9	Παστερίωση	PST-1	27.26	28.76	1.5
9	Αποθήκευση	T8	35.76	40.49	4.73
9	Ψύξη	CL-1	36.76	37.66	0.9
9	Συσκευασία	FL-1	37.66	38.41	0.75
10	Ζύμωση	T2	28.63	41.53	12.9
10	Παστερίωση	PST-1	29.63	31.13	1.5
10	Αποθήκευση	T3	38.13	42.86	4.73
10	Ψύξη	CL-1	39.13	40.03	0.9
10	Συσκευασία	FL-1	40.03	40.78	0.75
11	Ζύμωση	T9	31	43.9	12.9
11	Παστερίωση	PST-1	32	33.5	1.5
11	Αποθήκευση	T5	40.5	45.23	4.73
11	Ψύξη	CL-1	41.5	42.4	0.9
11	Συσκευασία	FL-1	42.4	43.15	0.75
12	Ζύμωση	T1	33.37	46.27	12.9
12	Παστερίωση	PST-1	34.37	35.87	1.5

	12	Αποθήκευση	T2	42.87	47.6	4.73	
	12	Ψύξη	CL-1	43.87	44.77	0.9	
	12	Συσκευασία	FL-1	44.77	45.52	0.75	
<i>Μπανάνα - 500g</i>	1	Ζύμωση	T4	35.75	48.65	12.9	
	1	Παστερίωση	PST-1	36.75	38.25	1.5	
	1	Αποθήκευση	T3	45.25	49.98	4.73	
	1	Ψύξη	CL-1	46.25	47.15	0.9	
	1	Συσκευασία	FL-1	47.15	48.15	1	
	2	Ζύμωση	T7	37.25	50.15	12.9	
	2	Παστερίωση	PST-1	38.25	39.75	1.5	
	2	Αποθήκευση	T5	46.75	51.48	4.73	
	2	Ψύξη	CL-1	47.75	48.65	0.9	
	2	Συσκευασία	FL-1	48.65	49.65	1	
	<i>Φράουλα - 500g</i>	1	Ζύμωση	T8	43.27	56.17	12.9
		1	Παστερίωση	PST-1	44.27	45.77	1.5
1		Αποθήκευση	T5	52.77	57.5	4.73	
1		Ψύξη	CL-1	53.77	54.67	0.9	
1		Συσκευασία	FL-1	54.67	55.67	1	
2		Ζύμωση	T6	44.77	57.67	12.9	
2		Παστερίωση	PST-1	45.77	47.27	1.5	
2		Αποθήκευση	T7	54.27	59	4.73	
2		Ψύξη	CL-1	55.27	56.17	0.9	
2		Συσκευασία	FL-1	56.17	57.17	1	
3		Ζύμωση	T1	46.27	59.17	12.9	
3		Παστερίωση	PST-1	47.27	48.77	1.5	
3		Αποθήκευση	T4	55.77	60.5	4.73	
3		Ψύξη	CL-1	56.77	57.67	0.9	
3		Συσκευασία	FL-1	57.67	58.67	1	
4		Ζύμωση	T9	47.77	60.67	12.9	
4		Παστερίωση	PST-1	48.77	50.27	1.5	
4		Αποθήκευση	T8	57.27	62	4.73	
4		Ψύξη	CL-1	58.27	59.17	0.9	
4		Συσκευασία	FL-1	59.17	60.17	1	
<i>Φράουλα - 200g</i>	1	Ζύμωση	T3	55.13	68.03	12.9	
	1	Παστερίωση	PST-1	56.13	57.63	1.5	
	1	Αποθήκευση	T4	64.63	69.36	4.73	
	1	Ψύξη	CL-1	65.63	66.53	0.9	
	1	Συσκευασία	FL-1	66.53	68.03	1.5	
	2	Ζύμωση	T5	57.5	70.4	12.9	
	2	Παστερίωση	PST-1	58.5	60	1.5	
	2	Αποθήκευση	T9	67	71.73	4.73	
	2	Ψύξη	CL-1	68	68.9	0.9	
	2	Συσκευασία	FL-1	68.9	70.4	1.5	
	3	Ζύμωση	T1	59.88	72.78	12.9	
	3	Παστερίωση	PST-1	60.88	62.38	1.5	
	3	Αποθήκευση	T3	69.38	74.11	4.73	

