



**ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

**ΤΟΜΕΑΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ, ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ &
ΡΥΘΜΙΣΗΣ
ΧΗΜΙΚΩΝ ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ
(Α.Σ.Ρ.Χ.Δ.Ε.)**

**Στοχαστικός Χρονοπρογραμματισμός
Παραγωγής
Βιομηχανικής Μονάδας Παραγωγής Κονιαμάτων**

Διπλωματική εργασία της
Σταματίας Μίχου
Α.Ε.Μ. : 5354

Επιβλέπων: κ. Μιχαήλ Γεωργιάδης, Καθηγητής

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ, ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2023

Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετάται η επίδραση της στοχαστικότητας της ζήτησης στον χρονοπρογραμματισμό της παραγωγικής διαδικασίας μιας μονάδας παραγωγής κονιαμάτων, για τρεις διαφορετικές περιπτώσεις εβδομαδιαίας ζήτησης των προϊόντων. Συγκεκριμένα, μελετάται η περίπτωση μιας παραγωγικής μονάδας της εταιρίας ISOMAT, από την οποία και πάρθηκαν δεδομένα που αφορούν το είδος και το πλήθος των προϊόντων, την ζήτηση αυτών καθώς και το είδος και το πλήθος των διαθέσιμων γραμμών παραγωγής και εξοπλισμού. Σε πρώτο βήμα, γίνεται μια βιβλιογραφική ανασκόπηση για την ανάπτυξη και εξέλιξη του κλάδου του χρονοπρογραμματισμού και της βελτιστοποίησης αυτού. Στη συνέχεια, περιγράφεται η διαδικασία παραγωγής των προϊόντων της εταιρίας που συμπεριλήφθηκαν στην παρούσα μελέτη. Στο κυρίως μέρος της μελέτης αυτής, πραγματοποιείται η ανάπτυξη και η ανάλυση τεσσάρων μαθηματικών μοντέλων, με στόχο την διαφορετική προσέγγιση της αβεβαιότητας της ζήτησης και την εύρεση του βέλτιστου χρονοπρογραμματισμού παραγωγής υπό συνθήκες στοχαστικά μεταβαλλόμενης ζήτησης. Το πρώτο μοντέλο που αναπτύχθηκε, αποτελεί το ντετερμινιστικό μοντέλο, στο οποίο η ζήτηση δεν παρουσιάζει καμιά αβεβαιότητα στην τιμή της και για τις τρεις υπό μελέτη εβδομάδες, η τιμή της λαμβάνεται από ιστορικά δεδομένα της εταιρίας. Στα υπόλοιπα τρία μοντέλα υπεισέρχεται η έννοια της αβεβαιότητας και της στοχαστικότητας στο μέγεθος της ζήτησης. Σε κάθε ένα εκ των τριών στοχαστικών μοντέλων, ο όρος της αβεβαιότητας, προσεγγίζεται με διαφορετικό τρόπο, με στόχο την πολύπλευρη μελέτη του προβλήματος. Το πρώτο εκ των στοχαστικών μαθηματικών μοντέλων που αναπτύχθηκαν, το μοντέλο της αναμενόμενης τιμής, υπολογίζει την μέση τιμή της ζήτησης όπως προκύπτει από τις πιθανότητες εμφάνισης των σεναρίων ζήτησης. Ακολουθεί το στοχαστικό μοντέλο το οποίο προσεγγίζει τον στοχαστικό χρονοπρογραμματισμό με την μέθοδο των δύο σταδίων όπου οι μεταβλητές του δευτέρου σταδίου εξαρτώνται από το σενάριο της ζήτησης. Το τελευταίο μαθηματικό μοντέλο που αναπτύχθηκε χρησιμοποιεί τον αλγόριθμο DECIS ο οποίος χαρακτηρίζεται ως ένας από τους καλύτερους επιλυτές στοχαστικών προβλημάτων μεγάλης κλίμακας εφαρμόζοντας διάφορες τεχνικές επίλυσης. Αφού ολοκληρωθεί η διατύπωση των μοντέλων ακολουθεί η αξιολόγηση των αποτελεσμάτων. Τα αποτελέσματα προέκυψαν από την μελέτη τριών περιπτώσεων, όπου σε κάθε μια

εξετάζεται ένας διαφορετικός συνδυασμός των πιθανοτήτων εμφάνισης της ζήτησης. Από την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων προέκυψε ότι το στοχαστικό μαθηματικό μοντέλο και το μοντέλο DECIS προσεγγίζουν καλύτερα την αβεβαιότητα της ζήτησης ωστόσο και τα δύο μοντέλα παρουσιάζουν κάποιες αδυναμίες.

Abstract

This thesis, studies the effect of stochastic demand on the scheduling of the production process of a mortar production plant, for three different cases of weekly products demand. Specifically, the production plant of the ISOMAT company is studied, using realistic data concerning the type and quantity of products, their demand, the type and quantity of available production lines and equipment. First, a thorough literature review is made about the development and evolution of the field of process scheduling under uncertainty. Then, the production process of ISOMAT is described. The core of this thesis is comprised of four mathematical models, all of which are presented and described in detail. The aforementioned models aim to describe the demand uncertainty and derive optimal production schedules for products with stochastic demand. The first model is a deterministic model, in which product demand is not subject to uncertainty for a time horizon of three weeks and its value is obtained from historical company data. In the other three models, the concept of product demand uncertainty and stochasticity is introduced. In each of the three stochastic models, the uncertainty is quantified differently to provide a multifaceted analysis of the problem. In the first of the stochastic mathematical model, the expected value model, demand is defined as the average value of demand under different scenarios. This is followed by the stochastic model which approximates stochastic scheduling by a two-stage method where the second-stage variables depend on the demand scenario. The last mathematical model developed uses the DECIS algorithm which relies on a state-of-the-art solver for large-scale stochastic optimization problems by applying various solution techniques. Once the formulation of the models is completed, the evaluation of the results follows. The results are obtained by studying three cases, where in each case a different combination of product demand occurrence probabilities is considered. The results indicate that the stochastic mathematical model and the DECIS-based model approximate the demand uncertainty in a more realistic way yet both models illustrate some weaknesses.

Ευχαριστίες

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Καθηγητή Μιχαήλ Γεωργιάδη, επιβλέποντα της διπλωματικής μου εργασίας, για την δυνατότητα που μου έδωσε να ασχοληθώ με ένα τόσο ενδιαφέρον θέμα, καθώς και για τις σημαντικές γνώσεις και τη καθοδήγηση που μου παρείχε τον τελευταίο χρόνο.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω την υποψήφια διδάκτορα Μαρία-Ελένη Σαμουηλίδου για την πολύτιμη βοήθεια και την καθοδήγηση που μου παρείχε καθ' όλη την διάρκεια της διεξαγωγής της διπλωματικής μου.

Ακόμα θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου και τα αδέρφια μου που η αγάπη τους και η στήριξή τους μου δίνουν δύναμη και κουράγιο να συνεχίζω να προσπαθώ για το καλύτερο.

Τέλος, δεν θα μπορούσα να παραλείψω τους φίλους μου που είναι πάντα δίπλα μου και με στηρίζουν.

Σταματίνα Μίχου

Περιεχόμενα

Στοχαστικός Χρονοπρογραμματισμός.....	1
Περίληψη.....	i
Abstract.....	iii
Ευχαριστίες.....	v
Περιεχόμενα.....	vi
1 Εισαγωγή.....	1
1.1 Ο Χρονοπρογραμματισμός της Παραγωγής – Ιστορική Ανασκόπηση.....	1
1.2 Χρονοπρογραμματισμός παραγωγής κάτω από Αβεβαιότητα.....	8
2 Περιγραφή Παραγωγικής Διαδικασία.....	12
2.1 Η εταιρεία ISOMAT S.A.....	12
2.2 Διαδικασία Παραγωγής.....	13
2.2.1 Στάδιο 1.....	13
2.2.2 Στάδιο 2.....	15
2.3 Δεδομένα Παραγωγικής Διαδικασίας.....	19
3 Μαθηματικά Μοντέλα.....	23
3.1 Ανάπτυξη Μαθηματικών Μοντέλων.....	23
3.1.1 Ονοματολογία.....	25
3.1.2 Μαθηματική διατύπωση μοντέλων.....	28
4 Μελέτες Περίπτωσης – Αποτελέσματα.....	48
4.1 Χρονοπρογραμματισμός παραγωγής της βιομηχανικής μονάδας παραγωγής κονιαμάτων- 1^η Εβδομαδιαία ζήτηση.....	49
4.1.1 Αποτελέσματα Ντετερμινιστικού Μοντέλου.....	50
4.1.2 Μελέτη Περίπτωσης 1.....	51
4.1.3 Μελέτη Περίπτωσης 2.....	56
4.1.4 Μελέτη Περίπτωσης 3.....	61
4.2 Χρονοπρογραμματισμός παραγωγής της βιομηχανικής μονάδας παραγωγής κονιαμάτων- 2^η Εβδομαδιαία ζήτηση.....	67

4.2.1	Αποτελέσματα Ντετερμινιστικού Μοντέλου.....	67
4.2.2	Μελέτη Περίπτωσης 1.....	68
4.2.3	Μελέτη Περίπτωσης 2.....	73
4.2.4	Μελέτη Περίπτωσης 3.....	78
4.3	Χρονοπρογραμματισμός παραγωγής της βιομηχανικής μονάδας παραγωγής κονιαμάτων- 3 ^η εβδομαδιαία ζήτηση.....	83
4.3.1	Αποτελέσματα Ντετερμινιστικού Μοντέλου.....	83
4.3.2	Μελέτη Περίπτωσης 1.....	84
4.3.3	Μελέτη Περίπτωσης 2.....	89
4.3.4	Μελέτη Περίπτωσης 3.....	94
5	Συμπεράσματα και προτάσεις για περαιτέρω μελέτη.....	99
5.1	Συμπεράσματα.....	99
5.2	Προτάσεις για περαιτέρω μελέτη.....	101
	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	102
	Παράρτημα – Δεδομένα παραγωγικής Διαδικασίας.....	104

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 2.1	Διάμετροι κόκκου που διαχωρίζει το κάθε κόσκινο.....	14
Πίνακας 2.2	Μέγιστα κιλά που ζυγίζει κάθε ζυγός.....	15
Πίνακας 2.3	Γραμμές Παραγωγής.....	19
Πίνακας 2.4	Κατηγοριοποίηση υλικών ανάλογα το αδρανές υλικό και τη διάμετρο κόκκου.....	21
Πίνακας 4.1	Ώρες λειτουργίας, ώρες εναλλαγών και στατιστικά στοιχεία επίλυσης των μοντέλων για τη μελέτη περίπτωσης 1 και για την 1 ^η εβδομαδιαία ζήτηση.....	55
Πίνακας 4.2	Ώρες λειτουργίας, ώρες εναλλαγών και στατιστικά στοιχεία επίλυσης των μοντέλων για τη μελέτη περίπτωσης 2 και για την 1η εβδομάδα ζήτησης.....	60
Πίνακας 4.3	Ώρες λειτουργίας, ώρες εναλλαγών και στατιστικά στοιχεία επίλυσης των μοντέλων για τη μελέτη περίπτωσης 3 και για την 1η εβδομάδα ζήτησης.....	65
Πίνακας 4.4	Ώρες λειτουργίας, ώρες εναλλαγών και στατιστικά στοιχεία επίλυσης των μοντέλων για τη μελέτη περίπτωσης 1 και για την 2η εβδομάδα ζήτησης.....	72

Πίνακας 4.5 Ώρες λειτουργίας, ώρες εναλλαγών και στατιστικά στοιχεία επίλυσης των μοντέλων για τη μελέτη περίπτωσης 2 και για την 2η εβδομάδα ζήτησης	77
Πίνακας 4.6 Ώρες λειτουργίας, ώρες εναλλαγών και στατιστικά στοιχεία επίλυσης των μοντέλων για τη μελέτη περίπτωσης 3 και για την 2η εβδομάδα ζήτησης	81
Πίνακας 4.7 Ώρες λειτουργίας, ώρες εναλλαγών και στατιστικά στοιχεία επίλυσης των μοντέλων για την μελέτη περίπτωσης 1 και για την 3η εβδομαδιαία ζήτηση	88
Πίνακας 4.8 Ώρες λειτουργίας, ώρες εναλλαγών και στατιστικά στοιχεία επίλυσης των μοντέλων για την μελέτη περίπτωσης 2 και για την 3 ^η εβδομαδιαία ζήτηση.....	93
Πίνακας 4.9 Ώρες λειτουργίας, ώρες εναλλαγών και στατιστικά στοιχεία επίλυσης των μοντέλων για την μελέτη περίπτωσης 3 και για την 3η εβδομαδιαία ζήτηση	97

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 1.1 Συνεχής και διαλείπουσα λειτουργία.....	3
Σχήμα 1.2 Διακριτή και συνεχής αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα (Floudas & Lin, 2005).....	4
Σχήμα 1.3 Απεικόνιση STN Δικτύου (Floudas & Lin, 2005).....	5
Σχήμα 1.4 Απεικόνιση RTN Δικτύου (Floudas & Lin, 2005)	6
Σχήμα 2.1 Σχηματική απεικόνιση της παραλαβής των πρώτων υλών και της μεταφοράς τους σε σιλό αποθήκευσης μέσω κοχλιών	14
Σχήμα 2.2 Σχηματική απεικόνιση του αναδευτήρα	15
Σχήμα 2.3 Σχηματική απεικόνιση της συσκευαστικής μηχανής.....	16
Σχήμα 2.4 Διάγραμμα ροής.....	18
Σχήμα 3.1 Αναπαράσταση του χρόνου	28
Σχήμα 3.2 Σχηματική αναπαράσταση των μεταβλητών άμεσης προτεραιότητας $X_{p,pp,j,n}$	29
Σχήμα 3.3 Σχηματική αναπαράσταση του περιορισμού 3.3	30
Σχήμα 3.4 Σχηματική αναπαράσταση των περιορισμών 3.12 και 3.13	33
Σχήμα 4.1 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του ντετερμινιστικού μοντέλου για την 1η εβδομαδιαία ζήτηση.....	50
Σχήμα 4.2 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου της αναμενόμενης τιμής για την 1η εβδομαδιαία ζήτηση και για τη μελέτη περίπτωσης 1.....	52
Σχήμα 4.3 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του	

στοχαστικού μοντέλου για την 1η εβδομαδιαία ζήτηση και για τη μελέτη περίπτωσης 1.....	53
Σχήμα 4.4 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου DECIS για την 1η εβδομαδιαία ζήτηση και για την μελέτη περίπτωσης 1	54
Σχήμα 4.5 Συνολική παραγόμενη ποσότητα τεμαχίων για τα τέσσερα διαφορετικά μαθηματικά μοντέλα στη μελέτη περίπτωσης 1 για την 1η εβδομαδιαία ζήτηση.....	56
Σχήμα 4.6 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου της αναμενόμενης τιμής για την 1η εβδομάδα ζήτησης και για τη μελέτη περίπτωσης 2.....	57
Σχήμα 4.7 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του στοχαστικού μοντέλου για την 1η εβδομάδα ζήτησης και για τη μελέτη περίπτωσης 2	58
Σχήμα 4.8 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου DECIS για την 1η εβδομάδα ζήτησης και για τη μελέτη περίπτωσης 2	59
Σχήμα 4.9 Συνολική παραγόμενη ποσότητα τεμαχίων για τα τέσσερα διαφορετικά μαθηματικά μοντέλα για τη μελέτη περίπτωσης 2 για την 1η εβδομάδα ζήτησης.....	61
Σχήμα 4.10 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου αναμενόμενης τιμής για την 1η εβδομάδα ζήτησης και για τη μελέτη περίπτωσης 3.....	62
Σχήμα 4.11 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του στοχαστικού μοντέλου για την 1η εβδομάδα ζήτησης και για τη μελέτη περίπτωσης 3	63
Σχήμα 4.12 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου DECIS για την 1η εβδομάδα ζήτησης και για τη μελέτη περίπτωσης 3	64
Σχήμα 4.13 Συνολική παραγόμενη ποσότητα τεμαχίων για τα τέσσερα διαφορετικά μαθηματικά μοντέλα για τη μελέτη περίπτωσης 3 για την 1η εβδομάδα ζήτησης.....	65
Σχήμα 4.14 Χρόνος Λειτουργίας παραγωγής σε κάθε μελέτη περίπτωσης όπως προκύπτει απο τα 4 μαθηματικά μοντέλα για την 1 ^η εβδομάδα.	66
Σχήμα 4.15 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του ντετερμινιστικού μοντέλου για την 2η εβδομαδιαία ζήτηση.....	67
Σχήμα 4.16 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου της αναμενόμενης τιμής για την 2η εβδομάδα ζήτησης και για τη μελέτη περίπτωσης 1.....	69
Σχήμα 4.17 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του	

στοχαστικού μοντέλου για την 2η εβδομάδα ζήτησης και για τη μελέτη περίπτωσης 1	70
Σχήμα 4.18 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου DECIS για την 2η εβδομάδα ζήτησης και για τη μελέτη περίπτωσης 1 ...	71
Σχήμα 4.19 Συνολική παραγόμενη ποσότητα τεμαχίων για τα τέσσερα διαφορετικά μαθηματικά μοντέλα για τη μελέτη περίπτωσης 1 για την 2η εβδομάδα ζήτησης.....	73
Σχήμα 4.20 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου της αναμενόμενης τιμής για την 2η εβδομάδα ζήτησης και για τη μελέτη περίπτωσης 2.....	74
Σχήμα 4.21 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του στοχαστικού μοντέλου για την 2η εβδομάδα ζήτησης και για τη μελέτη περίπτωσης 2	75
Σχήμα 4.22 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου DECIS για την 1η εβδομάδα ζήτησης και για τη μελέτη περίπτωσης 2	76
Σχήμα 4.23 Συνολική παραγόμενη ποσότητα τεμαχίων για τα τέσσερα διαφορετικά μαθηματικά μοντέλα για τη μελέτη περίπτωσης 2 για την 2η εβδομάδα ζήτησης.....	77
Σχήμα 4.24 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου αναμενόμενης τιμής για την 2η εβδομάδα ζήτησης και για τη μελέτη περίπτωσης 3.....	78
Σχήμα 4.25 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του στοχαστικού μοντέλου για την 2η εβδομάδα ζήτησης και για τη μελέτη περίπτωσης 3	79
Σχήμα 4.26 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου DECIS για την 2η εβδομάδα ζήτησης και για τη μελέτη περίπτωσης 3	80
Σχήμα 4.27 Συνολική παραγόμενη ποσότητα τεμαχίων για τα τέσσερα διαφορετικά μαθηματικά μοντέλα για τη μελέτη περίπτωσης 3 για τη 2η εβδομάδα ζήτησης	81
Σχήμα 4.28 Χρόνος Λειτουργίας παραγωγής σε κάθε μελέτη περίπτωσης όπως προκύπτει απο τα 4 μαθηματικά μοντέλα για την 2η εβδομάδα.	82
Σχήμα 4.29 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του ντετερμινιστικού μοντέλου για την 3η εβδομαδιαίας ζήτησης.....	83
Σχήμα 4.30 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου της αναμενόμενης τιμής για την 3η εβδομαδιαία ζήτηση και για την μελέτη περίπτωσης 1.....	85
Σχήμα 4.31 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του	

στοχαστικού μοντέλου για την 3η εβδομαδιαία ζήτηση και για την μελέτη περίπτωσης 1.....	86
Σχήμα 4.32 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου DECIS για την 3η εβδομαδιαία ζήτηση και για την μελέτη περίπτωσης 1 .	87
Σχήμα 4.33 Συνολική παραγόμενη ποσότητα τεμαχίων για τα τέσσερα διαφορετικά μαθηματικά μοντέλα για την μελέτη περίπτωσης 1 για την 3η εβδομαδιαία ζήτηση .	88
Σχήμα 4.34 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου της αναμενόμενης τιμής για την 3η εβδομαδιαία ζήτηση και για την μελέτη περίπτωσης 2.....	90
Σχήμα 4.35 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του στοχαστικού μοντέλου για την 3η εβδομαδιαία ζήτηση και για την μελέτη περίπτωσης 2.....	91
Σχήμα 4.36 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου DECIS για την 3 ^η εβδομαδιαία ζήτηση και για το την μελέτη περίπτωσης 2	92
Σχήμα 4.37 Συνολική παραγόμενη ποσότητα τεμαχίων για τα τέσσερα διαφορετικά μαθηματικά μοντέλα για την μελέτη περίπτωσης 2 για την 3η εβδομαδιαία ζήτηση .	93
Σχήμα 4.38 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής επίλυση του μοντέλου αναμενόμενης τιμής για την 3η εβδομαδιαία ζήτηση και για την μελέτη περίπτωσης 3	94
Σχήμα 4.39 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του στοχαστικού μοντέλου για την 3η εβδομαδιαία ζήτηση και για την μελέτη περίπτωσης 3.....	95
Σχήμα 4.40 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου DECIS για την 3η εβδομαδιαία ζήτηση και για την μελέτη περίπτωσης 3	96
Σχήμα 4.41 Συνολική παραγόμενη ποσότητα τεμαχίων για τα τέσσερα διαφορετικά μαθηματικά μοντέλα για την μελέτη περίπτωσης 3 για την 1η εβδομάδα ζήτησης....	97
Σχήμα 4.42 Χρόνος Λειτουργίας παραγωγής σε κάθε μελέτη περίπτωσης όπως προκύπτει απο τα 4 μαθηματικά μοντέλα για την 3η εβδομαδιαία ζήτηση.	98

Κατάλογος Εικόνων

Εικόνα 3.1 MODEL.STG file	45
Εικόνα 3.2 Επιλυτής CPLEX, DECIS	47

1 Εισαγωγή

1.1 Ο Χρονοπρογραμματισμός της Παραγωγής – Ιστορική Ανασκόπηση

Στις μέρες μας τα σύγχρονα βιομηχανικά περιβάλλοντα αντιμετωπίζουν ολοένα και περισσότερες προκλήσεις. Ο αέναος ανταγωνισμός, οι συνεχώς μεταβαλλόμενες οικονομικές συνθήκες, οι υψηλές και διαρκώς αυξανόμενες απαιτήσεις των καταναλωτών καθώς και η πρόοδος της τεχνολογίας είναι μερικές από τις προκλήσεις που καλούνται οι βιομηχανίες να αντιμετωπίσουν καθημερινά. Οι αλλαγές στην παγκόσμια βιομηχανία απαιτούν αποδοτικές και ευέλικτες παραγωγικές διαδικασίες. Παράγοντες όπως η μεγάλη ποικιλία των προϊόντων, η πολυπλοκότητα των γραμμών παραγωγής και η αβεβαιότητα της κάλυψης των αναγκών σε πρώτες ύλες, μπορούν να καθυστερήσουν την παραγωγή των προϊόντων και συνεπώς να αποτελέσουν εμπόδιο για την ανάπτυξη και την εξέλιξη της βιομηχανίας.

Οι βιομηχανίες για να διατηρήσουν την ανταγωνιστικότητά τους και να διασφαλίσουν την επιβιώσή τους στο συνεχώς μεταβαλλόμενο οικονομικό περιβάλλον, πρέπει να είναι σε θέση να διαχειρίζονται τις νέες τεχνολογικές προκλήσεις και την αυξημένη αβεβαιότητα της σημερινής εποχής. Σε αυτό το πλαίσιο κρίνεται αναγκαία η επένδυση και η υιοθέτηση προηγμένων τεχνικών χρονοπρογραμματισμού της παραγωγής και βελτιστοποίησης των διεργασιών τόσο σε σχεδιαστικό όσο και σε λειτουργικό επίπεδο. Η βελτιστοποίηση και ο χρονοπρογραμματισμός της παραγωγής αποτελούν ισχυρούς πυλώνες για την διασφάλιση της επιτυχίας και της βιωσιμότητας των βιομηχανιών στην σύγχρονη ανταγωνιστική αγορά.

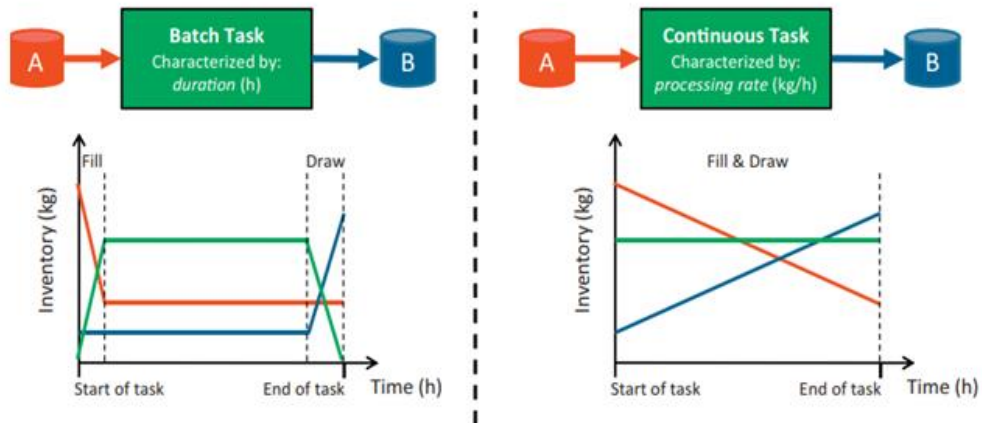
Ο χρονοπρογραμματισμός της παραγωγής χαρακτηρίζεται ως μια πολύπλοκη διαδικασία λήψης αποφάσεων η οποία θεωρείται αναπόσπαστο κομμάτι στο χώρο της βιομηχανίας και της παροχής υπηρεσιών. Κατά τον χρονοπρογραμματισμό παραγωγής πραγματοποιείται σχεδιασμός της ροής εργασιών, ανάλυση των χρονικών αναγκών της παραγωγής ενός προϊόντος, καθώς και κατανομή και διαχείριση των διαθέσιμων πόρων μεταξύ των διεργασιών που λαμβάνουν χώρα εντός και εκτός του καθορισμένου άξονα, με απώτερο στόχο τη βελτιστοποίηση της παραγωγής. Συγκεκριμένα στη βιομηχανία, στο σύνολο των διαθέσιμων πόρων περιλαμβάνονται οι πρώτες ύλες, ο εξοπλισμός του εργοστασίου (μηχανήματα) ο οποίος χρησιμοποιείται για την ολοκλήρωση της παραγωγής, για την αποθήκευση και την μεταφορά των πρώτων υλών και των προϊόντων, οι βοηθητικές παροχές, το εργατικό δυναμικό κ.α.. Κάθε βιομηχανική μονάδα επιδιώκει να επιτύχει διαφορετικούς στόχους για τον λόγο αυτό υπάρχει ποικιλία στο είδος των δεικτών (αντικειμενικές συναρτήσεις) που επιλέγεται να βελτιστοποιηθούν κάθε φορά. Οι

αντικειμενικές συναρτήσεις μπορεί να αφορούν ελαχιστοποίηση του κόστους παραγωγής των προϊόντων, ελαχιστοποίηση του χρόνου εναλλαγής μεταξύ των διαδοχικών παραγόμενων προϊόντων (changeover time) καθώς και ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης (make span) (Moniz et al., 2014; Pinedo, 2012).

Το μαθηματικό μοντέλο λαμβάνοντας υπόψη τους περιορισμούς του προβλήματος, την δυναμικότητα της παραγωγής, την διαθεσιμότητα των πόρων, τις συγκεκριμένες συνταγές επεξεργασίας καθώς και την ζήτηση των προϊόντων, λαμβάνει σημαντικές αποφάσεις οι οποίες αφορούν τον αριθμό και την κατανομή των παρτίδων στον διαθέσιμο εξοπλισμό, την αλληλουχία παραγωγής των προϊόντων αλλά και τον χρόνο παραγωγής αυτών. Συνεπώς ο χρονοπρογραμματισμός και η βελτιστοποίηση της παραγωγικής διαδικασίας είναι πολύπλοκες διαδικασίες λήψης αποφάσεων βασιζόμενες στους υπάρχοντες περιορισμούς προκειμένου να ολοκληρώσουν και κατ'επέκταση να βελτιστοποιήσουν την παραγωγή σε ένα συγκεκριμένο χρονικό πλαίσιο (Floudas & Lin, 2005).

Για την ολοκληρωμένη μελέτη του χρονοπρογραμματισμού της παραγωγής απαιτείται η κατανόηση κάποιων βασικών εννοιών. Αρχικά, είναι σημαντικό να γίνουν γνωστές οι κατηγορίες των παραγωγικών διεργασιών. Ειδικότερα, η παραγωγική διαδικασία μπορεί να ταξινομηθεί σε τρεις κατηγορίες, σε συνεχή, ημι-συνεχή και διαλείπουσας λειτουργίας. Οι συνεχείς διεργασίες χαρακτηρίζονται από συνεχή εισροή και εκροή προϊόντος και είναι ιδανικές για μαζική παραγωγή καθώς οδηγούν σε μικρότερο κόστος και λιγότερα απόβλητα. Ενέχουν όμως δυσκολίες όσο ν'αφορά τον καθαρισμό των συσκευών και τις εναλλαγές μεταξύ των προϊόντων καθώς πρέπει να πραγματοποιηθούν χωρίς να σταματήσει η παραγωγική διαδικασία. Οι ημι-συνεχείς διεργασίες χαρακτηρίζονται από μεγαλύτερη ευελιξία και είναι δυνατόν να αντιμετωπίσουν δυναμικές διεργασίες σε ιδιαίτερα αβέβαια περιβάλλοντα. Οι διεργασίες αυτές καθορίζονται από έναν ρυθμό επεξεργασίας και συνεχείς εκκινήσεις και τερματισμούς προκειμένου να πραγματοποιηθούν οι εναλλαγές μεταξύ των προϊόντων. Πολλές βιομηχανικές μονάδες παραγωγής συνδυάζουν συνεχείς και διαλείπουσες διεργασίες προκειμένου να λειτουργούν με ημι-συνεχή τρόπο. Τέλος, οι διαλείπουσες διεργασίες διακρίνονται από την ανάγκη για πλήρη ολοκλήρωση του ενός σταδίου της παραγωγής προτού μεταβεί στο επόμενο στάδιο, με περιόδους σταθερής διάρκειας. Τέτοιου είδους διεργασίες χρησιμοποιούνται συνήθως σε φαρμακοβιομηχανίες, βιομηχανίες χρωμάτων και σε βιομηχανίες παραγωγής προϊόντων που χαρακτηρίζονται από αβεβαιότητα στην ζήτηση καθώς επιτρέπουν την παραγωγή σε μια γραμμή

με μικρότερο κόστος από αυτό μια συνεχούς διεργασίας. (Κοραπος, 2010). Στο Σχήμα 1.1 που ακολουθεί παρουσιάζεται η διαφορά μεταξύ διαλείπουσών και συνεχών διεργασιών.



Σχήμα 1.1 Συνεχής και διαλείπουσα λειτουργία

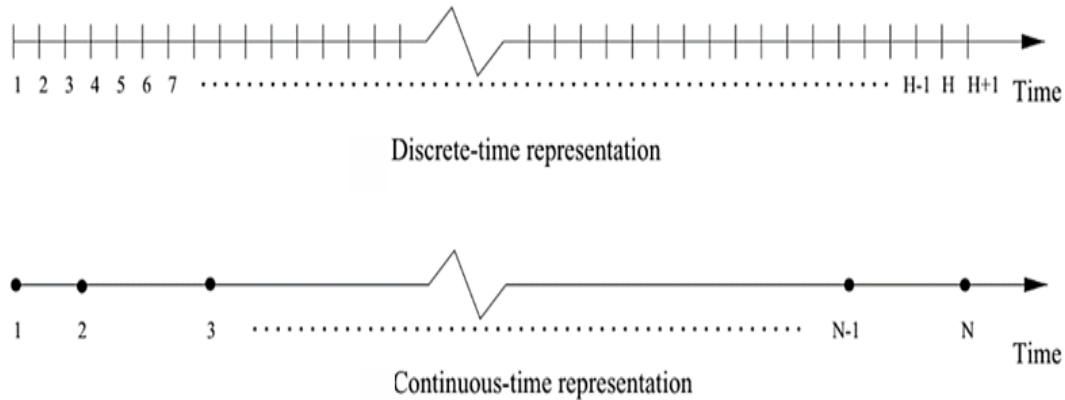
Ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής βασίζεται σε ορισμένα χαρακτηριστικά στοιχεία ένα εκ των οποίων αποτελεί η αναπαράσταση του χρόνου. Η αναπαράσταση του χρόνου συνδέεται στενά με την μαθηματική μοντελοποίηση της παραγωγικής διαδικασίας και την αντικειμενική συνάρτηση με στόχο την βελτιστοποίηση του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής. Υπάρχουν τρεις τρόποι αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, η διακριτή, η συνεχής και η μεικτή αναπαράσταση η οποία αποτελεί συνδυασμό των δυο προηγούμενων.

Στην διακριτή αναπαράσταση, ο χρόνος διαιρείται σε ίσης διάρκειας διαστήματα στα όρια των οποίων πραγματοποιούνται όλες οι διεργασίες. Στην αναπαράσταση αυτή το μέγεθος του μαθηματικού μοντέλου, το υπολογιστικό κόστος και γενικότερα η πολυπλοκότητα του μοντέλου εξαρτάται από τον αριθμό των διαστημάτων. Συνήθως η διακριτή αναπαράσταση επιλέγεται όταν το μαθηματικό μοντέλο μπορεί να περιγραφεί με λίγα χρονικά διαστήματα, αποφεύγοντας περίπλοκες μοντελοποιήσεις.

Στην συνεχή αναπαράσταση, ο ορίζοντας διακριτοποιείται σε λιγότερα διαστήματα, η διάρκεια των οποίων είναι μεταβλητή και προκύπτει από την λύση του μαθηματικού μοντέλου. Στην περίπτωση της συνεχούς αναπαράστασης, οι διεργασίες λαμβάνουν χώρα σε οποιοδήποτε σημείο του χρονικού ορίζοντα (Stefansson et al., 2011).

Τέλος, η μεικτή αναπαράσταση αποτελεί συνδυασμό των δύο προηγούμενων τρόπων αναπαράστασης κατά την οποία ο αριθμός των διαστημάτων είναι καθορισμένος ενώ η διάρκεια των διαστημάτων ποικίλει. Η επιλογή μεταξύ των διαφόρων τρόπων αναπαράστασης εξαρτάται

από τις ανάγκες της παραγωγής, τα δεδομένα του προβλήματος και τους στόχους της βελτιστοποίησης (Koranos, 2010). Στο Σχήμα 1.2 απεικονίζεται η διακριτή και η συνεχής αναπαράσταση του χρόνου.



Σχήμα 1.2 Διακριτή και συνεχής αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα (Floudas & Lin, 2005)

Κάθε μαθηματικό μοντέλο βασίζεται στη ακριβή αναπαράσταση της παραγωγικής διαδικασίας, σε μαθηματικές μεταβλητές, περιορισμούς και άλλες μαθηματικές έννοιες. Στην πλειονότητά τους τα μαθηματικά μοντέλα τα οποία αφορούν τον χρονοπρογραμματισμό παραγωγής είναι μοντέλα μεικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (Mixed Integer Linear Programming, MILP), καθώς μπορούν να προσεγγίσουν την βέλτιστη λύση σε πολύ ικανοποιητικό βαθμό και σε μικρούς υπολογιστικούς χρόνους. Πέραν όμως της φύσης του μαθηματικού μοντέλου, υπάρχουν δύο βασικές προσεγγίσεις για την ανάπτυξη αυτού, βασιζόμενες στον τρόπο διαχείρισης των υλικών και των παρτίδων (Westerlund et al., 2007).

Η πρώτη προσέγγιση αφορά την απεικόνιση δικτύου (Network-based formulation) και επικεντρώνεται στην ανάπτυξη μαθηματικών μοντέλων τα οποία αντιμετωπίζουν διεργασίες δικτύων με σύνθετα συνταγολόγια παραγωγής προϊόντων και μικρούς χρονικούς ορίζοντες. Η δεύτερη κατηγορία βασίζεται στην απεικόνιση παρτίδων (Batch-based formulation) και αναφέρεται σε διεργασίες ενός ή περισσότερων σταδίων (single or multi-stage) ή διεργασίες πολλαπλών χρήσεων. Στις διεργασίες αυτές, οι παρτίδες επεξεργάζονται διαδοχικά καθώς δεν επιτρέπεται ο διαχωρισμός ή η ανάμιξή τους. Με την μέθοδο της απεικόνισης παρτίδων αντιμετωπίζονται μεγαλύτερης τάξης προβλήματα .

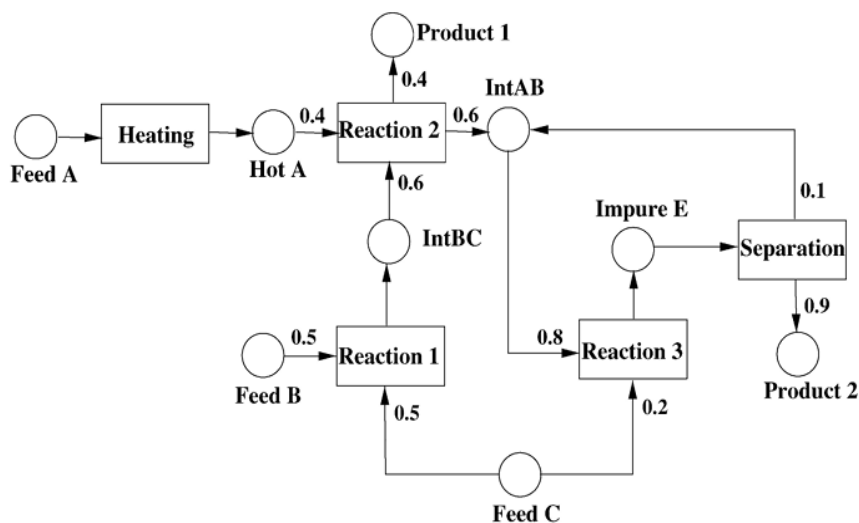
Κατά την απεικόνιση δικτύου χρησιμοποιούνται δύο αναπαραστάσεις για την περιγραφή του προβλήματος. Η αναπαράσταση State-Task Network (STN) και η αναπαράσταση Resource-Task Network (RTN). Και οι δυο αναπαραστάσεις παρέχουν μια δομημένη και ολοκληρωμένη περιγραφή των εργασιών που πρέπει να ολοκληρωθούν, καθώς και τους διαθέσιμους πόρους οι

οποίοι απαιτούνται για την ολοκλήρωση των εργασιών, καθιστώντας ευκολότερη την κατανόηση και κατ'επέκταση την επίλυση του προβλήματος.

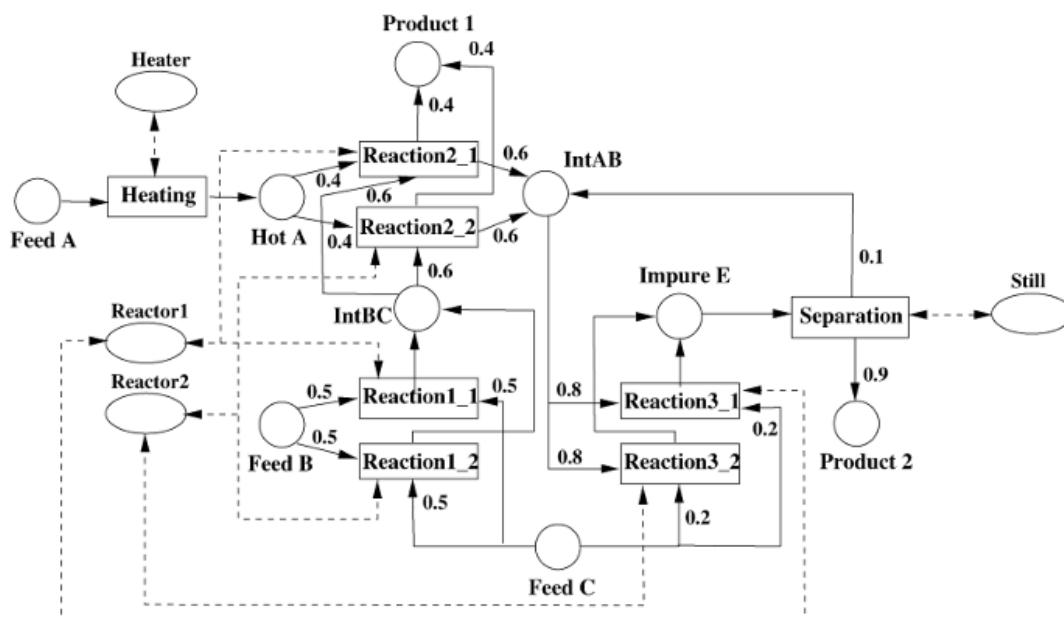
Οι Kondili et al., (1993) παρουσίασαν ένα γενικό πλαίσιο για την αναπαράσταση των διεργασιών μέσω του STN. Στο πλαίσιο αυτό, οι διεργασίες (tasks) οι οποίες πραγματοποιούνται σε ένα σύνολο συσκευών, αναπαριστώνται με ορθογώνια παραλληλόγραμμα, οι πρώτες ύλες, τα ενδιάμεσα και τα τελικά προϊόντα (states) αναπαριστώνται με κύκλους και οι συνδέσεις μεταξύ των tasks και των states, οι οποίες υποδηλώνουν ροή υλικών, αποτυπώνονται με βέλη. Εάν η τιμή του κλάσματος ενός ρεύματος το οποίο είτε παράγεται είτε καταναλώνεται από μια διεργασία είναι διαφορετική του μηδενός, τότε η τιμή του φαίνεται δίπλα στο βέλος που συνδέει το συγκεκριμένο task με το state και αντίστροφα. Συνεπώς, αποτυπώνονται με απλό τρόπο περίπλοκες συνδέσεις και αλληλεπιδράσεις διεργασιών. Ένα από τα μειονεκτήματα της παρούσας αναπαράστασης είναι η αδυναμία απεικόνισης εναλλαγής και μεταφοράς προϊόντων.