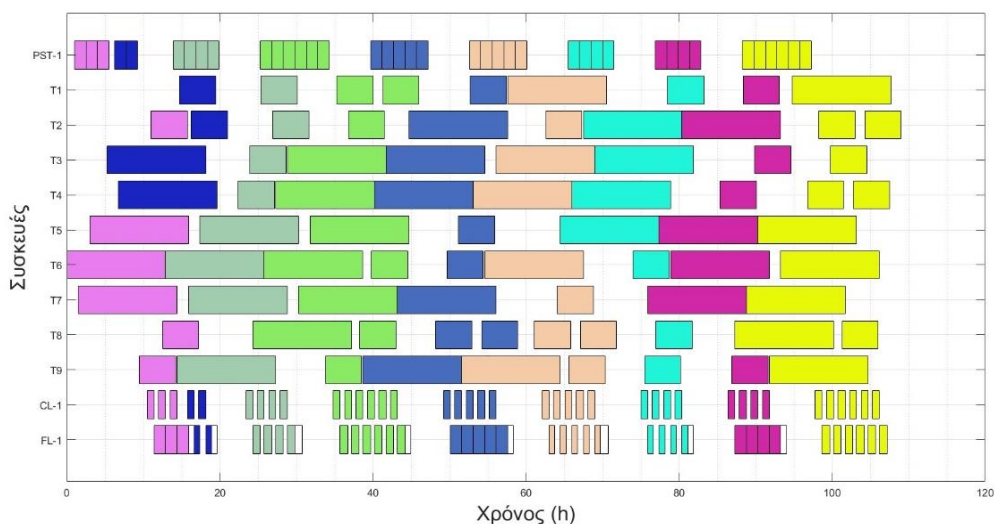
3	Ψύξη	CL-1	70.38	71.28	0.9
3	Συσκευασία	FL-1	71.28	72.78	1.5
4	Ζύμωση	T7	62.25	75.15	12.9
4	Παστερίωση	PST-1	63.25	64.75	1.5
4	Αποθήκευση	T5	71.75	76.48	4.73
4	Ψύξη	CL-1	72.75	73.65	0.9
4	Συσκευασία	FL-1	73.65	75.15	1.5
5	Ζύμωση	T2	64.62	77.52	12.9
5	Παστερίωση	PST-1	65.62	67.12	1.5
5	Αποθήκευση	T1	74.12	78.85	4.73
5	Ψύξη	CL-1	75.12	76.02	0.9
5	Συσκευασία	FL-1	76.02	77.52	1.5
6	Ζύμωση	T6	66.99	79.89	12.9
6	Παστερίωση	PST-1	67.99	69.49	1.5
6	Αποθήκευση	T7	76.49	81.22	4.73
6	Ψύξη	CL-1	77.49	78.39	0.9
6	Συσκευασία	FL-1	78.39	79.89	1.5
7	Ζύμωση	T4	69.36	82.26	12.9
7	Παστερίωση	PST-1	70.36	71.86	1.5
7	Αποθήκευση	T2	78.86	83.59	4.73
7	Ψύξη	CL-1	79.86	80.76	0.9
7	Συσκευασία	FL-1	80.76	82.26	1.5
8	Ζύμωση	T9	71.73	84.63	12.9
8	Παστερίωση	PST-1	72.73	74.23	1.5
8	Αποθήκευση	T6	81.23	85.96	4.73
8	Ψύξη	CL-1	82.23	83.13	0.9
8	Συσκευασία	FL-1	83.13	84.63	1.5
9	Ζύμωση	T8	74.11	87.01	12.9
9	Παστερίωση	PST-1	75.11	76.61	1.5
9	Αποθήκευση	T7	83.61	88.34	4.73
9	Ψύξη	CL-1	84.61	85.51	0.9
9	Συσκευασία	FL-1	85.51	87.01	1.5
10	Ζύμωση	T3	76.48	89.38	12.9
10	Παστερίωση	PST-1	77.48	78.98	1.5
10	Αποθήκευση	T4	85.98	90.71	4.73
10	Ψύξη	CL-1	86.98	87.88	0.9
10	Συσκευασία	FL-1	87.88	89.38	1.5
11	Ζύμωση	T5	78.85	91.75	12.9
11	Παστερίωση	PST-1	79.85	81.35	1.5
11	Αποθήκευση	T9	88.35	93.08	4.73
11	Ψύξη	CL-1	89.35	90.25	0.9
11	Συσκευασία	FL-1	90.25	91.75	1.5
12	Ζύμωση	T1	81.22	94.12	12.9
12	Παστερίωση	PST-1	82.22	83.72	1.5
12	Αποθήκευση	T3	90.72	95.45	4.73
12	Ψύξη	CL-1	91.72	92.62	0.9