Αργότερα προτάθηκε από τον (Pantelides, 1994) ένας ακόμα τρόπος αναπαράστασης των διεργασιών, η αναπαράσταση μέσω του RTN. Κατά την αναπαράσταση αυτή, τα στοιχεία όπως ο εξοπλισμός και οι πρώτες ύλες αντιμετωπίζονται όλο ως πόροι και αναπαριστούνται με κύκλους στο διάγραμμα. Οι απεικονίσεις RTN παρέχουν μια ακριβέστερη απεικόνιση της διεργασίας καθώς περιέχουν επιπρόσθετες πληροφορίες συγκριτικά με τις απεικονίσεις STN για τον λόγο αυτό χρησιμοποιούνται κυρίως σε σύνθετες διεργασίες.

Οι αναπαραστάσεις STN και RTN αποτελούν χρήσιμα εργαλεία για τις βιομηχανικές μονάδες. Στο Σχήμα 1.3 και Σχήμα 1.4 δίνεται ένα παράδειγμα STN και RTN Δικτύου αντίστοιχα.



Σχήμα 1.3 Απεικόνιση STN Δικτύου (Floudas & Lin, 2005)



Σχήμα 1.4 Απεικόνιση RTN Δικτύου (Floudas & Lin, 2005)

Μια ακόμη σημαντική κατηγορία μαθηματικών μοντέλων αποτελούν τα μοντέλα προτεραιότητας (precedence based-model), τα οποία βασίζονται στην μοντελοποίηση της αλληλουχίας των διεργασιών. Τα μοντέλα προτεραιότητας χωρίζονται σε δύο επιμέρους κατηγορίες, μοντέλα άμεσης προτεραιότητας (immediate precedence) και γενικής προτεραιότητας (general precedence). Στα μοντέλα άμεσης προτεραιότητας μελετώνται οι διεργασίες οι οποίες εκτελούνται διαδοχικά μεταξύ τους ανεξάρτητα από το εάν αυτές παράγονται στην ίδια μονάδα εξοπλισμού. Από την άλλη, στα μοντέλα γενικής προτεραιότητας μελετάται η αλληλουχία των διεργασιών με βάση το σύνολο αυτών και όχι με την ακριβώς προηγούμενη διεργασία. Τα μοντέλα γενικής προτεραιότητας είναι υπολογιστικά πιο αποδοτικά λόγω του μειωμένου αριθμού μεταβλητών τους. Τέλος, από τις ιδιότητες των προηγούμενων δυο κατηγοριών προκύπτουν τα μοντέλα γενικής προτεραιότητας για κάθε συσκευή (unit-specific general precedence), τα οποία εξετάζουν την άμεση προτεραιότητα των διεργασιών, οι οποίες σε αυτή την περίπτωση εκτελούνται στην ίδια μονάδα εξοπλισμού. Με την εφαρμογή των παραπάνω μοντέλων λαμβάνονται πολύ ικανοποιητικές λύσεις οι οποίες έχουν χαμηλό υπολογιστικό κόστος.

Ο χρονοπρογραμματισμός της παραγωγής αποτελεί ένα σύνθετο τομέα στην διεθνή ερευνητική σκηνή. Επί δεκαετίες, ερευνητές έχουν εργαστεί για την ανάπτυξη και την βελτιστοποίηση των

μαθηματικών μοντέλων που αποτυπώνουν τον χρονοπρογραμματισμό και την βελτιστοποίηση της παραγωγής. Παρακάτω παρατίθεται μια σύντομη βιβλιογραφική αναδρομή που αποτυπώνει τη συνεισφορά των ερευνητών και την εξέλιξη του πεδίου.

Οι Lin και Floudas (2002), παρουσίασαν ένα μαθηματικό μοντέλο μεικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP), προσαρμοσμένο στις εγκαταστάσεις συνεχούς ροής και παραγωγής πολλαπλών προϊόντων. Για την αντιμετώπιση βιομηχανικών διεργασιών μεγάλης κλίμακας εισήγαγαν την μεθοδολογία της αποσύνθεσης (decomposition methodology). Η καινοτόμος προσέγγιση εφαρμόστηκε πρακτικά σε μια πραγματική βιομηχανική μονάδα παραγωγής πολλών προϊόντων.

Οι Mendez & Cerda (2002), συνέβαλαν σημαντικά δημιουργώντας ένα μοντέλο μεικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP) για τον προγραμματισμό της παραγωγής ενός εργοστασίου συνεχούς παραγωγής. Το μοντέλο αυτό επιτρέπει την χρήση δεξαμεμών αποθήκευσης για την αποθήκευση ενδιάμεσων προϊόντων. Η μελέτη αυτή αποτέλεσε την πρώτη περίπτωση προβλήματος αυτής της κατηγορίας, με χρήση λίγων μεταβλητών και περιορισμών προσφέροντας εξαιρετικές λύσεις.

Στην συνέχεια οι Giannelos & Georgiadis (2002), ανέπτυξαν ένα μοντέλο μεικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP) βασισμένο στην αναπαράσταση STN με στόχο την βελτιστοποίηση διαδικασιών πολλών σταδίων με συνεχή αναπαράσταση του χρόνου. Το μοντέλο αποσκοπούσε την μεγιστοποίηση του κέρδους.

Οι Westerlund et al. (2007), εισήγαγαν μια προσέγγιση προγραμματισμού η οποία ήταν προσαρμοσμένη σε εγκαταστάσεις πολλαπλών προϊόντων και με περιορισμούς στην ενδιάμεση αποθήκευση. Η μελέτη αυτή είχε ως στόχο όχι την απόλυτη βελτιστοποίηση αλλά την δημιουργία κορυφαίων αποτελεσμάτων εντός λογικού υπολογιστικού χρόνου. Το μοντέλο τους συνδυάζει διακριτή και συνεχή αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα, παρέχοντας ικανοποιητικές λύσεις μειώνοντας παράλληλα το υπολογιστικό κόστος.

Ο Koranos (2010), διεξήγαγε μια μελέτη η οποία επικεντρώθηκε στα περίπλοκα ζητήματα προγραμματισμού μιας παραγωγής γιαουρτιού. Η μελέτη έθεσε στο επίκεντρο το στάδιο της συσκευασίας εισάγοντας μοντέλα μεικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP) με οδηγό την έννοια των οικογενειών διεργασιών.

Οι J. Li et al. (2012), μελέτησαν το πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού των βιομηχανιών παραγωγής χάλυβα επικεντρώνοντας την προσοχή τους στην διαδικασία της χύτευσης, διεργασία η οποία αποτελεί σημείο συμφόρησης της συνολικής διαδικασίας. Εισηγάγαν μοντέλα μεικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP) προκειμένου να δημιουργηθεί ένα υλοποιήσιμο και λογικό χρονοδιάγραμμα παραγωγής.

Οι Elekidis et al. (2019), εισήγαγαν μοντέλα μεικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP) βασιζόμενα στην άμεση και γενική προτεραιότητα με κύρια προσοχή στα στάδια της συσκευασίας. Στόχος ήταν η ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου των εναλλαγών μεταξύ των προϊόντων και του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής.

Η αντιμετώπιση των βιομηχανικών προκλήσεων μεγάλης κλίμακας παραμένει ακόμα ένα δύσκολο έργο καθώς απαιτεί συχνά συνδυασμό μαθηματικών μοντέλων και διάφορων τεχνικών. Η δημιουργία αποτελεσματικών και ευέλικτων εργαλείων οπτικοποίησης των αποτελεσμάτων αποτελεί μια συνεχή πρόκληση η οποία αξίζει περαιτέρω διερεύνηση (Georgiadis et al., 2019).

1.2 Χρονοπρογραμματισμός παραγωγής κάτω από αβεβαιότητα

Στο δυναμικό και διαρκώς εξελισσόμενο χώρο των βιομηχανιών και επιχειρήσεων η αβεβαιότητα αποτελεί έναν πολύ συχνό και απρόβλεπτο παράγοντα, ο οποίος επηρεάζει σημαντικά τον χρονοπρογραμματισμό της παραγωγικής διαδικασίας. Η αβεβαιότητα στο βιομηχανικό πλαίσιο αναφέρεται στις εγγενείς αστάθειες που παρουσιάζουν μια σειρά παραμέτρων. Παράμετροι όπως η διαθεσιμότητα των πρώτων υλών, οι απαιτήσεις της αγοράς, η αξιοπιστία των μηχανημάτων καθώς και οι αβέβαιες οικονομικές συνθήκες μεταβάλλονται με τον χρόνο υποβάλλοντας τις βιομηχανίες σε απρόβλεπτες αποκλίσεις. Για τον λόγο αυτό, η θεώρηση της αβεβαιότητας ως ισχυρού παράγοντα στον χρονοπρογραμματισμό, οδηγεί στην ανάπτυξη μαθηματικών μοντέλων τα οποία στοχεύουν στην δημιουργία εφικτών και ισχυρών χρονοδιαγραμμάτων και βέλτιστων λύσεων σε μεταβαλλόμενες συνθήκες (Z. Li & Ierapetritou, 2007).

Στο πλαίσιο αυτό, οι μέθοδοι χρονοπρογραμματισμού των διεργασιών κάτω από αβεβαιότητα μπορούν να ταξινομηθούν σε δύο κατηγορίες, στον αντιδραστικό προγραμματισμό (Reactive scheduling) και στον προληπτικό προγραμματισμό (Preventive scheduling). Ο αντιδραστικός

προγραμματισμός αποτελεί μια δυναμική διαδικασία η οποία πραγματεύεται την τροποποίηση ενός υπάρχοντος χρονοδιαγράμματος κατά την διάρκεια της εκτέλεσης των διεργασιών. Χαρακτηρίζεται από άμεση ανταπόκριση σε αλλαγές και διαταραχές του περιβάλλοντος, οι οποίες μπορεί να αφορούν γεγονότα όπως ακυρώσεις παραγγελιών, άμεση ζήτηση παραγγελιών καθώς και βλάβες μηχανημάτων. Ο προληπτικός προγραμματισμός από την άλλη είναι μια διαδικασία σχεδιασμού και εφαρμογής μέτρων τα οποία στοχεύουν στην πρόληψη προβλημάτων και κινδύνων πριν την εμφάνιση όποιας αβεβαιότητας. Ο προληπτικός προγραμματισμός μπορεί να ταξινομηθεί περαιτέρω σε διάφορες κατηγορίες, κάθε μια από τις οποίες εμφανίζει συγκεκριμένα χαρακτηριστικά. Οι κατηγορίες αυτές περιλαμβάνουν τον στοχαστικό προγραμματισμό (stochastic scheduling), τις μεθόδους ισχυρής βελτιστοποίησης (robust optimization method), τον ασαφή προγραμματισμό (fuzzy programming method), την ανάλυση ευαισθησίας (sensitivity analysis method) και τον παραμετρικό προγραμματισμό (parametric programming method). Κάθε μία από τις παραπάνω μεθόδους χαρακτηρίζεται από έναν ξεχωριστό τρόπο αντιμετώπισης των προκλήσεων που θέτει η αβεβαιότητα (Z. Li & Ierapetritou, 2007).

Ο στοχαστικός προγραμματισμός αποτελεί την πιο διαδεδομένη προσέγγιση στον προληπτικό προγραμματισμό καθώς μετατρέπει το συμβατικό ντετερμινιστικό μοντέλο (deterministic model) σε στοχαστικό, αντιμετωπίζοντας τις αβεβαιότητες ως στοχαστικές μεταβλητές. Στο ντετερμινιστικό μοντέλο οι παράμετροι του προβλήματος δεν λαμβάνουν υπόψη την αβεβαιότητα κατά τον σχεδιασμό και τον προγραμματισμό των διεργασιών. Η μέθοδος του στοχαστικού προγραμματισμού προσαρμόζεται σε ένα ευρύ φάσμα αβεβαιοτήτων, από την μεταβαλλόμενη ζήτηση της αγοράς έως τις απρόβλεπτες διακοπές λειτουργίας των μηχανημάτων. Στην σφαίρα του στοχαστικού προγραμματισμού, υπάρχουν υποκατηγορίες, όπως ο στοχαστικός χρονοπρογραμματισμός δύο ή πολλαπλών σταδίων (two-stage/multistage stochastic programming) και ο προγραμματισμός με προσέγγιση βασισμένη σε προγραμματισμό περιορισμένων πιθανοτήτων (chance constraint programming based approach) (Z. Li & Ierapetritou, 2007).

Στον χρονοπρογραμματισμό δύο σταδίων, οι μεταβλητές απόφασης του πρώτου σταδίου αφορούν τις αποφάσεις οι οποίες λαμβάνονται πρώτου γίνει γνωστή η τιμή των αβέβαιων παραμέτρων ενώ οι μεταβλητές απόφασης του δεύτερου σταδίου αντιπροσωπεύουν μεταβλητές όπως η ζήτηση, το κόστος οι οποίες δεν είναι γνωστές με βεβαιότητα την στιγμή της λήψης των αποφάσεων του πρώτου σταδίου, καθώς είναι γνωστές μόνο οι πιθανότητες των δυνατών

αποτελεσμάτων τους. Αφού ληφθούν οι αποφάσεις του πρώτου σταδίου και γίνει γνωστή η τιμή των αβέβαιων παραμέτρων λαμβάνονται οι αποφάσεις του δεύτερου σταδίου. Σκοπός του χρονοπρογραμματισμού δύο σταδίων είναι η εύρεση μιας βέλτιστης τιμής των μεταβλητών απόφασης πρώτου σταδίου η οποία να είναι εφικτή σε όλα τα πιθανά σενάρια, βελτιστοποιώντας παράλληλα την αντικειμενική συνάρτηση. Ο στοχαστικός προγραμματισμός πολλαπλών σταδίων αντίστοιχα, είναι ιδιαίτερα χρήσιμος για την αντιμετώπιση σύνθετων προβλημάτων. Το πρόβλημα σε αυτή την περίπτωση χωρίζεται σε πολλαπλά στάδια και οι αποφάσεις λαμβάνονται διαδοχικά καθώς οι αποφάσεις ενός σταδίου επηρεάζουν αποφάσεις των επόμενων σταδίων (Infanger, 1992).

Η κατανόηση και η αντιμετώπιση των στοχαστικών προβλημάτων αποτελεί ύψιστης σημασίας ζήτημα, καθώς εμφανίζονται ευρέως στο σύγχρονο βιομηχανικό περιβάλλον. Οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται για την αντιμετώπιση αυτών των προκλήσεων είναι πολυάριθμες και ποικίλουν, περιλαμβάνοντας ένα ευρύ φάσμα μαθηματικών και υπολογιστικών τεχνικών. Στο πεδίο του στοχαστικού προγραμματισμού, ο αλγόριθμος υποστήριξης αποφάσεων για στοχαστική βελτιστοποίηση (Decision Support System for Stochastic Optimization, DECIS) διαδραματίζει σημαντικό ρόλο καθώς προσφέρει πληθώρα τεχνικών και μεθόδων για την αποτελεσματική μοντελοποίηση και επίλυση των στοχαστικών προβλημάτων (Infanger, 1992).

Μια από τις πιο ισχυρές τεχνικές, ιδιαίτερα στα μεγάλης κλίμακας προβλήματα, που χρησιμοποιείται από ο DECIS, είναι η διάσπαση Benders (Benders decomposition) η οποία αφορά τον διαχωρισμό ενός πολύπλοκου προβλήματος στοχαστικής βελτιστοποίησης σε ένα κύριο πρόβλημα (πρόβλημα πρώτου σταδίου) και σε μια σειρά υποπροβλημάτων, πιο εύκολα διαχειρίσιμων, (προβλήματα δεύτερου σταδίου) με κάθε υπο-πρόβλημα να αντιστοιχεί σε ένα σενάριο. Σε αυτή την τεχνική το κύριο πρόβλημα λύνεται επαναληπτικά. Αρχικά λαμβάνεται μια λύση του προβλήματος του πρώτου σταδίου, η οποία στην συνέχεια εξετάζεται από τα υποπροβλήματα του δεύτερου σταδίου, ώστε να υπολογιστεί η δική τους λύση (Kalvelagen, 2003).

Ο αλγόριθμος ολοκληρώνεται όταν η λύση του προβλήματος του πρώτου σταδίου μπορεί να χαρακτηριστεί βέλτιστη. Η προσέγγιση αυτή μειώνει σημαντικά την υπολογιστική πολυπλοκότητα μετατρέποντας τα μεγάλης κλίμακας στοχαστικά προβλήματα επιλύσιμα (Infanger, 1992).

Για την αποφυγή της επίλυσης όλων των υποπροβλημάτων των πιθανών σεναρίων, χρησιμοποιείται από τον αλγόριθμο DECIS η τεχνική δειγματοληψίας σημαντικότητας Monte Carlo (Monte Carlo importance sampling). Πρόκειται για μια τεχνική η οποία δημιουργεί ένα μεγάλο αριθμό τυχαίων δειγμάτων βάση των γνωστών κατανομών πιθανοτήτων των αβέβαιων παραμέτρων. Με αυτόν τον τρόπο, ο αριθμός των υποπροβλημάτων που πρέπει να επιλυθούν σε κάθε επανάληψη Benders μπορεί να διατηρηθεί μικρός (Infanger, 1992).

Τέλος η τεχνική της αναμενόμενης τιμής (expected value) αποτελεί επίσης μια τεχνική που εφαρμόζεται από τον αλγόριθμο DECIS. Με την τεχνική αυτή εντοπίζεται μια βέλτιστη λύση χρησιμοποιώντας τον μέσο όρο όλων των πιθανών σεναρίων ζυγισμένων με τις αντίστοιχες πιθανότητές τους. Η προσέγγιση αυτή στοχεύει στην εύρεση μιας λύσης η οποία βελτιστοποιεί την εκάστοτε αντικειμενική συνάρτηση. Στην τεχνική αυτή η εύρεση της βέλτιστης λύσης επιφέρει μεγάλο χρονικό υπολογιστικό κόστος (Infanger, 1992).

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, εξετάζεται η επίδραση της στοχαστικότητας της ζήτησης των προϊόντων στον χρονοπρογραμματισμό της παραγωγικής διαδικασίας μια μονάδας παραγωγής κονιαμάτων. Συγκεκριμένα, αναπτύσσονται τέσσερα μαθηματικά μοντέλα, προκειμένου να παρουσιαστεί μια διαφορετική προσέγγιση της αβεβαιότητας από το κάθε μοντέλο ξεχωριστά. Παρακάτω πραγματοποιείται λεπτομερής ανάλυση της παραγωγικής διαδικασίας που εξετάζεται και ακολουθεί παρουσίαση των τεσσάρων μαθηματικών μοντέλων που χρησιμοποιούνται. Τα μαθηματικά μοντέλα εισάγονται στο περιβάλλον βελτιστοποίησης GAMS και επιλύονται από δύο διαφορετικούς επιλυτές, τον ILOG CPLEX και DECIS CPLEX. Έπειτα, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του χρονοπρογραμματισμού της παραγωγής για κάθε μελέτη περίπτωσης, γίνεται μια ανάλυση της κάθε μεθόδου και εξάγονται τα ανάλογα συμπεράσματα, ενώ παρατίθενται και κάποιες προτάσεις για περαιτέρω μελέτη

2 Περιγραφή Παραγωγικής Διαδικασίας

2.1 Η εταιρεία ISOMAT S.A.

Η εταιρία ISOMAT αποτελεί ένα ελληνικό πολυεθνικό όμιλο παραγωγής δομικών υλικών, χημικών κονιαμάτων και χρωμάτων. Για περισσότερες από τέσσερις δεκαετίες γράφει μια ιστορία ποιότητας, αξιοπιστίας, τεχνογνωσίας και αδιάκοπης επιχειρηματικής ανάπτυξης. Ο όμιλος διαθέτει τρεις μονάδες παραγωγής, εκ των οποίων η μία βρίσκεται στη μητρική εταιρία στην Ελλάδα και οι άλλες δύο στις θυγατρικές της εταιρίες στη Ρουμανία και στη Σερβία. Επιπλέον, διαθέτει πέντε εμπορικές θυγατρικές εταιρίες σε Γερμανία, Ρωσία, Τουρκία, Βουλγαρία και Σλοβενία, ενώ εξάγει τα προϊόντα της σε περισσότερες από ογδόντα χώρες παγκοσμίως.

Ο όμιλος ISOMAT διακρίνεται για την ποικιλία και την παραγωγή υψηλής ποιότητας προϊόντων, τα οποία προσφέρονται σε ανταγωνιστικές τιμές. Συγκεκριμένα, παράγει και διαθέτει τις εξής οχτώ βασικές κατηγορίες προϊόντων:

- Στεγανοποίηση
- Εξωτερική Θερμομόνωση
- Χρώματα και Προστασία Επιφανειών
- Κόλληση Πλακιδίων και Φυσικών Λίθων
- Βελτιωτικά και Επισκευαστικά Σκυροδέματος
- Κατασκευή και Επισκευή Τοιχοποιίας
- Βιομηχανικά Δάπεδα
- Πατητές Τσιμεντοκονίες και Διακοσμητικά Δάπεδα

Η ISOMAT δίνει ιδιαίτερη βαρύτητα στην καινοτομία και στη συνεχή ανάπτυξη νέων προϊόντων, προσαρμοσμένων στις ανάγκες της αγοράς και στις εξελίξεις του κατασκευαστικού κλάδου. Στα επτά διαφορετικά χημεία Έρευνας και Ανάπτυξης και στα τρία χημεία Ποιοτικού Ελέγχου που διαθέτει σε Ελλάδα και εξωτερικό απασχολεί εξειδικευμένο επιστημονικό προσωπικό που στόχος τους είναι η ανάπτυξη καινοτόμων λύσεων και ολοκληρωμένων συστημάτων για κάθε κατασκευαστική εφαρμογή.

2.2 Διαδικασία Παραγωγής

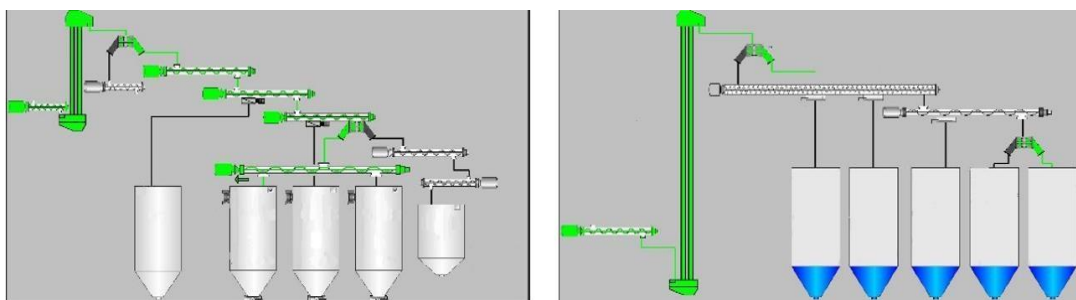
Στο παρόν κεφάλαιο πραγματοποιείται λεπτομερής περιγραφή της παραγωγικής διαδικασίας των κονιαμάτων της εταιρείας ISOMAT S.A.. Η παραγωγή χωρίζεται σε δύο στάδια. Το πρώτο στάδιο αφορά την εισαγωγή των πρώτων υλών στο σύστημα της παραγωγής και τη προετοιμασία τους μέχρι το στάδιο της ανάδευσης. Το δεύτερο στάδιο αποτελείται από την ανάμιξη των πρώτων υλών προς το τελικό συσκευασμένο προϊόν. Ακολούθως, αναφέρονται οι πρώτες ύλες που χρησιμοποιούνται και στη συνέχεια πραγματοποιείται αναλυτική περιγραφή της παραγωγικής διαδικασίας.

Κονίαμα ονομάζεται το μίγμα ενός ή περισσοτέρων συνδετικών υλικών, αδρανών, νερού και μερικές φορές και ειδικών πρόσθετων, το οποίο εφαρμόζεται ως συνδετικό-συγκολλητικό μεταξύ των δομικών στοιχείων. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, πρόκειται για ξηρό κονίαμα εργοστασιακής παραγωγής, το οποίο περιέχει αναμεμιγμένα μόνο τα ξηρά συστατικά, γεγονός που απαιτεί μόνο τη προσθήκη νερού για χρήση.

Αρχικά, ως κύρια πρώτη ύλη χρησιμοποιείται το τσιμέντο, το οποίο μπορεί να είναι γκρι ή άσπρο. Το τσιμέντο έχει την ιδιότητα του ανόργανου συνδετικού υλικού στο κονίαμα, το οποίο χρησιμοποιείται για να επιτευχθεί η συγκράτηση στερεών σωματιδίων σε μορφή συνεχούς μάζας. Επιπλέον, πρώτες ύλες που χρησιμοποιούνται είναι η μαρμαρόσκονη, ο χαλαζίτης και το ανθρακικό ασβέστιο, οι οποίες είναι αδρανή υλικά σε μορφή κόκκων, που δε συμμετέχουν στην αντίδραση σκλήρυνσης του κονιάματος. Τέλος, κάθε κονίαμα που παράγεται έχει ειδικά πρόσθετα, τα οποία ποικίλουν ανάλογα το προϊόν και τη συνταγή που χρησιμοποιείται. Τυπικά πρόσθετα που χρησιμοποιούνται είναι η ρητίνη, η οποία δίνει στο προϊόν κολλώδεις ιδιότητες, χρωστικές ουσίες που δίνουν χρώμα στα προϊόντα και ίνες, οι οποίες προσδίδουν στο προϊόν μηχανικές αντοχές.

2.2.1 Στάδιο 1

Αρχικά, εισέρχονται στο χώρο της βιομηχανίας φορτηγά που μεταφέρουν χύδην υλικά, μεταξύ των οποίων είναι η μαρμαρόσκονη, το τσιμέντο, ο χαλαζίτης και το ανθρακικό ασβέστιο. Μέσω κοχλιών μεταφέρονται τα υλικά από τα φορτηγά σε σιλό αποθήκευσης, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.1. Η παραλαβή, η αποθήκευση και η προετοιμασία των πρώτων υλών πραγματοποιείται σε δύο μονάδες του εργοστασίου, οι οποίες στην συνέχεια τροφοδοτούν τις γραμμές παραγωγής.



Σχήμα 2.1 Σχηματική απεικόνιση της παραλαβής των πρώτων υλών και της μεταφοράς τους σε σιλό αποθήκευσης μέσω κοχλιών

Έπειτα, η μαρμαρόσκονη οδηγείται προς τα κόσκινα, όπου υποβάλλεται σε διαχωρισμό βάσει του μεγέθους των κόκκων της. Στο Πίνακα 2.1 παρουσιάζονται οι διάμετροι των κόκκων που διαχωρίζει το κάθε κόσκινο. Η διαδικασία της κοσκίνισης επαναλαμβάνεται μέχρι να διαχωριστούν τα κλάσματα σε ένα ικανοποιητικό βαθμό. Αφού τελειώσει η κοσκίνιση, κάθε κλάσμα της μαρμαρόσκονης αποθηκεύεται σε σιλό. Επιπλέον πρώτες ύλες, προστίθενται στο σύστημα χειρωνακτικά και αποθηκεύονται σε σιλό. Αξίζει να σημειωθεί ότι κάθε προϊόν έχει τη δική του συνταγή, με αποτέλεσμα αυτό να απαιτεί διαφορετικές αναλογίες και ποσότητες πρώτων υλών. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα οι πρώτες ύλες να οδηγούνται σε ζυγούς. Στο Πίνακα 2.2 παρουσιάζονται τα μέγιστα κιλά που μπορεί να ζυγίσει ο κάθε ζυγός. Αφού ζυγιστούν οι πρώτες ύλες, οδηγούνται προς τον αναδευτήρα (mixer), με σκοπό να γίνει η ανάμιξη.

Πίνακας 2.1 Διάμετροι κόκκων που διαχωρίζει το κάθε κόσκινο

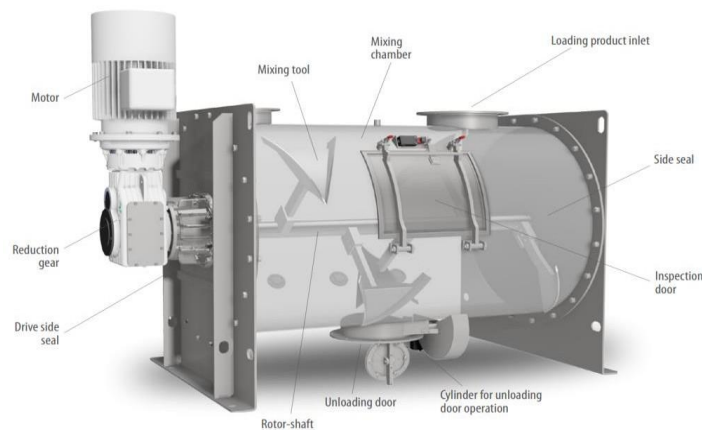
Κόσκινο (No.)	Διάμετρος κόκκου (mm)
1	0-0.2 , 0-0.4 , 0.4-1.31
2	0.4-1.31
3	0.4-1.31
4	0.4-1.31
5	0-0.2 , 0-0.4
6	0-0.4
7	0.4-1.31

Πίνακας 2.2 Μέγιστα κιλά που ζυγίζει κάθε ζυγός

Ζυγός (No.)	Κιλά
1	80
2	40
3	3000
4	50
5	1500
6	40
7	40
8	3000
9	40
10	150
11	2000

2.2.2 Στάδιο 2

Ο αναδευτήρας που χρησιμοποιείται φαίνεται στο Σχήμα 2.2, είναι ταχείας ανάδευσης και αναδύει το μίγμα σε μεγάλες ταχύτητες. Τα υλικά εισάγονται από το πάνω μέρος του αναδευτήρα και με τη βοήθεια δύο συμμετρικών επιφανειών σε σχήμα αρότρου αναδύεται το μίγμα. Πραγματοποιείται φυγοκεντρικός στροβιλισμός των προϊόντων, ο οποίος επιτυγχάνει υψηλής ποιότητας ανάμιξη σε πολύ σύντομο χρονικό διάστημα. Ο αναδευτήρας πληρώνεται ως τη μέση προκειμένου να μην υπάρξει υπερχειλίση του προϊόντος και η ανάδευση διαρκεί το πολύ 90 δευτερόλεπτα.

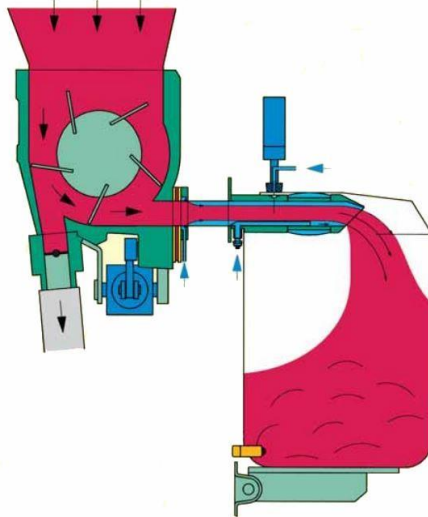


Σχήμα 2.2 Σχηματική απεικόνιση του αναδευτήρα

Αφού τελειώσει η ανάμιξη, το προϊόν οδηγείται προς τη μηχανή συσκευασίας, αφού πρώτα αποθηκευτεί σε ένα ενδιάμεσο σιλό. Χρησιμοποιούνται δύο ειδών μηχανές συσκευασίας ανάλογα με τα κιλά που συσκευάζονται. Ειδικότερα, η μια μηχανή χρησιμοποιείται για την συσκευασία μικρών σάκων έως 5 κιλών ενώ η άλλη για την συσκευασία σάκων έως 30 κιλών .

Η πρώτη μηχανή συσκευασίας που χρησιμοποιείται για σάκους έως 5 κιλών, λειτουργεί με τη βοήθεια ενός περιστρεφόμενου κοχλία σε σχήμα έλικας. Η μηχανή αυτή είναι ογκομετρική, γεγονός το οποίο υποδηλώνει ότι η δοσομέτρηση καθορίζεται από τον ρυθμό περιστροφής του κοχλία.

Η δεύτερη μηχανή συσκευασίας διαθέτει δικό της σιλό, στο οποίο εισάγεται το υλικό που πρόκειται να συσκευασθεί. Με τη βοήθεια ενός πτερυγίου, το κονίαμα ωθείται προς τον σάκο μέχρι να γεμίσει όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.3. Τα κιλά του κονιάματος πρέπει να είναι ίσα με τα κιλά που αναγράφονται στο σάκο, για το λόγο αυτό το συσκευασμένο προϊόν ζυγίζεται μετά τη συσκευασία. Σε περίπτωση που είναι λιγότερα τα κιλά του κονιάματος, το προϊόν εισάγεται ξανά στο σύστημα ως πρώτη ύλη.



Σχήμα 2.3 Σχηματική απεικόνιση της συσκευαστικής μηχανής

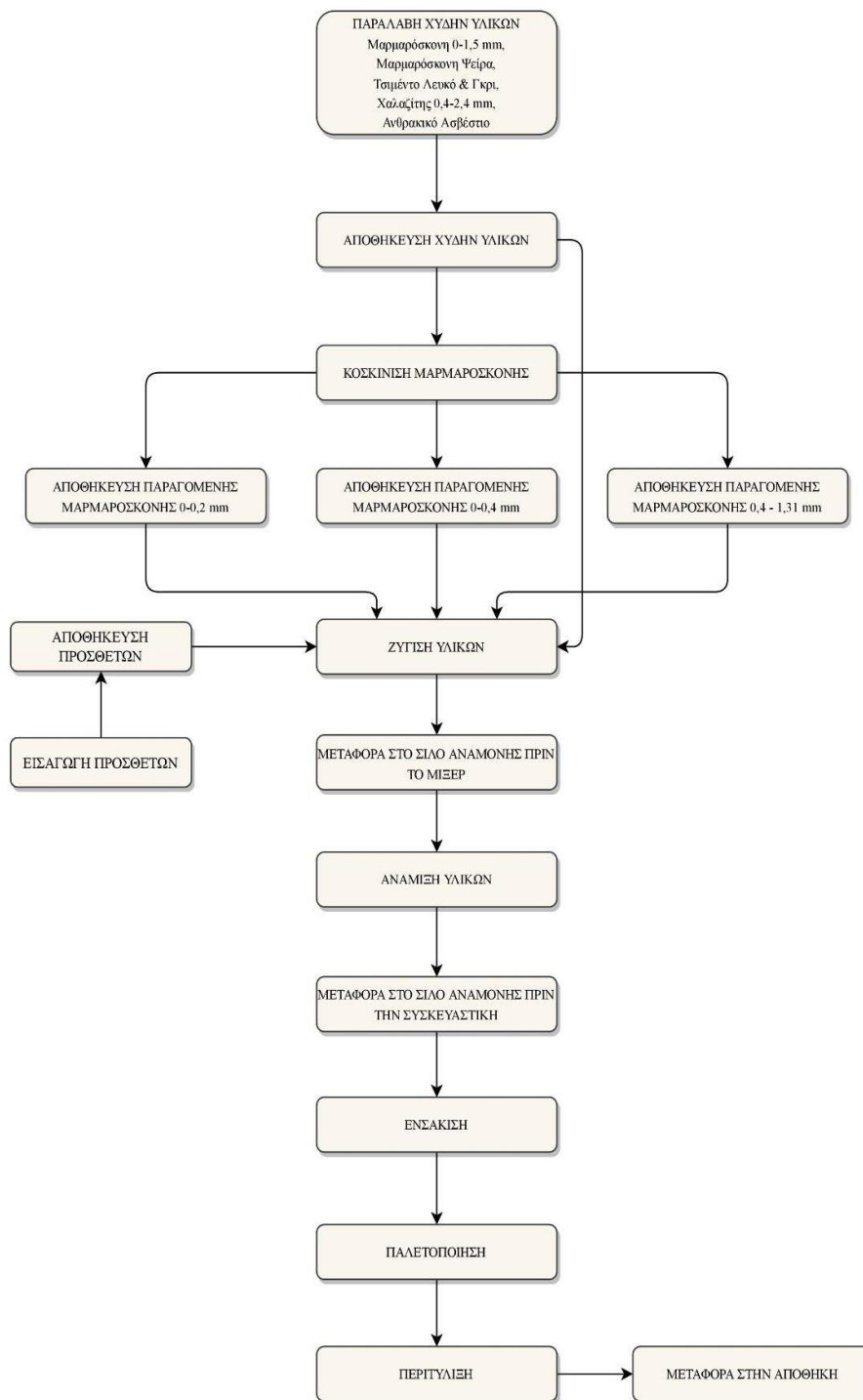
Ένας αριθμός προϊόντων συσκευάζονται σε σάκους των 1000 κιλών. Αυτό πραγματοποιείται με τη βοήθεια μιας δεύτερης εξόδου από το σιλό μετά τον αναδευτήρα. Για κάθε προϊόν που παράγεται λαμβάνεται ο πρώτος σάκος της συσκευασίας, ο οποίος οδηγείται στο εργαστήριο ποιοτικού ελέγχου, όπου ελέγχεται αν έχει τα κατάλληλα ποιοτικά χαρακτηριστικά. Μετά τη

συσκευασία, οι σάκοι μεταφέρονται στο στάδιο της παλετοποιήσης, όπου εισάγονται σε παλέτες. Η παλέτα οδηγείται στη συνέχεια στη περιτύλιξη με σκοπό να καταλήξει στις αποθήκες της εγκατάστασης με τη βοήθεια ειδικών οχημάτων (κλαρκ), όπου και φυλάσσεται μέχρι να γίνει η διανομή της στον πελάτη. Κατά τη παραγωγική διαδικασία, παράγονται προϊόντα με υποβαθμισμένα ποιοτικά χαρακτηριστικά (φύρα). Για τον λόγο ότι τα προϊόντα αποτελούνται από αδρανές υλικό, ένα μικρό ποσοστό επαναχρησιμοποιείται ως πρώτη ύλη, ενώ το υπόλοιπο οδηγείται σε ειδικούς κάδους. Επιπλέον, για να καθαριστούν οι γραμμές παραγωγής χρησιμοποιείται μαρμαρόσκονη, ώστε να παρασύρει τυχόν υπολείμματα τα οποία έχουν μείνει στα μηχανήματα μέχρι το στάδιο της συσκευασίας.

Η μαρμαρόσκονη αφού καθαρίσει τη γραμμή παραγωγής, οδηγείται σε έναν σάκο του ενός τόνου. Αφού τελειώσει ο καθαρισμός, ένα μέρος της μαρμαρόσκονης που χρησιμοποιήθηκε επανεισάγεται στο σύστημα ως πρώτη ύλη, ενώ το υπόλοιπο οδηγείται σε κάδο. Οι κάδοι όταν γεμίσουν μεταφέρονται σε εταιρεία ανακύκλωσης αδρανών υλικών.

Το ωράριο λειτουργίας της βιομηχανίας ορίζεται από τις 07:30 π.μ. μέχρι τις 23:00. Κατά την διάρκεια αυτού του χρονικού διαστήματος, η παραγωγική μονάδα και ο εξοπλισμός της σταματούν επίσης να λειτουργούν κατά την διάρκεια των διαλειμάτων. Το πρώτο διάλειμμα ορίζεται από τις 11:00 έως τις 11:30 το πρωί ενώ το δεύτερο από τις 18:30 το απόγευμα έως τις 19:00 το βράδυ. Κατά την διάρκεια των διαλειμάτων σταματάει η παραγωγική διαδικασία και ξανά ξεκινάει εκ νέου μετά την ολοκλήρωση αυτού.

Στο Σχήμα 2.4, παρουσιάζεται το απλοποιημένο διάγραμμα ροής της παραγωγής κονιαμάτων.



Σχήμα 2.4 Διάγραμμα ροής

2.3 Δεδομένα Παραγωγικής Διαδικασίας

Η μονάδα παραγωγής της ISOMAT παράγει πάνω από 400 διαφορετικά προϊόντα, κάθε ένα από τα οποία ακολουθεί μια τουλάχιστον συγκεκριμένη συνταγή. Η διαδικασία της ανάμιξης και συσκευασίας των προϊόντων πραγματοποιείται σε τέσσερις διαφορετικές γραμμές παραγωγής όπως φαίνεται στο Πίνακα 2.3, οι οποίες λειτουργούν ανεξάρτητα και δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους.