Φράουλα – 1kg	12	Συσκευασία	FL-1	92.62	94.12	1.5
	1	Ζύμωση	T6	85.96	98.86	12.9
	1	Παστερίωση	PST-1	86.96	88.46	1.5
	1	Αποθήκευση	T8	95.46	100.19	4.73
	1	Ψύξη	CL-1	96.46	97.36	0.9
	1	Συσκευασία	FL-1	97.36	98.11	0.75
	2	Ζύμωση	T2	88.34	101.24	12.9
	2	Παστερίωση	PST-1	89.34	90.84	1.5
	2	Αποθήκευση	T3	97.84	102.57	4.73
	2	Ψύξη	CL-1	98.84	99.74	0.9
	2	Συσκευασία	FL-1	99.74	100.49	0.75
	3	Ζύμωση	T7	90.71	103.61	12.9
	3	Παστερίωση	PST-1	91.71	93.21	1.5
	3	Αποθήκευση	T6	100.21	104.94	4.73
	3	Ψύξη	CL-1	101.21	102.11	0.9
	3	Συσκευασία	FL-1	102.11	102.86	0.75
	4	Ζύμωση	T4	93.08	105.98	12.9
	4	Παστερίωση	PST-1	94.08	95.58	1.5
	4	Αποθήκευση	T2	102.58	107.31	4.73
	4	Ψύξη	CL-1	103.58	104.48	0.9
	4	Συσκευασία	FL-1	104.48	105.23	0.75
	5	Ζύμωση	T5	95.45	108.35	12.9
	5	Παστερίωση	PST-1	96.45	97.95	1.5
	5	Αποθήκευση	T7	104.95	109.68	4.73
	5	Ψύξη	CL-1	105.95	106.85	0.9
	5	Συσκευασία	FL-1	106.85	107.6	0.75
	6	Ζύμωση	T1	97.82	110.72	12.9
	6	Παστερίωση	PST-1	98.82	100.32	1.5
	6	Αποθήκευση	T4	107.32	112.05	4.73
	6	Ψύξη	CL-1	108.32	109.22	0.9
	6	Συσκευασία	FL-1	109.22	109.97	0.75
	7	Ζύμωση	T8	100.19	113.09	12.9
	7	Παστερίωση	PST-1	101.19	102.69	1.5
	7	Αποθήκευση	T5	109.69	114.42	4.73
	7	Ψύξη	CL-1	110.69	111.59	0.9
	7	Συσκευασία	FL-1	111.59	112.34	0.75
	8	Ζύμωση	T3	102.57	115.47	12.9
	8	Παστερίωση	PST-1	103.57	105.07	1.5
	8	Αποθήκευση	T1	112.07	116.8	4.73
	8	Ψύξη	CL-1	113.07	113.97	0.9
8	Συσκευασία	FL-1	113.97	114.72	0.75	
9	Ζύμωση	T9	104.94	117.84	12.9	
9	Παστερίωση	PST-1	105.94	107.44	1.5	
9	Αποθήκευση	T5	114.44	119.17	4.73	
9	Ψύξη	CL-1	115.44	116.34	0.9	
9	Συσκευασία	FL-1	116.34	117.09	0.75	

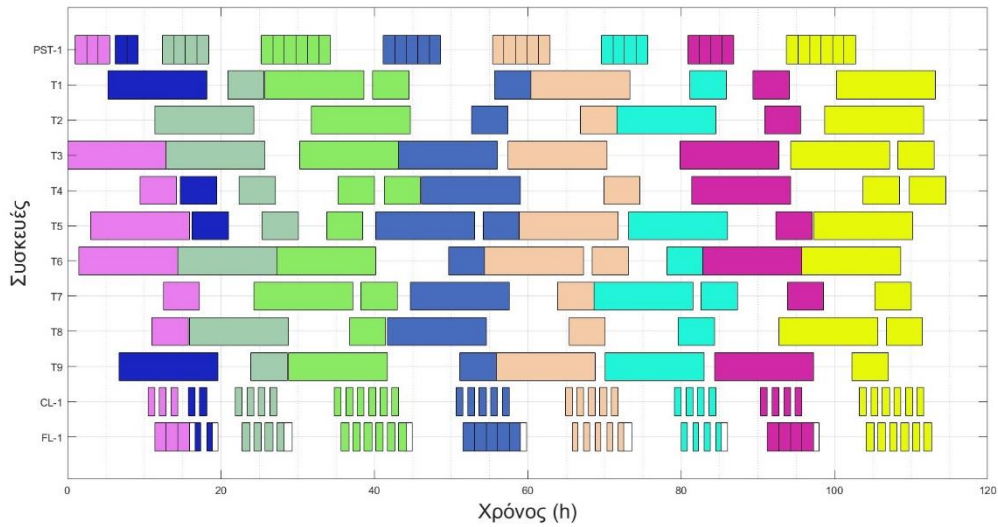
10	Ζύμωση	T6	107.31	120.21	12.9
10	Παστερίωση	PST-1	108.31	109.81	1.5
10	Αποθήκευση	T8	116.81	121.54	4.73
10	Ψύξη	CL-1	117.81	118.71	0.9
10	Συσκευασία	FL-1	118.71	119.46	0.75
11	Ζύμωση	T2	109.68	122.58	12.9
11	Παστερίωση	PST-1	110.68	112.18	1.5
11	Αποθήκευση	T3	119.18	123.91	4.73
11	Ψύξη	CL-1	120.18	121.08	0.9
11	Συσκευασία	FL-1	121.08	121.83	0.75
12	Ζύμωση	T7	112.05	124.95	12.9
12	Παστερίωση	PST-1	113.05	114.55	1.5
12	Αποθήκευση	T6	121.55	126.28	4.73
12	Ψύξη	CL-1	122.55	123.45	0.9
12	Συσκευασία	FL-1	123.45	124.2	0.75
13	Ζύμωση	T4	114.42	127.32	12.9
13	Παστερίωση	PST-1	115.42	116.92	1.5
13	Αποθήκευση	T2	123.92	128.65	4.73
13	Ψύξη	CL-1	124.92	125.82	0.9
13	Συσκευασία	FL-1	125.82	126.57	0.75

Σενάριο Ζήτησης 2 - Κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής

Τα Σχήματα Γ.3 και Γ.4 και ο Πίνακας Γ.5 αφορούν στα αποτελέσματα όπως αυτά προκύπτουν από την επίλυση του Μαθηματικού Μοντέλου Γ με τεχνική διάσπασης για το Σενάριο Ζήτησης 2 της Μελέτης Περίπτωσης Β.



Σχήμα Γ.3. Διάγραμμα Gantt χωρίς περιορισμούς συνδεσιμότητας, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 2 – τεχνική διάσπασης