Production Line	Name
1	25kg Νεα
2	25kg Παλιά
3	5kg
4	STUCCOCRET

Πίνακας 2.3 Γραμμές Παραγωγής

Η τρίτη γραμμή συσκευάζει με δυναμικότητα έως 5 κιλά, ενώ οι υπόλοιπες χειρίζονται προϊόντα που ζυγίζουν από 10 μέχρι και 30 κιλά. Κάθε γραμμή παραγωγής είναι αυτόνομη και διαθέτει ένα μηχάνημα για κάθε στάδιο της διαδικασίας. Η μόνη εξαίρεση αποτελεί η τρίτη (3η) γραμμή παραγωγής, η οποία διαθέτει δύο μηχανές συσκευασίας που λειτουργούν παράλληλα και καθαρίζονται ταυτόχρονα (θεωρείται ως μία για την απλοποίηση του προβλήματος). Όσον αφορά την τέταρτη (4η) γραμμή, αυτή λειτουργεί ελάχιστα και παράγει μόλις τέσσερα προϊόντα με αποτέλεσμα ο προγραμματισμός της παραγωγής της να μην αποτελεί πρόβλημα και έτσι δεν εισάγεται στο μαθηματικό μοντέλο.

Το σύνολο των πρώτων υλών που εισέρχονται στον αναδευτήρα αποτελούν μια παρτίδα (batch). Αφού ολοκληρωθεί η ανάμιξη μιας παρτίδας, οδηγείται στο σιλό πριν τη μηχανή συσκευασίας, και στη συνέχεια εισέρχεται στον αναδευτήρα η επόμενη παρτίδα. Όταν αδειάζει το σιλό, ο αναδευτήρας εκκενώνει την επόμενη παρτίδα. Αυτή η διαδικασία εξασφαλίζει ότι το σιλό πριν την συσκευασία θα είναι πάντα γεμάτο με υλικό, επιτρέποντας με αυτό τον τρόπο την μηχανή συσκευασίας να λειτουργεί με συνεχή ρυθμό. Η δυναμικότητα των συσκευών είναι μεγαλύτερη από τα κιλά κάθε παρτίδας.

Ο ρυθμός συσκευασίας, ο οποίος εκφράζεται σε τεμάχια ανά ώρα, διαφέρει ανάλογα με το είδος του προϊόντος που συσκευάζεται. Αρχικά, κάθε προϊόν αποτελείται από διαφορετικές πρώτες ύλες, με αποτέλεσμα να υπάρχουν διαφοροποιήσεις στο ειδικό βάρος και σε πρόσθετα που χρησιμοποιούνται.

Ώς εκ τούτου, ορισμένα προϊόντα είναι πιο βαριά και συσκευάζονται με μεγαλύτερη δυσκολία. Επιπλέον, οι μηχανές συσκευασίας παρουσιάζουν αποκλίσεις από τον αναμενόμενο ρυθμό λειτουργίας λόγω του ότι κάποιοι σάκοι κατά της εφαρμογή τους πάνω στη μηχανή δεν κουμπώνουν σωστά με αποτέλεσμα να πέσουν και να μην συσκευαστεί το προϊόν.

Επίσης, αφού συσκευαστεί το προϊόν πραγματοποιείται η ζύγισή του. Αν το σακί δεν έχει το επιθυμητό βάρος, τότε αφαιρείται από τη γραμμή παραγωγής και ανακυκλώνεται στην επόμενη παρτίδα. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι η γραμμή συσκευασίας εμφανίζει τυχαία σφάλματα καθιστώντας τον καθορισμό του ρυθμού της συσκευασίας δύσκολο. Για το πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού χρησιμοποιήθηκαν ρυθμοί συσκευασίας από ιστορικά δεδομένα παραγωγής προϊόντων.

Τα προϊόντα κατηγοριοποιούνται με βάση το αδρανές υλικό που χρησιμοποιείται ως πρώτη ύλη και από το μέγεθος των κόκκων τους, όπως φαίνεται στον Πίνακα 2.4 Κάθε φορά που πραγματοποιείται εναλλαγή προϊόντος με διαφορετικό αδρανές υλικό απαιτείται καθαρισμός της γραμμής παραγωγής για την αποφυγή ύπαρξης υπολειμμάτων. Επιπλέον σε εναλλαγές μεταξύ προϊόντων με ίδιο αδρανές υλικό, αλλά με μεταβολή της διαμέτρου των κόκκων του αδρανούς και μάλιστα από μεγαλύτερη σε μικρότερη διάμετρο, απαιτείται και πάλι καθαρισμός. Ένας μεγάλος αριθμός προϊόντων περιέχει χρωστικές ουσίες, οι οποίες αφήνουν υπολείμματα στην γραμμή. Στη περίπτωση που υπάρχει εναλλαγή προϊόντων που φέρουν σκούρο χρώμα σε ένα με πιο ανοιχτό, η γραμμή καθαρίζεται προσεκτικά πριν την εισαγωγή του επόμενου προϊόντος. Τέλος, όταν υπάρχει εναλλαγή προϊόντων με διαφορετική περιεκτικότητα σε ρητίνη και συγκεκριμένα όταν ένα προϊόν υψηλής περιεκτικότητας ρητίνη ακολουθεί ένα με χαμηλότερη, τότε γίνεται επιμελής καθαρισμός για να διασφαλιστεί καθαρίζεται η περιεκτικότητα της ρητίνης στο προϊόν.

Ο καθαρισμός γίνεται με τη βοήθεια ενός αδρανούς υλικού και συγκεκριμένα της μαρμαρόσκονης. Η μαρμαρόσκονη καθώς διέρχεται από τη γραμμή παραγωγής παρασύρει τυχόν υπολείμματα τα οποία έχουν παραμείνει στη γραμμή. Το αδρανές υλικό διέρχεται από τη γραμμή

έως και τρεις φορές, ανάλογα με την ποσότητα του υλικού που έχει μείνει στη γραμμή ως υπόλειμμα. Μόλις ολοκληρωθεί ο καθαρισμός, ένα μικρό ποσοστό της μαρμαρόσκονης εισάγεται στο σύστημα ως πρώτη ύλη, ενώ η υπόλοιπη οδηγείται σε κάδο για ανακύκλωση. Αξίζει να σημειωθεί ότι, σε περίπτωση που υπάρχει εναλλαγή προϊόντος από χοντρόκοκκη μαρμαρόσκονη σε λεπτόκοκκη, η γραμμή καθαρίζεται με τη βοήθεια μιας λεπτόκοκκης κόλλας πλακιδίων, η οποία αποτελεί ένα από τα βασικά προϊόντα της εταιρείας. Αυτό συμβαίνει διότι οι κόλλες πλακιδίων μπαίνουν κάτω από το πλακάκι και δεν προκαλεί προβλήματα αν το υλικό να περιέχει χοντρούς κόκκους. Αυτός ο σχεδιασμός γίνεται για να μην υπάρχει μεγάλη σπατάλη μαρμαρόσκονης ενώ παράλληλα με τον καθαρισμό παράγεται και προϊόν.

Τέλος, αποτελεί εξαίρεση η πρώτη γραμμή παραγωγής, η οποία είναι κατασκευασμένη καθ' ύψος και δεν υπάρχουν γωνίες στη γραμμή ώστε να παραμείνουν υπολείμματα, με αποτέλεσμα να μην χρειάζεται καθαρισμός της.

Πίνακας 2.4 Κατηγοριοποίησή υλικών ανάλογα το αδρανές υλικό και τη διάμετρο κόκκου

Αδρανές υλικό	Διάμετρος κόκκου (mm)
Μαρμαρόσκονη	0-0.2
	0-0.4
	0.4-1.31
	1.2-2.5 (Ψείρα)
Χαλαζίτης	0-0.3
	0.4-2.4

Κάθε εναλλαγή προϊόντος απαιτεί ένα χρόνο προετοιμασίας της γραμμής παραγωγής. Στη τελευταία παρτίδα, με τη βοήθεια ενός δονητή, το σιλό αδειάζει όσο περισσότερο γίνεται και το μίγμα εισέρχεται στη μηχανή συσκευασίας. Αφού συσκευαστούν τα τελευταία προϊόντα, η μηχανή κλείνει και ξεκινάει η προετοιμασία της γραμμής. Αρχικά, πραγματοποιείται χειροκίνητο άδειασμα της μηχανής συσκευασίας από τυχόν υπολείμματα. Μόλις ολοκληρωθεί το άδειασμα, γίνεται αλλαγή των σάκων συσκευασίας και ρυθμίζεται η συσκευή για το νέο προϊόν. Καθώς πέφτει η πρώτη παρτίδα του επόμενου προϊόντος στην μηχανή συσκευασίας, συσκευάζονται οι πρώτοι σάκοι και η γραμμή παραγωγής διακόπτεται. Αυτό συμβαίνει για να αποφευχθεί η παρουσία υπολειμμάτων από το προηγούμενο προϊόν στην μηχανή. Οι σάκοι οι οποίοι περιέχουν υπολείμματα από το προηγούμενο προϊόν οδηγούνται για ανακύκλωση. Τέλος,

γίνεται έλεγχος για την ορθή εκτύπωση της ετικέτας του προϊόντος και ξεκινάει η παραγωγή. Αξίζει να σημειωθεί ότι ο πρώτος σάκος οδηγείται στο εργαστήριο της εταιρείας για ποιοτικό έλεγχο. Στο τελείωμα της βάρδιας γίνεται ένας μικρός τυπικός καθαρισμός του χώρου.

Η βιομηχανία λειτουργεί πέντε ημέρες την εβδομάδα και απασχολεί δύο βάρδιες των 8 ωρών την ημέρα. Ο προγραμματισμός γίνεται σε εβδομαδιαία βάση και η παραγωγή διαμορφώνεται με βάση τη ζήτηση των πελατών (make to order), ενώ ένα ποσοστό των παραγόμενων προϊόντων αποθηκεύεται ως απόθεμα (make to stock).

Μέχρι να γίνει η διανομή των προϊόντων στον πελάτη, τα προϊόντα αποθηκεύονται στις αποθήκες της εγκατάστασης, οι οποίες διαθέτουν απεριόριστη αποθηκευτική δυναμικότητα. Οι πρώτες ύλες δεν παράγονται στη βιομηχανία καθώς παραλαμβάνονται από άλλους προμηθευτές.

3 Μαθηματικά Μοντέλα

Η βελτιστοποίηση των διεργασιών αποτελεί βασικό στόχο για πολλές βιομηχανίες με σκοπό την αύξηση της παραγωγικότητας και την μείωση των λειτουργικών δαπανών. Για να επιτευχθεί αυτό, απαιτείται η ανάπτυξη μαθηματικών μοντέλων τα οποία αποτελούνται από εξισώσεις που εκφράζουν ισοζύγια μάζας, ενέργειας, τυχόν υπάρχοντες περιορισμούς καθώς και μια αντικειμενική συνάρτηση. Στην πραγματικότητα όμως οι βιομηχανικές μονάδες υπόκεινται συχνά σε πολυάριθμες αβεβαιότητες και δυναμικούς παράγοντες. Για να αντιμετωπιστούν αυτές οι αβεβαιότητες, είναι συχνά απαραίτητη η εφαρμογή ενός ή περισσότερων μαθηματικών μοντέλων τα οποία αναπαριστούν με ακρίβεια τις πραγματικές συνθήκες της βιομηχανίας. Για την αντιμετώπιση αυτών των μαθηματικών προκλήσεων και την επίτευξη πρακτικών λύσεων, το λογισμικό βελτιστοποίησης General Algebraic Modeling System (GAMS, 2013), εξοπλισμένο με τους κατάλληλους επιλυτές, αποτελεί ένα πολύτιμο εργαλείο για την βελτιστοποίηση του προγραμματισμού παραγωγής και την ενίσχυση της βιομηχανικής απόδοσης και χρησιμοποιείται κατά την εκπόνηση αυτής τη διπλωματικής εργασίας.

3.1 Ανάπτυξη Μαθηματικών Μοντέλων

Στον τομέα του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής βιομηχανικών μονάδων η δυναμική και αβέβαιη φύση της ζήτησης των προϊόντων βρίσκεται στο επίκεντρο. Αναπτύσσονται συνεπώς παρακάτω τέσσερα μαθηματικά μοντέλα προκειμένου να μελετηθεί η επίδραση της αβεβαιότητας της ζήτησης στον χρονοπρογραμματισμό παραγωγής της εταιρίας ISOMAT S.A..

Ορίζεται αρχικά, ως σταθερή εβδομαδιαία ζήτηση των προϊόντων (fixed demand), η ζήτηση η οποία βασίζεται σε ιστορικά στοιχεία παραγωγής από διάφορες χρονικές περιόδους της εταιρίας. Στο πλαίσιο αυτής της ανάλυσης, μελετώνται τρία διαφορετικά σενάρια ζήτησης, το χαμηλό σενάριο ζήτησης (below demand) το οποίο αντιπροσωπεύει το 85% της σταθερής ζήτησης (15% μείωση), το μεσαίο σενάριο (average demand) το οποίο αντιπροσωπεύει την σταθερή ζήτηση και το υψηλό σενάριο ζήτησης (above demand) το οποίο αποτελεί το 130% της σταθερής ζήτησης (30% αύξηση). Κάθε ένα από τα σενάρια αυτά συνοδεύεται από καθορισμένες τιμές πιθανοτήτων, οι οποίες είναι απαραίτητες για την κατανόηση της επίδρασης του κάθε σεναρίου και τις πιθανές επιπτώσεις αυτού.

Το πρώτο μαθηματικό μοντέλο αφορά ένα ντετερμινιστικό μοντέλο (“deterministic model”) μικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP) το οποίο επικεντρώνεται στην αλληλουχία και την κατανομή των προϊόντων στις γραμμές παραγωγής κατά τον χρονικό ορίζοντα μιας εβδομάδας. Οι μεταβλητές αυτού του μαθηματικού μοντέλου είναι ανεξάρτητες των σεναρίων της ζήτησης, καθώς η ζήτηση διατηρείται σταθερή έχοντας μια προκαθορισμένη τιμή (fixed demand) κατά μήκος ολόκληρου του χρονικού ορίζοντα. Στόχος της αντικειμενικής συνάρτησης είναι η ελαχιστοποίηση του χρόνου εναλλαγής μεταξύ των προϊόντων (changeover time).

Στην συνέχεια, το δεύτερο μαθηματικό μοντέλο χαρακτηρίζεται ως το πρόβλημα της αναμενόμενης τιμής (“expected value model”) και αποτελεί μοντέλο μικρού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP). Το μοντέλο αυτό διαφέρει από το ντετερμινιστικό μοντέλο στον τρόπο ορισμού της ζήτησης των προϊόντων. Στην περίπτωση αυτή, η ζήτηση δεν ορίζεται από την προκαθορισμένη τιμή (fixed demand), αλλά από το άθροισμα των τριών σεναρίων της ζήτησης, χαμηλό (below demand), μεσαίο (average demand) και υψηλό (above demand) σενάριο πολλαπλασιασμένα με την πιθανότητά τους. Η νέα τιμή ζήτησης που προκύπτει (expected demand) ορίζεται ως η εβδομαδιαία ζήτηση των προϊόντων. Στόχος της αντικειμενικής συνάρτησης είναι η ελαχιστοποίηση του χρόνου εναλλαγής μεταξύ των προϊόντων (changeover time).

Για την καλύτερη μελέτη της αβεβαιότητας της ζήτησης, στο τρίτο μαθηματικό μοντέλο εφαρμόζεται η προσέγγιση του στοχαστικού προγραμματισμού δύο σταδίων. Συγκεκριμένα, οι μεταβλητές σε αυτή την περίπτωση χωρίζονται σε δύο κατηγορίες, μεταβλητές πρώτου και δευτέρου σταδίου. Οι μεταβλητές του δευτέρου σταδίου είναι εξαρτώμενες του σεναρίου της ζήτησης και διαφέρουν από σενάριο σε σενάριο. Κάθε σενάριο ζήτησης έχει μια συγκεκριμένη τιμή και μία συγκεκριμένη πιθανότητα πραγματοποίησης. Αποτελεί μοντέλο μικτού ακαίρου γραμμικού προγραμματισμού (MILP) και επιδιώκει την χαμηλότερη δυνατή παραγωγή προϊόντων με ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση των χρόνων εναλλαγών των προϊόντων (changeover time).

Τέλος, στο τέταρτο μαθηματικό μοντέλο αναπτύσσεται ο αλγόριθμος υποστήριξης αποφάσεων στοχαστικής βελτιστοποίησης, DECIS. Ο DECIS χαρακτηρίζεται κατάλληλος για την επίλυση στοχαστικών προβλημάτων μεγάλης κλίμακας καθώς χρησιμοποιεί μια καλά δομημένη προσέγγιση δύο σταδίων. Αρχικά ο αλγόριθμος λύνει το πρόβλημα της αναμενόμενης τιμής

(expected value problem), θεωρώντας ότι η ζήτηση των προϊόντων ορίζεται από την αναμενόμενη τιμή της (expected demand), εφαρμόζοντας την τεχνική της διάσπασης Benders (Benders decomposition). Στην συνέχεια, ο επιλυτής λύνει το στοχαστικό πρόβλημα χρησιμοποιώντας την τεχνική δειγματοληψία σημαντικότητας Monte Carlo (Monte Carlo importance sampling). Συνεπώς ο αλγόριθμος DECIS προσεγγίζει το στοχαστικό πρόβλημα εφαρμόζοντας διαδοχικά δύο διαφορετικές τεχνικές. Για τον λόγο ότι ο αλγόριθμος DECIS μπορεί να αντιμετωπίσει μόνο γραμμικά και μη γραμμικά προβλήματα, το αρχικό ντετερμινιστικό πρόβλημα το οποίο κλίνεται να επιλύσει ο αλγόριθμος DECIS με τις παραπάνω τεχνικές επίλυσης, μετατρέπεται σε πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού (LP) θεωρώντας τις δυαδικές μεταβλητές του ντετερμινιστικού μοντέλου ως παραμέτρους και αντιστοιχίζοντάς τους μια μοναδική τιμή (τιμή η οποία προκύπτει από την επίλυση του πρώτου μαθηματικού μοντέλου, του ντετερμινιστικού μοντέλου).

Μετά την πολύπλευρη ανάλυση μπορεί να πραγματοποιηθεί μια ολοκληρωμένη σύγκριση των αποτελεσμάτων προκειμένου να αναλυθεί ο τρόπος με τον οποίο οι τρεις διαφορετικές προσεγγίσεις διαχειρίζονται την αβεβαιότητα της ζήτησης.