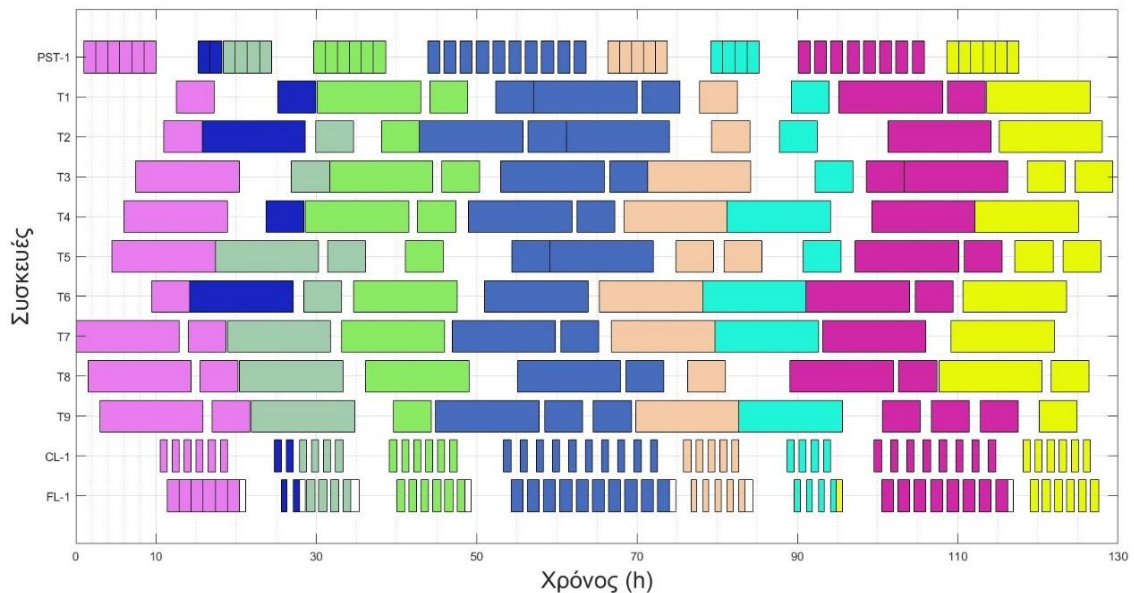
Σχήμα Γ.4. Διάγραμμα Gantt με περιορισμούς συνδεσιμότητας, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 2 – τεχνική διάσπασης

Πίνακας Γ.5. Χρονική αξιοποίηση γραμμών παραγωγής, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 2 – τεχνική διάσπασης

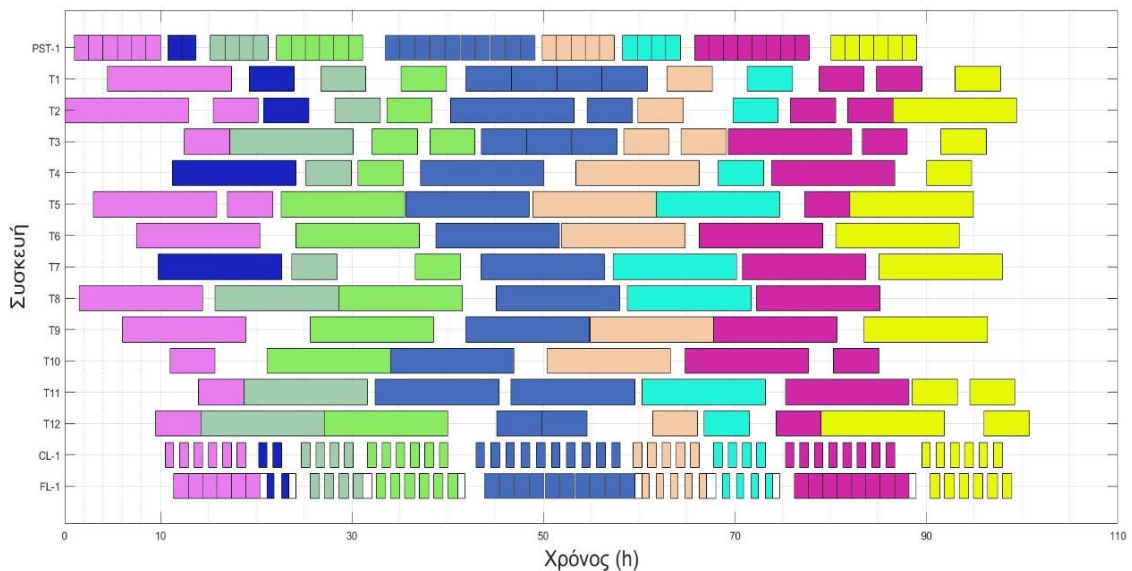
	Χωρίς περιορισμούς συνδεσιμότητας		Με περιορισμούς συνδεσιμότητας	
	ΧΡΟΝΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ	ΝΕΚΡΟΣ ΧΡΟΝΟΣ	ΧΡΟΝΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ	ΝΕΚΡΟΣ ΧΡΟΝΟΣ
PST-1	58.50	50.53	58.50	56.02
T1	58.91	50.12	58.91	39.27
T2	71.81	37.22	71.81	48.73
T3	78.69	30.34	78.69	19.49
T4	83.42	25.61	83.42	50.88
T5	82.13	26.90	82.13	26.37
T6	91.59	17.44	91.59	22.93
T7	82.13	26.90	82.13	47.44
T8	63.64	45.39	63.64	52.17
T9	75.25	33.78	75.25	35.83
CL-1	35.10	73.93	35.10	79.42
FL-1	42.25	60.28	42.25	65.77

Σενάριο Ζήτησης 3- Κυκλικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής

Τα Σχήματα Γ.5 και Γ.6 και ο Πίνακας Γ.6 αφορούν στα αποτελέσματα όπως αυτά προκύπτουν από την επίλυση του Μαθηματικού Μοντέλου Γ με τεχνική διάσπασης για το Σενάριο Ζήτησης 3 της Μελέτης Περίπτωσης Β.



Σχήμα Γ.5. Διάγραμμα Gantt 9 δοχείων, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 3 – τεχνική διάσπασης



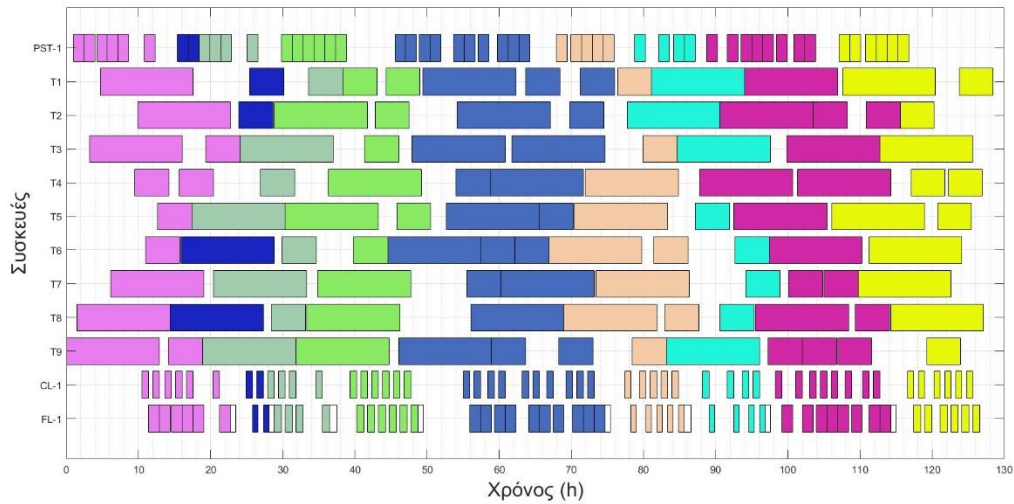
Σχήμα Γ.6. Διάγραμμα Gantt 12 δοχείων, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 3 – τεχνική διάσπασης

Πίνακας Γ.6. Χρονική αξιοποίηση γραμμών παραγωγής, κυκλικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 3 - τεχνική διάσπασης