3.1.1 Ονοματολογία

Σύνολα στοιχείων

$p, pp, ppp \in P$	Το σύνολο προϊόντων
$j, jj \in J$	Το σύνολο γραμμών παραγωγής
$n, nn \in N$	Το σύνολο διακριτών χρονικών περιόδων
$ss \in SS$	Το σύνολο των σεναρίων της ζήτησης

Υποσύνολα στοιχείων

$P_{j,p}^j$	Το σύνολο των προϊόντων p που μπορούν να παραχθούν από τη γραμμή παραγωγής j
-------------	--

Παράμετροι

$Prior_p$	Η προτεραιότητα του προϊόντος p προς παραγωγή
$Size_p$	Τα κιλά της συσκευασίας του προϊόντος p , σε κιλά

$Fixeddemand_{p,n}$	Η αρχική ζήτηση του προϊόντος p τη χρονική περίοδο n , σε τεμάχια
Min_p	Η ελάχιστη παραγόμενη ποσότητα του προϊόντος p , σε τεμάχια
$Max_{p,j,n}$	Η μέγιστη παραγόμενη ποσότητα του προϊόντος p , στη γραμμή παραγωγής j , τη χρονική περίοδο n , σε τεμάχια
$Rate_{p,j}$	Ο ρυθμός παραγωγής του προϊόντος p , στη γραμμή συσκευασίας j , σε τεμάχια ανά ώρα
Set_j	Ο χρόνος προετοιμασίας της γραμμής j , σε ώρες
$Fason_{p,pp}$	Προϊόντα p τα οποία έχουν τα ίδια χαρακτηριστικά και είναι φασόν του προϊόντος pp
Tr	Ο χρόνος ανάμιξης παρτίδας, σε ώρες
$Shutdown$	Ο χρόνος καθαρισμού πριν τον τερματισμό της παραγωγής, σε ώρες
W	Ο χρόνος λειτουργίας της παραγωγής ανά μέρα, σε ώρες
$Ch_{j,p,pp}$	Ο χρόνος εναλλαγής μεταξύ του προϊόντος p και pp στη γραμμή παραγωγής j , σε ώρες
$Chtr_{j,p,pp}$	Ο πραγματικός χρόνος εναλλαγής μεταξύ του προϊόντος p και pp στη γραμμή παραγωγής j , σε ώρες
$Prob_{ss}$	Η πιθανότητα του σεναρίου ζήτησης ss
$Expeddemand_{p,n}$	Η αναμενόμενη τιμή της ζήτησης του προϊόντος p τη χρονική περίοδο n , σε τεμάχια
$Stochdemand_{p,n,ss}$	Η στοχαστική ζήτηση του προϊόντος p τη χρονική περίοδο n , του σεναρίου ss , σε τεμάχια

Συνεχείς μεταβλητές

$Chppjr_{n,p,pp,j}$	Ο πραγματικός χρόνος εναλλαγής μεταξύ του προϊόντος p και pp στη γραμμή παραγωγής j , τη χρονική περίοδο n
$Ch_{j,n}$	Ο χρόνος εναλλαγής που αφιερώνει η γραμμή παραγωγής j , τη χρονική περίοδο n
$S_{p,j,n}$	Ο χρόνος εκκίνησης παραγωγής του προϊόντος p στη γραμμή παραγωγής j , τη χρονική περίοδο n , σε ώρες

$Sr_{p,j,n}$	Ο πραγματικός χρόνος εκκίνησης παραγωγής του προϊόντος p στη γραμμή παραγωγής j , τη χρονική περίοδο n , σε ώρες
$T_{p,j,n}$	Ο χρόνος επεξεργασίας του προϊόντος p στη γραμμή παραγωγής j , τη χρονική περίοδο n , σε ώρες
$C_{p,j,n}$	Ο χρόνος ολοκλήρωσης επεξεργασίας του προϊόντος p στη γραμμή παραγωγής j , τη χρονική περίοδο n , σε ώρες
$Cr_{p,j,n}$	Ο πραγματικός χρόνος ολοκλήρωσης επεξεργασίας του προϊόντος p στη γραμμή παραγωγής j , τη χρονική περίοδο n , σε ώρες
$I_{p,n}$	Το απόθεμα του προϊόντος p , τη χρονική περίοδο n , σε τεμάχια
$Q_{p,j,n}$	Η συνολική ποσότητα του προϊόντος p , που παράγεται στη γραμμή παραγωγής j , τη χρονική περίοδο n , σε τεμάχια
$Qkg_{p,j,n}$	Η συνολική ποσότητα του προϊόντος p , που παράγεται στη γραμμή παραγωγής j , τη χρονική περίοδο n , σε κιλά
<i>Changeover</i>	Ο συνολικός χρόνος εναλλαγών μεταξύ των προϊόντων, σε ώρες
<i>Hours_{j,n}</i>	Οι συνολικές ώρες λειτουργίας κάθε γραμμής j , για κάθε χρονική περίοδο n , σε ώρες
$Excessdemand_{p,ss}$	Η ποσότητα προϊόντος p , του σεναρίου ss , η οποία μένει ως απόθεμα καθώς η ζήτηση έχει ικανοποιηθεί
$Unsatisfieddemand_{p,ss}$	Η ποσότητα προϊόντος p , του σεναρίου ss , η οποία απαιτείται προκειμένου να καλυφθεί πλήρως η ζήτηση

Δυναμικές μεταβλητές

$V_{j,n}$	Λαμβάνει την τιμή 1, αν η γραμμή j χρησιμοποιείται τη χρονική περίοδο n
$X_{p,pp,j,n}$	Λαμβάνει τη τιμή 1, αν το προϊόν p , επεξεργάζεται ακριβώς πριν το προϊόν pp , όταν και τα δύο επεξεργάζονται στη γραμμή παραγωγής j , τη χρονική περίοδο n
$Y_{p,j,n}$	Λαμβάνει τη τιμή 1, αν το προϊόν p , επεξεργάζεται στη γραμμή j , τη χρονική περίοδο n
$WF_{p,j,n}$	Λαμβάνει τη τιμή 1, αν το προϊόν p , επεξεργάζεται πρώτο τη χρονική περίοδο n , στη γραμμή παραγωγής j

$WL_{p,j,n}$

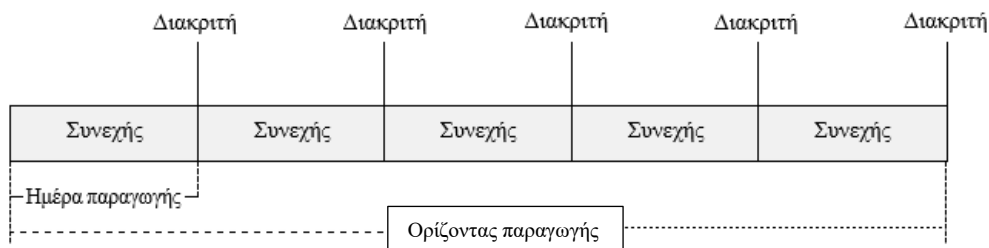
Λαμβάνει τη τιμή 1, αν το προϊόν p , επεξεργάζεται
τελευταίο τη χρονική περίοδο n , στη γραμμή παραγωγής j

 $Win_{p,pp,j,n}$

Λαμβάνει τη τιμή 1, αν το προϊόν p τη χρονική περίοδο $n-1$,
ακολουθείται από το προϊόν pp , τη περίοδο n

3.1.2 Μαθηματική διατύπωση μοντέλων

Παρακάτω παρουσιάζεται η μαθηματική διατύπωση των μοντέλων που χρησιμοποιήθηκαν. Τονίζεται ότι στα μαθηματικά μοντέλα που χρησιμοποιούνται για την επίλυση των προβλημάτων, η αναπαράσταση του χρόνου είναι προϊόν διασταύρωσης συνεχούς και διακριτής αναπαράστασης του χρόνου όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.1. Συγκεκριμένα, ο χρονικός ορίζοντας παραγωγής χωρίζεται σε διακριτές περιόδους διάρκειας μιας ημέρας, ενώ οι διεργασίες που λαμβάνουν χώρα κατά τη διάρκεια κάθε ημέρας μοντελοποιούνται με συνεχή αναπαράσταση του χρόνου.



Σχήμα 3.1 Αναπαράσταση του χρόνου

Παρακάτω παραθέτονται οι περιορισμοί των μοντέλων οι οποίοι έχουν κατηγοριοποιηθεί ανάλογα με τον τύπο της απόφασης που πρέπει να παρθεί (κατανομής, αλληλουχίας κ.λ.π.).

Αρχικά παραθέτονται οι κοινοί περιορισμοί που ισχύουν για τα τρία πρώτα μαθηματικά μοντέλα (ντετερμινιστικό μοντέλο, μοντέλο αναμενόμενης τιμής και στοχαστικό μοντέλο) και για το μοντέλο DECIS ξεχωριστά καθώς υπόκεινται σε κάποιες αλλαγές, και στην συνέχεια γίνεται ανάλυση κάθε μοντέλου χωριστά, προσδιορίζοντας επιπρόσθετους περιορισμούς που μπορεί να περιέχει και την αντίστοιχη αντικειμενική του συνάρτηση.

Συνεπώς για το ντετερμινιστικό μοντέλο, το μοντέλο αναμενόμενης τιμής και στοχαστικό μοντέλο παρατίθενται οι κοινοί περιορισμοί τους.

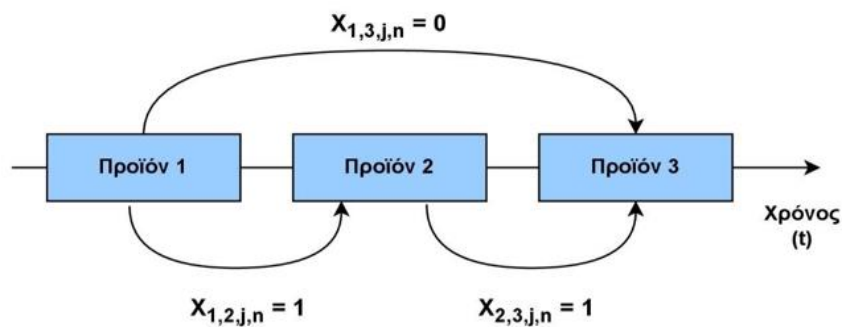
Περιορισμοί αλληλουχίας Προϊόντων και Χρονικοί περιορισμοί

1) Το μαθηματικό μοντέλο είναι άμεσης προτεραιότητας, με αποτέλεσμα να εισάγεται η δυαδική μεταβλητή $X_{p,pp,j,n}$, η οποία παίρνει τη τιμή 1, όταν το προϊόν p επεξεργάζεται ακριβώς πριν από το προϊόν pp , στη γραμμή παραγωγής j , τη χρονική περίοδο n . Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να εισαχθούν οι παρακάτω περιορισμοί:

$$\sum_{pp \in P_j, p \neq pp} X_{pp,p,j,n} \leq Y_{p,j,n} \quad \forall p \in P_j, j \in J, n \in N \quad (3.1)$$

$$\sum_{pp \in P_j, p \neq pp} X_{p,pp,j,n} \leq Y_{p,j,n} \quad \forall p \in P_j, j \in J, n \in N \quad (3.2)$$

Σύμφωνα με τους περιορισμούς (3.1) και (3.2), εάν ένα προϊόν p επεξεργάζεται στη γραμμή παραγωγής j , το χρονικό διάστημα n , τότε το πολύ ένα προϊόν επεξεργάζεται ακριβώς πριν ή ακριβώς μετά από αυτό. Σε περίπτωση που ένα προϊόν p επεξεργάζεται τελευταίο, τότε όλες οι δυαδικές μεταβλητές $X_{p,pp,j,n}$ παίρνουν τιμή ίση με το 0. Τα παραπάνω γίνονται εύκολα αντιληπτά με τη βοήθεια του Σχήματος 3.2.



Σχήμα 3.2 Σχηματική αναπαράσταση των μεταβλητών άμεσης προτεραιότητας

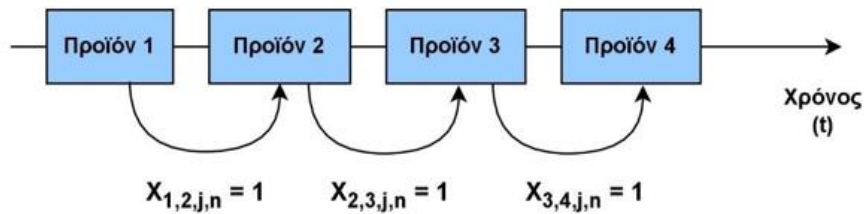
$$2) \quad \sum_{pp \in P_j, p \neq pp} X_{in p,pp,j,n} \leq Y_{pp,j,n-1} \quad \forall p, pp \in P_j, p \in P_j, j \in J, n \in N \quad (3.3)$$

Σύμφωνα με τον περιορισμό (3.3) εάν ένα προϊόν p επεξεργάζεται στη γραμμή παραγωγής j , το χρονικό διάστημα $n-1$, τότε το πολύ ένα προϊόν p επεξεργάζεται τελευταίο την ημέρα $n-1$,

πριν από το προϊόν pp .

$$3) \quad \sum_{p \in P_j} \sum_{pp \in P_j, p \neq pp} X_{p,pp,j,n} + V_{j,n} = \sum_{p \in P_j} Y_{p,j}, \quad \forall j \in J, n \in N \quad (3.4)$$

Σύμφωνα με τον περιορισμό (3.4) αν η γραμμή παραγωγής j , το χρονικό διάστημα n , χρησιμοποιείται ($V_{j,n} = 1$), τότε ο συνολικός αριθμός εναλλαγών σε μια συσκευή j οφείλει να είναι ίσος με τον συνολικό αριθμό παραγόμενων προϊόντων μειωμένος κατά ένα. Για την καλύτερη κατανόηση αυτού του περιορισμού παρουσιάζεται το Σχήμα 3.3, στο οποίο φαίνεται ότι αν στη γραμμή παραγωγής j , παράγονται τέσσερα προϊόντα τότε ο συνολικός αριθμός των ενεργών δυαδικών μεταβλητών θα πρέπει να είναι ίσος με τρία.



Σχήμα 3.3 Σχηματική αναπαράσταση του περιορισμού 3.3

$$4) \quad V_{j,n} \geq Y_{pp,j,n} \quad \forall p, j \in P_j, n \in N \quad (3.5)$$

Ο περιορισμός (3.5) χρησιμοποιείται για να εξασφαλίσει ότι η δυαδική μεταβλητή $V_{j,n}$ η οποία λαμβάνει τη τιμή 1 αν η γραμμή παραγωγής j χρησιμοποιείται τη χρονική περίοδο n , θα ενεργοποιηθεί αν το προϊόν p , συσκευάζεται στη γραμμή παραγωγής j , τη χρονική περίοδο n ($Y_{pp,j,n} = 1$).

$$5) \quad C_{p,j,n} + cht_{j,p,pp} * X_{p,pp,j,n} \leq S_{pp,j,n} + (w - shutdown) * (1 - X_{p,pp,j,n})$$

$$\forall p \neq pp, p, j \in P_j, n \in N \quad (3.6)$$

Ο περιορισμός (3.6) αναφέρεται και ως περιορισμός μεγάλου αριθμού M (big-M constraint), επειδή μέσα στην ανισότητα εμπεριέχεται μια σταθερά M ($M = w - shutdown$) σε έναν όρο ο

οποίος ενεργοποιείται όταν κάποια δυαδική τιμή λαμβάνει μια συγκεκριμένη τιμή. Όταν ενεργοποιείται ο όρος M , το δεξιό μέλος του ανισοτικού περιορισμού λαμβάνει μια πολύ υψηλή τιμή, που έχει ως αποτέλεσμα στην απενεργοποίηση του περιορισμού. Συγκεκριμένα, ο περιορισμός εξασφαλίζει ότι όταν ένα προϊόν p , επεξεργάζεται ακριβώς πριν το προϊόν pp , στη γραμμή παραγωγής j , τη χρονική περίοδο n , ($X_{p,pp,j,n} = 1$), τότε ο χρόνος κατά τον οποίο ξεκινάει να παράγεται το προϊόν pp είναι μεγαλύτερος από το χρόνο κατά τον οποίο ολοκληρώνεται η παραγωγή του p συν το χρόνο εναλλαγής μεταξύ των 2 προϊόντων.

$$\begin{aligned}
 6) \quad C_{p,j,n} &\geq set_j * V_{j,1} + \sum_{pp,ppp} cht_{j,pp,ppp} * Xin_{pp,ppp,j,n} + T_{p,j,n} \\
 &+ \sum_{pp \in Pj, p \neq pp} cht_{j,pp,p} * X_{pp,p,j,n} - w * (1 - Y_{p,j,n}) \quad \forall p, j \in Pj, n \in N \quad (3.7)
 \end{aligned}$$

Ο περιορισμός (3.7) εξασφαλίζει ότι ο χρόνος ολοκλήρωσης της παραγωγής του προϊόντος p , στη γραμμή παραγωγής j , τη χρονική περίοδο n , είναι μεγαλύτερος από το άθροισμα του χρόνου επεξεργασίας του προϊόντος p συν το χρόνο εναλλαγής μεταξύ του προηγούμενου προϊόντος pp και του p . Σε περίπτωση που το n λαμβάνει τη τιμή 1, δηλαδή τη πρώτη χρονική περίοδο, τότε στο άθροισμα εισάγεται και ο χρόνος προετοιμασίας της γραμμής j . Τέλος, ο τελευταίος όρος του δεξιού μέλους της ανισότητας έχει το ρόλο του μεγάλου αριθμού M (big- M constraint), δηλαδή αν το προϊόν p δεν επεξεργάζεται στη γραμμή j , τη χρονική περίοδο n , ($Y_{p,j,n} = 0$), τότε το δεξιό μέλος παίρνει μια μεγάλη τιμή και απενεργοποιεί τον περιορισμό.

$$\begin{aligned}
 7) \quad \sum_{p \in Pj} T_{p,j,n} &\leq (w - shutdown) * V_{j,n} - \sum_{p,pp \in Pj, pp \neq p} cht_{j,p,pp} * (X_{p,pp,j,n} + Xin_{p,pp,j,n}) \\
 &\quad \forall j \in J, n \in N \quad (3.8)
 \end{aligned}$$

Σύμφωνα με τον περιορισμό (3.8), ο συνολικός χρόνος επεξεργασίας των προϊόντων στη γραμμή παραγωγής j , τη χρονική περίοδο n , είναι πάντα μικρότερος από το χρόνο λειτουργίας της γραμμής j , μείον το συνολικό χρόνο εναλλαγών μεταξύ των προϊόντων.

$$8) \quad C_{p,j,n} \leq (w - \text{shutdown}) * Y_{p,j,n} \quad \forall p, j \in P, n \in N \quad (3.9)$$

Η παραπάνω ανισότητα (3.9) δηλώνει ότι ο χρόνος ολοκλήρωσης του προϊόντος p , στη γραμμή παραγωγής j , τη χρονική περίοδο n , είναι μικρότερος από το χρόνο λειτουργίας της γραμμής παραγωγής j , όταν είναι ενεργοποιημένη η δυαδική μεταβλητή $Y_{p,j,n}$ δηλαδή όταν το προϊόν p , επεξεργάζεται στη γραμμή παραγωγής j , τη χρονική περίοδο n .

$$9) \quad S_{p,j,n} = C_{p,j,n} - T_{p,j,n} \quad \forall p, j \in P, n \in N \quad (3.10)$$

Στην εξίσωση (3.10), ο χρόνος εκκίνησης του προϊόντος p $S_{p,j,n}$ ισούται με τη διαφορά του χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής $C_{p,j,n}$ και του χρόνου επεξεργασίας $T_{p,j,n}$ του προϊόντος p .

$$10) \quad \sum_{pp, pp \neq p, pp \in P} X_{pp,p,j,n} + WF_{p,j,n} = Y_{p,j,n} \quad \forall p \in P, j \in J, n \in N \quad (3.11)$$

Ο περιορισμός (3.11) εξασφαλίζει ότι εάν το προϊόν p συσκευάζεται στη γραμμή παραγωγής j , τη χρονική περίοδο n ($Y_{p,j,n}=1$) τότε το πολύ ένα προϊόν pp συσκευάζεται πριν και μετά από το p . Σε περίπτωση που το προϊόν p , συσκευάζεται πρώτο στη γραμμή παραγωγής j , τη χρονική περίοδο n , ($WF_{p,j,n}=1$), τότε δεν προηγείται άλλο προϊόν.

$$11) \quad \sum_{pp, pp \neq p, pp \in P} X_{pp,p,j,n} + WL_{p,j,n} = Y_{p,j,n} \quad \forall p \in P, j \in J, n \in N \quad (3.12)$$

Ο περιορισμός (3.12) εξασφαλίζει ότι εάν το προϊόν p συσκευάζεται στη γραμμή παραγωγής j , τη χρονική περίοδο n ($Y_{p,j,n}=1$) τότε το πολύ ένα προϊόν pp συσκευάζεται πριν και μετά από το p . Σε περίπτωση που το προϊόν p , συσκευάζεται τελευταίο στη γραμμή παραγωγής j , τη χρονική περίοδο n , ($WL_{p,j,n}=1$), τότε δεν κατασκευάζεται άλλο προϊόν μετά από αυτό.

$$12) \quad \text{Hours}_{j,n} \geq 13 * (V_{j,n} + V_{j,n+1} - 1) \quad \forall j \in J, n \in N \quad (3.13)$$

Ο περιορισμός (3.13) υποδηλώνει ότι εάν η γραμμή παραγωγής j επιλεγθεί να λειτουργήσει την ημέρα n και την ημέρα $n+1$ ($V_{j,n}=1$ και $V_{j,n+1}=1$) τότε οι ώρες λειτουργίας της γραμμής παραγωγής j πρέπει να είναι περισσότερες των 13 ωρών.

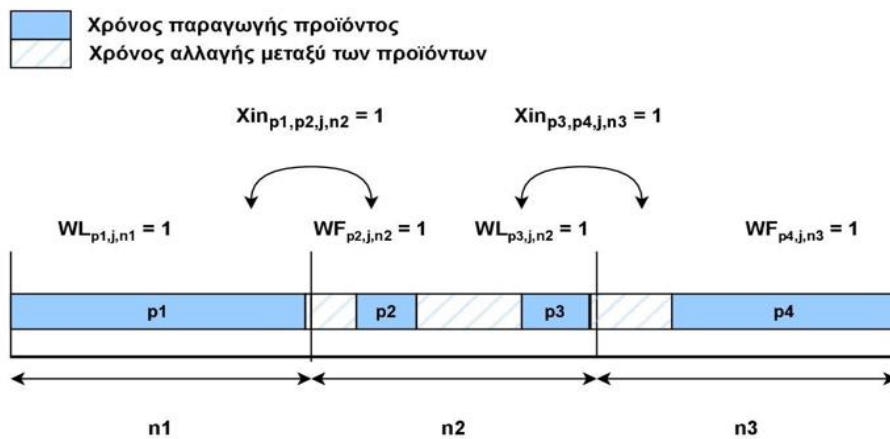
Περιορισμοί εναλλαγών μεταξύ προϊόντων σε διαφορετικό χρονικό διάστημα

$$1) \quad WF_{p,j,n} = \sum_{pp \in P} Xin_{pp,p,j,n} \quad \forall p \in P, j \in J, n \in N, n > 1 \quad (3.14)$$

Ο περιορισμός (3.14) δηλώνει ότι μπορεί να υπάρχει το πολύ ένα προϊόν που παράγεται πρώτο σε κάθε υποδιάστημα n για ημέρες που αφορούν μετά την Δευτέρα ($n > 1$).

$$2) \quad WL_{p,j,n} = \sum_{pp \in P} Xin_{pp,p,j,n} \quad \forall p \in P, j \in J, n \in N, n > 1 \quad (3.15)$$

Αντίστοιχα ο περιορισμός (3.15) δηλώνει ότι μπορεί να υπάρχει το πολύ ένα προϊόν που παράγεται τελευταίο σε κάθε υποδιάστημα n για ημέρες που αφορούν μετά την Δευτέρα ($n > 1$). Για την καλύτερη κατανόηση των περιορισμών, παρουσιάζεται η απεικόνιση τους στο Σχήμα 3.4.