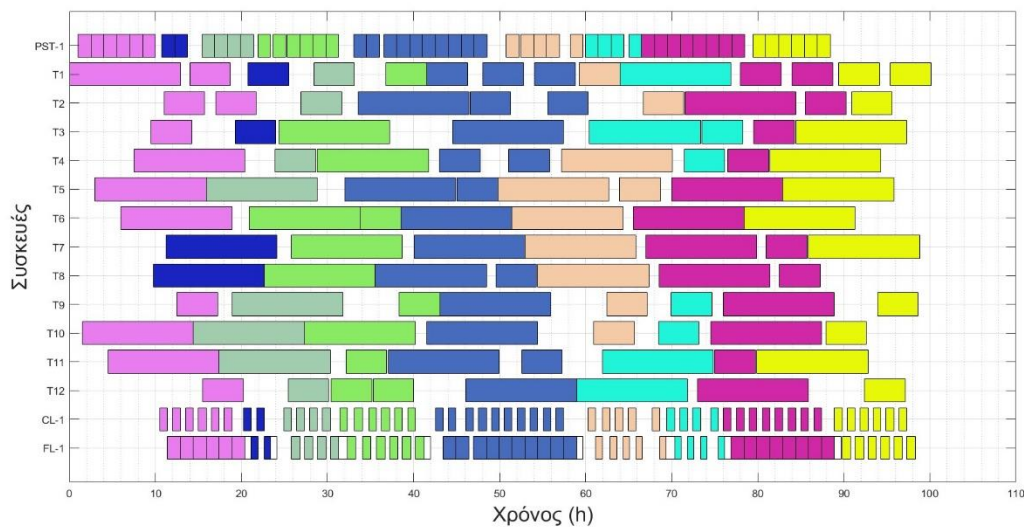
	9 ΔΟΧΕΙΑ		12 ΔΟΧΕΙΑ	
	ΧΡΟΝΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ	ΝΕΚΡΟΣ ΧΡΟΝΟΣ	ΧΡΟΝΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ	ΝΕΚΡΟΣ ΧΡΟΝΟΣ
PST-1	76.50	52.88	76.50	24.25
T1	89.44	39.94	69.66	31.09
T2	92.88	36.50	81.27	19.48
T3	97.61	31.77	73.10	27.65
T4	104.49	24.89	70.52	30.23
T5	94.17	35.21	86.86	13.89
T6	104.49	24.89	77.40	23.53
T7	112.66	16.72	73.96	26.79
T8	101.05	28.33	77.40	23.35
T9	102.34	27.04	77.40	23.35
T10	-	-	61.06	39.69
T11	-	-	78.69	22.06
T12	-	-	71.81	28.94
CL-1	45.90	83.48	45.90	54.85
FL-1	60.25	62.63	60.25	34.00

Σενάριο Ζήτησης 3 – Συμβατικός χρονοπρογραμματισμός παραγωγής

Τα Σχήματα Γ.7 και Γ.8 και ο Πίνακας Γ.7 αφορούν στα αποτελέσματα όπως αυτά προκύπτουν από την επίλυση του Μαθηματικού Μοντέλου Δ με τεχνική διάσπασης για το Σενάριο Ζήτησης 3 της Μελέτης Περίπτωσης Γ.



Σχήμα Γ.7. Διάγραμμα Gantt 9 δοχείων, συμβατικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 3 – τεχνική διάσπασης



Σχήμα Γ.8. Διάγραμμα Gantt 12 δοχείων, συμβατικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 3 – τεχνική διάσπασης

Πίνακας Γ.7. Χρονική αξιοποίηση γραμμών παραγωγής, συμβατικός χρονοπρογραμματισμός, Σενάριο Ζήτησης 3 - τεχνική διάσπασης

	9 ΔΟΧΕΙΑ		12 ΔΟΧΕΙΑ	
	ΧΡΟΝΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ	ΝΕΚΡΟΣ ΧΡΟΝΟΣ	ΧΡΟΝΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ	ΝΕΚΡΟΣ ΧΡΟΝΟΣ
PST-1	76.5	51.98	76.5	23.64
T1	102.34	26.14	82.56	17.58
T2	92.88	35.6	63.64	36.5
T3	104.49	23.99	70.52	29.62
T4	92.88	35.6	75.25	24.89
T5	101.05	27.43	86.86	13.28
T6	97.61	30.87	82.13	18.01
T7	96.32	32.16	82.13	18.01
T8	109.22	19.26	73.96	26.18
T9	102.34	26.14	62.35	37.79
T10	-	-	78.69	21.45
T11	-	-	78.69	21.45
T12	-	-	62.35	37.79
CL-1	45.9	82.58	45.9	54.24
FL-1	60.25	61.73	60.25	33.39