Σχήμα 3.4 Σχηματική αναπαράσταση των περιορισμών 3.12 και 3.13

Περιορισμοί Μεγέθους Παρτίδας Προϊόντων

$$1) \quad Q_{p,j,n} = T_{p,j,n} * rate_{p,j} \quad \forall p \in P, j \in J, n \in N \quad (3.16)$$

Σύμφωνα με τη παραπάνω εξίσωση (3.16), η ποσότητα του προϊόντος p , που παράγεται στη γραμμή παραγωγής j , τη χρονική περίοδο n , ισούται με γινόμενο του ρυθμού συσκευασίας του προϊόντος p , στη γραμμή παραγωγής j , επί το χρόνο επεξεργασίας του.

$$2) \quad Q_{p,j,n} \leq \max_{p,j,n} * Y_{p,j,n} \quad \forall p, j \in Pj_{p,j}, n \in N \quad (3.17)$$

Ο περιορισμός (3.17) αποτελεί το ανώτατο όριο τεμαχίων που μπορούν να παραχθούν. Συγκεκριμένα όταν ένα προϊόν p , παράγεται στη γραμμή παραγωγής j , τη χρονική περίοδο n , ($Y_{p,j,n} = 1$), τότε τα τεμάχια που μπορούν να παραχθούν έχουν μια μέγιστη τιμή ($\max_{p,j,n}$).

$$3) \quad Q_{p,j,n} \geq \min_p * Y_{p,j,n} \quad \forall p, j \in Pj_{p,j}, n \in N \quad (3.18)$$

Ο περιορισμός (3.18) αποτελεί το κατώτατο όριο τεμαχίων που μπορούν να παραχθούν. Συγκεκριμένα όταν ένα προϊόν p , παράγεται στη γραμμή παραγωγής j , τη χρονική περίοδο n , ($Y_{p,j,n} = 1$), τότε τα τεμάχια που μπορούν να παραχθούν έχουν μια ελάχιστη τιμή ($\min_{p,j,n}$).

Επιπλέον βοηθητικοί περιορισμοί

$$1) \quad Q_{kg(p,j,n)} = Q_{(p,j,n)} * size(p) \quad \forall p \in P, j \in Pj_{p,j}, n \in N \quad (3.19)$$

Με τον περιορισμό (3.19) υπολογίζεται το βάρος σε κιλά του προϊόντος p , στην γραμμή παραγωγής j , την ημέρα n . Η ποσότητα σε κιλά προκύπτει καθώς πολλαπλασιάζεται ο αριθμός τεμαχίων του προϊόντος p ($Q_{p,j,n}$) επί τα κιλά της συσκευασίας του προϊόντος p ($size_p$).

$$2) \quad T_{p,j,n} \geq 2 * tr * Y_{p,j,n} \quad \forall p \in P, j \in Pj_{p,j}, n \in N \quad (3.20)$$

Ο περιορισμός (3.20) ορίζει ότι ο χρόνος επεξεργασίας του προϊόντος p στην γραμμή παραγωγής j , την ημέρα n ($T_{p,j,n}$) πρέπει να είναι δύο φορές μεγαλύτερους τουλάχιστον από τον χρόνο

ανάμιξης της παρτίδας, εφόσον επιλεγεί το προϊόν p να επεξεργαστεί στη γραμμή j , τη χρονική περίοδο n ($Y_{p,j,n}=1$)

$$3) \quad \mathbf{Hours}_{j,n} = \mathbf{setj}_j * \mathbf{V}_{j,n} + \sum_p \mathbf{T}_{p,j,n} + \sum_{p,pp} \mathbf{chtr}_{j,p,pp} * (\mathbf{X}_{p,pp,j,n} + \mathbf{X}_{in\ p,pp,j,n})$$

$$\forall j \in J, n \in N \quad (3.21)$$

Ο περιορισμός (3.21) ορίζει ότι οι ώρες λειτουργίας της γραμμής παραγωγής j την ημέρα n ($\mathbf{Hours}_{j,n}$) προκύπτουν από το χρόνο προετοιμασίας της γραμμής j (\mathbf{setj}_j) εάν η γραμμή παραγωγής j επιλεγθεί να λειτουργήσει την ημέρα n ($\mathbf{V}_{j,n}=1$), και από τον πραγματικό χρόνο εναλλαγής μεταξύ του προϊόντος p και pp στη γραμμή παραγωγής j ($\mathbf{chtr}_{j,p,pp}$) εάν ένα προϊόν p , επεξεργάζεται ακριβώς πριν το προϊόν pp , στη γραμμή παραγωγής j , τη χρονική περίοδο n , ($\mathbf{X}_{p,pp,j,n} = 1$) και εάν ένα προϊόν p , επεξεργάζεται την προηγούμενη ημέρα, $n-1$ από το προϊόν pp , στη γραμμή παραγωγής j ($\mathbf{X}_{in\ p,pp,j,n} = 1$)

$$4) \quad \mathbf{chj}_{j,n} = \sum_{p,pp} \mathbf{chtr}_{j,p,pp} * (\mathbf{X}_{p,pp,j,n} + \mathbf{X}_{in\ p,pp,j,n}) \quad \forall j \in J, n \in N \quad (3.22)$$

Ο περιορισμός (3.22) υπολογίζει τον συνολικό χρόνων εναλλαγών που σπαταλά η γραμμή παραγωγής j κατά την διάρκεια της ημέρας n ($\mathbf{chj}_{j,n}$), αθροίζοντας όλους τους χρόνους εναλλαγής των προϊόντων ($\mathbf{chtr}_{j,p,pp}$), μόνο για τις συνδέσεις προϊόντων που πραγματοποιούνται $\mathbf{X}_{p,pp,j,n} = 1$ και $\mathbf{X}_{in\ p,pp,j,n} = 1$.

$$5) \quad \mathbf{chppjr}_{n,p,pp,j} = \mathbf{chtr}_{j,p,pp} * \mathbf{X}_{p,pp,j,n} + \mathbf{chtr}_{j,p,pp} * \mathbf{X}_{in\ p,pp,j,n}$$

$$\forall p, pp \in P, p \neq pp, j \in J, n \in N \quad (3.23)$$

Ο περιορισμός (3.23) υπολογίζει τον πραγματικό χρόνο εναλλαγών μεταξύ του προϊόντος p και pp στην γραμμή παραγωγής j , την ημέρα n ($\mathbf{chppjr}_{n,p,pp,j}$) αθροίζοντας τους χρόνους εναλλαγής μεταξύ του προϊόντος p και pp , τα οποία είτε παράγονται διαδοχικά στη γραμμή παραγωγής j την ημέρα n είτε παράγεται το ένα την ημέρα $n-1$ και το άλλο προϊόν την επόμενη (αφορά μόνο τις συνδέσεις προϊόντων που πραγματοποιούνται $\mathbf{X}_{p,pp,j,n} = 1$ και $\mathbf{X}_{in\ p,pp,j,n} = 1$).

$$6) \quad Sr_{p,j,n} = S_{p,j,n} * 24 * Yp_{p,j,n} \quad \forall p \in P, j \in J, n \in N \quad (3.24)$$

Ο περιορισμός (3.24) υπολογίζει την πραγματική ώρα έναρξης επεξεργασίας ενός προϊόντος στην γραμμή παραγωγής j , την ημέρα n ($Sr_{p,j,n}$) στο διάστημα της μιας εβδομάδας καθώς ο όρος '24' με τον οποίο πολλαπλασιάζεται ο χρόνος έναρξης $S_{p,j,n}$ αντιπροσωπεύει τις ώρες της ημέρας μετατρέποντας τις ημέρες σε ώρες.

$$7) \quad Cr_{p,j,n} = C_{p,j,n} * 24 * Yp_{p,j,n} \quad \forall p \in P, j \in J, n \in N \quad (3.25)$$

Αντίστοιχα, ο περιορισμός (3.25) υπολογίζει την πραγματική ώρα ολοκλήρωσης της επεξεργασίας ενός προϊόντος στην γραμμή παραγωγής j , την ημέρα n ($Cr_{p,j,n}$) στο διάστημα της μιας εβδομάδας καθώς ο όρος '24' με τον οποίο πολλαπλασιάζεται ο χρόνος ολοκλήρωσης $C_{p,j,n}$ αντιπροσωπεύει τις ώρες της ημέρας μετατρέποντας τις ημέρες σε ώρες.

Τα τέσσερα μαθηματικά μοντέλα που μελετώνται στην παρούσα διπλωματική εργασία, ντετερμινιστικό μοντέλο ('deterministic model'), μοντέλο της αναμενόμενης τιμής ('expected value'), στοχαστικό μοντέλο ('stochastic problem') και μοντέλο DECIS ('DECIS problem') διαφέρουν μεταξύ τους σε ορισμένους περιορισμούς καθώς και στις αντικειμενικές τους συναρτήσεις. Για τον λόγο αυτό, για κάθε μαθηματικό μοντέλο αναλύονται οι περιορισμοί στους οποίους διαφέρει και η αντικειμενική του συνάρτηση. Οι περιορισμοί από (3.1) έως (3.25) είναι κοινói για τα τρία πρώτα μαθηματικά μοντέλα, το ντετερμινιστικό, το μοντέλο της αναμενόμενης τιμής και το στοχαστικό μοντέλο, ενώ το μοντέλο με DECIS αναλύεται ξεχωριστά λόγω των προκλήσεων που παρουσιάζει.

3.1.2.1 Ντετερμινιστικό Μαθηματικό Μοντέλο (deterministic model)

Το ντετερμινιστικό μαθηματικό μοντέλο (deterministic model) πέρα από τους περιορισμούς (3.1) έως (3.25) από τους οποίους αποτελείται περιέχει επιπλέον έναν περιορισμό ο οποίος αφορά την ικανοποίηση της ζήτησης των προϊόντων. Πιο συγκεκριμένα, ο περιορισμός (3.26) εξασφαλίζει την έγκαιρη και πλήρη ικανοποίηση της ζήτησης των προϊόντων. Η αποθηκευμένη ποσότητα $I_{p,n}$ του προϊόντος p είναι το άθροισμα της αποθηκευμένης ποσότητας του προηγούμενου χρονικού διαστήματος $I_{p,n-1}$, της συνολική παραγωγής από όλες τις γραμμές παραγωγής $Q_{p,j,n}$, μείον το στόχο παραγωγής $fixeddemand_{p,n}$ στο συγκεκριμένο χρονικό διάστημα n .

$$I_{p,n} = I_{p,n-1} + \sum_{j \in P_j} Q_{p,j,n} - \text{fixeddemand}_{p,n} \quad \forall p \in P, n \in N \quad (3.26)$$

Αντικειμενική Συνάρτηση του Ντετερμινιστικού μοντέλου

Πρωταρχικό μέλημα των βιομηχανιών αποτελεί η μείωση των εξόδων και των λειτουργικών δαπανών της. Μια αποτελεσματική προσέγγιση αποτελεί η ελαχιστοποίηση του χρόνου εναλλαγής μεταξύ των προϊόντων. Ως εκ τούτου, επιλέγεται αρχικά να ελαχιστοποιηθεί ο αριθμός των απαιτούμενων εναλλαγών ώστε να επιλεγθούν οι εναλλαγές που καταναλώνουν το λιγότερο χρόνο και τους λιγότερους πόρους και στην συνέχεια επιλέγεται να ελαχιστοποιηθεί ο συνολικός χρόνος ολοκλήρωσης της παραγωγικής διεργασίας.

$$\begin{aligned} \text{OBJ1} = & \sum_{p \in P_j} \sum_j \sum_n Y_{p,j,n} * \text{ord}_n * \text{prior}_p + 100 * \sum_n \sum_j \sum_{p \in P_j} \sum_{pp \in P_j} X_{p,pp,j,n} * \text{cht}_{j,p,pp} \\ & + 100 * \sum_n \sum_j \sum_{p \in P_j} \sum_{pp \in P_j} X_{in_{p,pp,j,n}} * \text{cht}_{j,p,pp} \quad , \quad p \neq pp \quad (3.28) \end{aligned}$$

Η αντικειμενική συνάρτηση OBJ1 (3.28) του ντετερμινιστικού μοντέλου, ελαχιστοποιεί τον χρόνο εναλλαγής μεταξύ των προϊόντων εξασφαλίζοντας παράλληλα την προτεραιότητα των προϊόντων (ord_n) την οποία χρησιμοποιεί η βιομηχανία προκειμένου να καλύψει με βεβαιότητα την ζήτηση των προϊόντων. Ο δεύτερος και ο τρίτος όρος της εξίσωσης αντικατοπτρίζουν τους χρόνους εναλλαγής μεταξύ των προϊόντων εφόσον πραγματοποιείται η εναλλαγή ($X_{p,pp,j,n} = 1$, $X_{in_{p,pp,j,n}} = 1$) ενώ οι συντελεστές που πολλαπλασιάζονται χρησιμοποιούνται για να εξασφαλιστεί ότι όλοι οι όροι της εξίσωσης έχουν ίδια τάξη μεγέθους. Το ντετερμινιστικό μαθηματικό μοντέλο με περιορισμούς από (3.1) έως (3.25), (3.26) και (3.28) εισάγεται στο λογισμικό GAMS και η αντικειμενική συνάρτηση OBJ1 (3.28) επιλύεται με τη βοήθεια του επιλυτή CPLEX.

Μετά την επίλυση της πρώτης αντικειμενικής συνάρτησης OBJ1 (3.28) γίνεται γνωστή η αλληλουχία παραγωγής των προϊόντων στον χρονικό ορίζοντα της μιας εβδομάδας. Συνεπώς, είναι πλέον δυνατή η επίλυση της δεύτερης αντικειμενικής συνάρτησης, OBJ2 (3.29) η οποία στοχεύει στην ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής. Για την επίλυση της OBJ2 (3.29) χρησιμοποιείται ο επιλυτής CPLEX.

$$OBJ2 = \sum_p \sum_j \sum_n C_{p,j,n} \quad , \quad (3.29)$$

3.1.2.2 Μαθηματικό Μοντέλο της Αναμενόμενης τιμής (expected value model)

Όπως προαναφέρθηκε, για την ανάλυση και την μελέτη της επίδρασης της αβεβαιότητας της ζήτηση στην μονάδα παραγωγής της ISOMAT, εξετάζονται τρία διαφορετικά σενάρια ζήτησης, χαμηλό (below scenario), μεσαίο (average scenario) και υψηλό σενάριο (above scenario) με γνωστές τις τιμές των πιθανοτήτων τους. Συνεπώς στο μαθηματικό μοντέλο της αναμενόμενης τιμής η ζήτηση υπολογίζεται από το άθροισμα των τριών σεναρίων ζήτησης πολλαπλασιασμένα με τις τιμές των πιθανοτήτων τους, όπως φαίνεται στην εξίσωση (3.30). Η νέα τιμή ζήτησης που προκύπτει ονομάζεται αναμενόμενη ζήτηση (expected demand)

$$\text{expecteddemand}_{p,n} = \sum_{ss} \text{prob}_{ss} * \text{sdemand}_{p,n,ss} \quad (3.30)$$

Συνεπώς το μαθηματικό μοντέλο της αναμενόμενης τιμής (expected value model) πέρα από τους περιορισμούς (3.1) έως (3.25) από τους οποίους αποτελείται περιέχει επιπλέον έναν περιορισμό ο οποίος αφορά την ικανοποίηση της ζήτησης των προϊόντων. Πιο συγκεκριμένα, ο περιορισμός (3.31) εξασφαλίζει την έγκαιρη και πλήρη ικανοποίηση της ζήτησης των προϊόντων. Η αποθηκευμένη ποσότητα $I_{p,n}$ του προϊόντος p είναι το άθροισμα της αποθηκευμένης ποσότητας του προηγούμενου χρονικού διαστήματος $I_{p,n-1}$, της συνολική παραγωγής από όλες τις γραμμές παραγωγής $Q_{p,j,n}$, μείον το στόχο παραγωγής $\text{expecteddemand}_{p,n}$ στο συγκεκριμένο χρονικό διάστημα n .

$$I_{p,n} = I_{p,n-1} + \sum_{j \in P_j} Q_{p,j,n} - \text{expecteddemand}_{p,n} \quad \forall p \in P, n \in N \quad (3.31)$$

Αντικειμενική Συνάρτηση του Ντετερμινιστικού μοντέλου

Και αυτό το μαθηματικό μοντέλο στοχεύει στην ελαχιστοποίηση του χρόνου εναλλαγής μεταξύ των προϊόντων. Ως εκ τούτου, επιλέγεται αρχικά να ελαχιστοποιηθεί ο αριθμός των απαιτούμενων εναλλαγών ώστε να επιλεγθούν οι εναλλαγές που καταναλώνουν το λιγότερο χρόνο και τους λιγότερους πόρους και στην συνέχεια επιλέγεται να ελαχιστοποιηθεί ο συνολικός

χρόνος ολοκλήρωσης της παραγωγικής διεργασίας.

$$\begin{aligned}
 OBJ3 = & \sum_{p \in P_j} \sum_j \sum_n Y_{p,j,n} * ord_n * prior_p + 100 * \sum_n \sum_j \sum_{p \in P_j} \sum_{pp \in P_j} X_{p,pp,j,n} * cht_{j,p,pp} \\
 & + 100 * \sum_n \sum_j \sum_{p \in P_j} \sum_{pp \in P_j} Xin_{p,pp,j,n} * cht_{j,p,pp} \quad , \quad p \neq pp \quad (3.32)
 \end{aligned}$$

Η αντικειμενική συνάρτηση OBJ3 (3.32) του μοντέλου αναμενόμενης τιμής, ελαχιστοποιεί τον χρόνο εναλλαγής μεταξύ των προϊόντων εξασφαλίζοντας την προτεραιότητα των προϊόντων (ord_n) την οποία χρησιμοποιεί η βιομηχανία προκειμένου να καλύψει με βεβαιότητα την ζήτηση των προϊόντων. Ο δεύτερος και ο τρίτος όρος της εξίσωσης αντικατοπτρίζουν τους χρόνους εναλλαγής μεταξύ των προϊόντων εφόσον πραγματοποιείται η εναλλαγή ($X_{p,pp,j,n} = 1, Xin_{p,pp,j,n} = 1$) ενώ οι συντελεστές που πολλαπλασιάζονται χρησιμοποιούνται για να εξασφαλιστεί ότι όλοι οι όροι της εξίσωσης έχουν ίδια τάξη μεγέθους. Το μαθηματικό μοντέλο με περιορισμούς από (3.1) έως (3.25), (3.31) και (3.32) εισάγεται στο λογισμικό GAMS και η αντικειμενική συνάρτηση OBJ1 (3.28) επιλύεται με τη βοήθεια του επιλυτή CPLEX.

Μετά την επίλυση της πρώτης αντικειμενικής συνάρτησης OBJ3 (3.32) γίνεται γνωστή η αλληλουχία παραγωγής των προϊόντων στον χρονικό ορίζοντα της μιας εβδομάδας. Συνεπώς, είναι πλέον δυνατή η επίλυση της δεύτερης αντικειμενικής συνάρτησης, OBJ4 (3.33) η οποία στοχεύει στην ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής. Για την επίλυση της OBJ2 (3.33) χρησιμοποιείται ο επιλυτής CPLEX.

$$OBJ4 = \sum_p \sum_j \sum_n C_{p,j,n} \quad , \quad (3.33)$$

3.1.2.3 Στοχαστικό Μαθηματικό Μοντέλο (stochastic model)

Για την καλύτερη μελέτη της επίδρασης της αβεβαιότητας της ζήτησης αναπτύσσεται ένα στοχαστικό μαθηματικό μοντέλο. Οι μεταβλητές σε αυτό το μαθηματικό μοντέλο ταξινομούνται σε δύο κατηγορίες, στις μεταβλητές πρώτου και δευτέρου σταδίου. Οι μεταβλητές του δευτέρου σταδίου παρουσιάζουν δυναμική εξάρτηση από τα σενάρια της ζήτησης και διαφέρουν ανάλογα

το σενάριο. Μεταβλητές δευτέρου σταδίου στο στοχαστικό μοντέλο αποτελούν μόνο οι μεταβλητές $Excessdemand_{p,ss}$ και $Unsatisfieddemand_{p,ss}$.

Ο λόγος για τον οποίο μόνο αυτές οι δύο μεταβλητές επηρεάζονται από το σενάριο είναι διότι επιδιώκεται ένας εύρωστος χρονοπρογραμματισμός (robust scheduling). Μέσω αυτής της προσέγγισης αποφεύγεται η περιττή πολυπλοκότητα και διατηρείται η σταθερότητα της προγραμματιστικής διαδικασίας χωρίς να προκαλείται σύγχυση στο μοντέλο.

Συνεπώς η ζήτηση περιγράφεται πλέον ως στοχαστική ζήτηση (stochdemand) και διαφοροποιείται ανάλογα με το σενάριο όπως φαίνεται στις εξισώσεις (3.34).

$$\begin{aligned} stochdemand_{p,below,n} &= 0.85 * demand_{p,n} \\ stochdemand_{p,avg,n} &= demand_{p,n} \\ stochdemand_{p,above,n} &= 1.3 * demand_{p,n} \end{aligned} \quad (3.34)$$

Το στοχαστικό μαθηματικό μοντέλο (stochastic model) πέρα από τις περιορισμούς (3.1) έως (3.25) από τις οποίους αποτελείται περιέχει επιπλέον τους ακόλουθους περιορισμούς.

Ανώτατο και Κατώτατο όριο των Μεταβλητών Δευτέρου σταδίου.

$$1) \quad 0 \leq Excessdemand_{p,ss} \leq 0.3 * stochdemand_{p,ss} \quad (3.35)$$

Ο περιορισμός (3.35) εξασφαλίζει ότι η ποσότητα του προϊόντος p , η οποία παραμένει ως απόθεμα μετά την ικανοποίηση της ζήτησης (excessdemand) για το σενάριο ss , είναι μεγαλύτερη ή ίση του μηδενός και μικρότερη του 30% της ποσότητας της ζήτησης του προϊόντος (stochdemand). Με τον τρόπο αυτό εξασφαλίζεται ότι το απόθεμα θα παραμένει μικρό και η παραγωγή δεν θα παράγει μεγάλες ποσότητες προϊόντων τις οποίες στην συνέχεια θα αποθηκεύει.

$$2) \quad 0 \leq Unsatisfieddemand_{p,ss} \leq 0.3 * stochdemand_{p,ss} \quad (3.36)$$

Αντίστοιχα ο περιορισμός (3.36) εξασφαλίζει ότι η ποσότητα του προϊόντος p , η οποία απαιτείται προκειμένου να καλυφθεί πλήρως η ζήτηση (unsatisfieddemand) για το σενάριο ss , είναι μεγαλύτερη ή ίση του μηδενός και μικρότερη του 30% της ποσότητας της ζήτησης του προϊόντος

(stochdemand). Αυτό διασφαλίζει ότι η παραγωγή προσαρμόζεται κατάλληλα για να ικανοποιήσει όσο τον δυνατόν καλύτερα τη ζήτηση.

Περιορισμός ικανοποίησης της ζήτησης

Οι περιορισμοί (3.37) και (3.38) αποτελούν περιορισμούς ισοζυγίων μάζας και ικανοποίησης της ζήτησης. Πιο συγκεκριμένα στον περιορισμό (3.37) η αποθηκευμένη ποσότητα $I_{p,n}$ είναι το άθροισμα της αποθηκευμένης ποσότητας του προηγούμενου χρονικού διαστήματος $I_{p,n-1}$ και της συνολική παραγωγής από όλες τις γραμμές παραγωγής $Q_{p,j,n}$.

$$I_{p,n} = I_{p,n-1} + \sum_{j \in P_j} Q_{p,j,n} \quad \forall p \in P, n \in N \quad (3.37)$$

Ο περιορισμός (3.38) ελέγχει την ικανοποίηση της ζήτησης για ένα προϊόν p σε ένα συγκεκριμένο σενάριο ss . Η διαφορά μεταξύ των μεταβλητών $unsatisfieddemand_{p,ss}$ και $excessdemand_{p,ss}$ δηλώνει εάν η αποθηκευμένη ποσότητα την τελευταία ημέρα (Day 5) $I_{p,Day5}$ είναι αρκετή για να ικανοποιηθεί πλήρως η ζήτηση. Αν η διαφορά είναι θετική, αυτό υπονοεί ότι υπάρχει έλλειψη προϊόντος για το συγκεκριμένο σενάριο, ενώ εάν η διαφορά είναι αρνητική, υπάρχει πλεόνασμα αποθεμάτων.

$$I_{p,Day5} + (Unsatisfieddemand_{p,ss} - Excessdemand_{p,ss}) = stochdemand_{p,ss,Day5}$$

$$\forall p \in P, ss \in SS \quad (3.38)$$

Αντικειμενική Συνάρτηση του Στοχαστικού μοντέλου

Στο πλαίσιο αυτού του μαθηματικού μοντέλου, ο στόχος της αντικειμενική συνάρτησης OBJ5 (3.39) είναι να επιτευχθεί ένα βέλτιστο επίπεδο παραγωγής προϊόντων το οποίο να ανταποκρίνεται όσο τον δυνατό καλύτερα στην ζήτηση χωρίς φαινόμενα υπερπαραγωγής ή χαμηλής παραγωγής τα οποία θα οδηγούσαν σε περιττό κόστος αποθήκευσης και ανεκπλήρωτη ζήτηση αντίστοιχα. Η αντικειμενική συνάρτηση OBJ5 λαμβάνει υπόψη την εγγενή αβέβαιη φύση των διάφορων σεναρίων πολλαπλασιάζοντας τις μεταβλητές δευτέρου σταδίου με την πιθανότητα υλοποίησής τους. Επίσης για να διατηρηθεί η αποτελεσματικότητα της παραγωγικής διαδικασίας και να διασφαλιστεί μια αδιάλειπτη ροή, η αντικειμενική συνάρτηση OBJ5 (3.39) ελαχιστοποιεί και τον χρόνο εναλλαγής μεταξύ των προϊόντων (changeover time).

$$\begin{aligned}
OBJ5 = \min & \sum_p \sum_{ss} prob_{ss} * (Unsatisfieddemand_{p,ss} + Excessdemand_{p,ss}) + \\
& \sum_{p \in P_j} \sum_j \sum_n Yp_{p,j,n} * ord_n * prior_p + 100 * \sum_n \sum_j \sum_{p \in P_j} \sum_{pp \in P_j} Xp_{pp,j,n} * cht_{j,p,pp} \\
& + 100 * \sum_n \sum_j \sum_{p \in P_j} \sum_{pp \in P_j} Xin_{p,pp,j,n} * cht_{j,p,pp} \quad , \quad p \neq pp \quad (3.39)
\end{aligned}$$

Η αντικειμενική συνάρτηση OBJ5 (3.39) του στοχαστικού μοντέλου με τους περιορισμούς από (3.1) έως (3.25) και από (3.34) έως (3.38) εισάγονται στο λογισμικό GAMS και η αντικειμενική συνάρτηση OBJ5 (3.39) επιλύεται με τη βοήθεια του επιλυτή CPLEX.

3.1.2.4 Μαθηματικό μοντέλο με εφαρμογή του αλγόριθμου DECIS

Τέλος, στο τέταρτο μαθηματικό μοντέλο χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος υποστήριξης αποφάσεων στοχαστικής βελτιστοποίησης, DECIS, ο οποίος προσεγγίζει το παρών στοχαστικό πρόβλημα εφαρμόζοντας διαδοχικά δύο διαφορετικές τεχνικές, την τεχνική αποσύνθεσης Benders δύο σταδίων και την τεχνική δειγματοληψία σημαντικότητας Monte Carlo. Ο αλγόριθμος DECIS ακολουθεί μια συγκεκριμένη δομή με την οποία προσεγγίζει τα στοχαστικά προβλήματα.

- Αρχικά αποτελείται από ένα ντετερμιστικό μοντέλο (κορμό) το οποίο αποτελεί τη βάση του αλγόριθμου. Αυτό το ντετερμιστικό μοντέλο περιλαμβάνει τους περιορισμούς, τις εξισώσεις και την αντικειμενική συνάρτηση όπου όλες οι τυχαίες παράμετροι αντικαθίστανται από μια μοναδική τιμή εξαλείφοντας οποιαδήποτε αβεβαιότητα.
- Στην συνέχεια ακολουθεί η διακριτοποίηση των εξισώσεων και των μεταβλητών σε δύο στάδια, πρώτο και δεύτερο στάδιο.
- Έπειτα, καθορίζονται οι στοχαστικές παράμετροι και παραθέτονται οι τιμές και οι πιθανότητές τους, στην συγκεκριμένη περίπτωση στοχαστική παράμετρος αποτελεί η ζήτηση των προϊόντων.
- Τέλος, παραθέτονται οδηγίες προκειμένου ο αλγόριθμος DECIS να οριστεί ως ο επιλυτής του μαθηματικού μοντέλου.

Η παραπάνω δομή επιτρέπει στον DECIS να προσεγγίσει αποτελεσματικά τα στοχαστικά

προβλήματα, να ενσωματώσει την αβεβαιότητα στο μοντέλο και να τα επιλύσει με τις κατάλληλες τεχνικές.

Ντετερμινιστικό Μοντέλο (κορμός τους μαθηματικού μοντέλου DECIS)

Για τον λόγο ότι ο αλγόριθμος DECIS μπορεί να αντιμετωπίσει μόνο γραμμικά και μη γραμμικά προβλήματα, το ντετερμινιστικό πρόβλημα (κορμός) του DECIS το οποίο κλίνεται να επιλύσει πρέπει να αποτελεί ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού (LP). Το αρχικό ντετερμινιστικό πρόβλημα συνεπώς μετατρέπεται σε γραμμικό αντιμετωπίζοντας τις δυαδικές μεταβλητές του ντετερμινιστικού μοντέλου ($X_{p,pp,j,n}$, $X_{in,pp,j,n}$, $Y_{pp,j,n}$, $V_{j,n}$, $WF_{p,j,n}$, $WL_{p,j,n}$) ως παραμέτρους και αντιστοιχίζοντάς τους μια μοναδική τιμή, τιμή η οποία προκύπτει από την επίλυση του πρώτου μαθηματικού μοντέλου, του ντετερμινιστικού μοντέλου.

Ως αποτέλεσμα, το ντετερμινιστικό μοντέλο (κορμός) του DECIS αποτελείται από τους περιορισμούς, (3.6) έως (3.10), (3.16) και από (3.16) έως (3.25). Οι περιορισμοί που αφορούν την αλληλουχία των προϊόντων δεν συμπεριλαμβάνονται καθώς αντιμετωπίζοντας ως παραμέτρους τις δυαδικές μεταβλητές έχει προκύψει η σειρά παραγωγής των προϊόντων.

Πέρα από τους περιορισμούς που αναφέρθηκαν από τους οποίους αποτελείται το ντετερμινιστικό μοντέλο (κορμός) του DECIS, παραθέτονται και δύο επιπλέον περιορισμοί οι οποίοι αφορούν περιορισμούς ισοζυγίων μάζας και ικανοποίησης της ζήτησης. Πιο συγκεκριμένα στον περιορισμό (3.40) η αποθηκευμένη ποσότητα $I_{p,n}$ είναι το άθροισμα της αποθηκευμένης ποσότητας του προηγούμενου χρονικού διαστήματος $I_{p,n-1}$ και της συνολικής παραγωγής από όλες τις γραμμές παραγωγής j , $Q_{p,j,n}$.

$$I_{p,n} = I_{p,n-1} + \sum_{j \in P_j} Q_{p,j,n} \quad \forall p \in P, n \in N \quad (3.40)$$

Ο περιορισμός (3.41) ελέγχει την ικανοποίηση της ζήτησης για ένα προϊόν p . Η διαφορά μεταξύ των μεταβλητών $unsatisfieddemand_p$ και $excessdemand_p$ δηλώνει εάν η αποθηκευμένη ποσότητα την τελευταία ημέρα (Day 5) $I_{p,Day5}$ είναι αρκετή για να ικανοποιηθεί πλήρως η ζήτηση. Αν η διαφορά είναι θετική, αυτό υποδηλώνει ότι υπάρχει έλλειψη προϊόντος ενώ εάν η διαφορά είναι αρνητική, υπάρχει πλεόνασμα αποθεμάτων.

$$I_{p,Day5} + (Unsatisfieddemand_p - Excessdemand_p) = fixeddemand_{p,Day5}$$

$$\forall p \in P \quad (3.41)$$

Αντικειμενική Συνάρτηση του Ντετερμινιστικού μοντέλου (κορμός) του DECIS

Στο πλαίσιο αυτού του μοντέλου, ο στόχος της αντικειμενική συνάρτησης OBJ6 (3.42) είναι να επιτευχθεί ένα βέλτιστο επίπεδο παραγωγής προϊόντων το οποίο να ανταποκρίνεται όσο τον δυνατό καλύτερα στην ζήτηση χωρίς φαινόμενα υπερπαραγωγής ή χαμηλής παραγωγής τα οποία θα οδηγούσαν σε περιττό κόστος αποθήκευσης και ανεκπλήρωτη ζήτηση αντίστοιχα. Επίσης για να διατηρηθεί η αποτελεσματικότητα της παραγωγικής διαδικασίας και να διασφαλιστεί μια αδιάλειπτη ροή, η αντικειμενική συνάρτηση OBJ6 (3.42) ελαχιστοποιεί και τον χρόνο εναλλαγής μεταξύ των προϊόντων (changeover time). Είναι προφανές ότι στην αντικειμενική συνάρτηση του OBJ6 (3.42) του DECIS, δεν συμπεριλαμβάνεται το στοιχείο της αβεβαιότητας καθώς αυτό θα καθοριστεί και θα διευκρινιστεί στο μοντέλο σε μεταγενέστερο στάδιο.

$$\begin{aligned}
 OBJ6 = \min \sum_p (\text{Unsatisfieddemand}_p + \text{Excessdemand}_p) + \\
 \sum_{p \in P_j} \sum_j \sum_n Y_{p,j,n} * ord_n * prior_p + 100 * \sum_n \sum_j \sum_{p \in P_j} \sum_{pp \in P_j} X_{p,pp,j,n} * cht_{j,p,pp} \\
 + 100 * \sum_n \sum_j \sum_{p \in P_j} \sum_{pp \in P_j} X_{in_{p,pp,j,n}} * cht_{j,p,pp} \quad , \quad p \neq pp \quad (3.42)
 \end{aligned}$$

Συμπερασματικά το ντετερμινιστικό μοντέλο (κορμός) του συστήματος DECIS αποτελείται από την αντικειμενική συνάρτηση (3.42) και τους περιορισμούς (3.6) έως (3.10), (3.16), (3.16) έως (3.25) και (3.40)-(3.41).

Διακριτοποίηση των εξισώσεων και των μεταβλητών σε δύο στάδια

Στην συνέχεια, προκειμένου το ντετερμινιστικό μοντέλο να μετατραπεί σε στοχαστικό απαιτείται ο προσδιορισμός των δύο σταδίων. Ο αλγόριθμος DECIS επιλύει το στοχαστικό πρόγραμμα μέσω αποσύνθεσης δύο σταδίων. Κατά συνέπεια, πρέπει να καθοριστούν ποιες μεταβλητές και ποιοι περιορισμοί ανήκουν στο πρώτο στάδιο και ποιοι στο δεύτερο στάδιο. Οι περιορισμοί του πρώτου σταδίου αφορούν μόνο μεταβλητές του πρώτου σταδίου ενώ οι

περιορισμοί του δεύτερου σταδίου αφορούν τόσο τις μεταβλητές του πρώτου σταδίου όσο και του δεύτερου.

Στο συγκεκριμένο μαθηματικό μοντέλο, οι μεταβλητές δευτέρου σταδίου περιλαμβάνουν μόνο τις μεταβλητές $Excessdemand_p$ και $Unsatisfieddemand_p$, οι οποίες αφορούν την ποσότητα του προϊόντος p η οποία παραμένει ως απόθεμα καθώς η ζήτηση έχει ικανοποιηθεί και την ποσότητα του προϊόντος p η οποία απαιτείται προκειμένου να καλυφθεί πλήρως η ζήτηση αντίστοιχα. Ενώ ο μόνος περιορισμός δευτέρου σταδίου είναι ο (3.41).

Επιπλέον η αντικειμενική συνάρτηση (3.42) αντιμετωπίζεται ξεχωριστά και δεν απαιτεί καθορισμό σταδίου.

Καθορισμός Στοχαστικών Παραμέτρων

Στο επόμενο βήμα εισάγεται η αβεβαιότητα της ζήτησης στο μοντέλο. Αρχικά προσδιορίζονται οι πιθανές τιμές τις οποίες μπορεί να λάβει η ζήτηση ανάλογα με τα διάφορα σενάρια που εξετάζονται και καθορίζονται οι αντίστοιχες πιθανότητες εμφάνισής τους. Για να γίνει αυτό δημιουργείται ένα αρχείο με όνομα model.stg στο οποίο καταγράφονται οι τιμές της ζήτησης και οι πιθανότητες τους και ορίζονται ποιοι περιορισμοί του μαθηματικού μοντέλου επηρεάζονται από την στοχαστική ζήτηση. Η μορφή του stg file φαίνεται στην Εικόνα 3.1 .

```
*****
*Writing the .STG file
*****

File stg / MODEL.STG /;
put stg "INDEP DISCRETE"/;
loop((p,ss),
      put "RHS EQ13a ",p,t1, stochdemand(p,ss)," PERIOD2",prob(ss)/;
);

putclose stg;
```

Εικόνα 3.1 MODEL.STG file

Στην Εικόνα 3.1 φαίνεται ότι δημιουργείται ένα αρχείο με όνομα MODEL.STG στο οποίο για κάθε προϊόν p και κάθε σενάριο ss , καταγράφεται η τιμή της στοχαστικής ζήτησης $stochdemand_{p,ss}$ η οποία αντικαθιστά το δεξί μέρος της εξίσωσης (3.41) (αντικαθιστά τη μη στοχαστική παράμετρο $fixeddemand_p$). Συγχρόνως, αποθηκεύονται και οι πιθανότητες πραγματοποίησης του κάθε σεναρίου. Σημαντικό είναι να επισημανθεί ότι το άθροισμα των πιθανοτήτων όλων των σεναρίων πρέπει να είναι ίσο με ένα, ώστε να υπολογίζονται όλα τα

δυνατά σενάρια.

Οδηγίες καθορισμού του DECIS ως επιλυτής του μαθηματικού μοντέλου

Αφού καθοριστούν οι στοχαστικές παράμετροι, είναι αναγκαίο να οριστεί ο DECIS ως εργαλείο επίλυσης του μοντέλου. Υπάρχουν δύο κύριες διαθέσιμες επιλογές, οι επιλυτές MINOS και CPLEX, που ο κάθε ένας προσφέρει ξεχωριστά πλεονεκτήματα και χαρακτηριστικά. Ο MINOS είναι ένας πολύ καλός επιλυτής γραμμικών και μη γραμμικών μοντέλων μεγάλης κλίμακας ενώ ο CPLEX θεωρείται ένας από τους ταχύτερους διαθέσιμους επιλυτές γραμμικών προβλημάτων. Στην παρούσα διπλωματική εργασία χρησιμοποιείται ο επιλυτής CPLEX ο οποίος επιλύει το στοχαστικό πρόβλημα με τις προεπιλεγμένες (default) λειτουργίες. Αρχικά, αντιμετωπίζει το πρόβλημα της αναμενόμενης τιμής εφαρμόζοντας την τεχνική της διάσπασης Benders (Benders decomposition) και στην συνέχεια επιλύει το στοχαστικό πρόβλημα μέσω της μεθόδου δειγματοληψίας σημαντικότητας Monte Carlo (Monte Carlo importance sampling).

Επιπλέον ορίζονται πρόσθετοι παράμετροι βελτιστοποίησης οι οποίοι καταγράφονται σε ένα αρχείο CPLEX.SPC. Το αρχείο περιλαμβάνει τον καθορισμό του αριθμού των γραμμών που θα συσχετιστούν με τις δομές δεδομένων του επιλυτή καθώς και τον καθορισμό του αριθμού των στηλών που θα δεσμευτούν. Τέλος ορίζεται ο αριθμός των μη μηδενικών συντελεστών του πίνακα προκειμένου ο επιλυτής CPLEX να διαθέσει τον κατάλληλο χώρο.

Στην Εικόνα 3.2 απεικονίζεται η μορφή με την οποία ορίζεται ο επιλυτής CPLEX και επιλύει την αντικειμενική συνάρτηση (3.42) και τους περιορισμούς (3.6) έως (3.10), (3.16), (3.16) έως (3.25) και (3.40)-(3.41).

Με τον όρο “OPTION LP=DECISC” καθορίζεται ο CPLEX ως επιλυτής. Σε περίπτωση που ορίζεται ο MINOS ως επιλυτή θα προκύψει “OPTION LP=DECISM”.

```

*-----
* Output a CPLEX option file
*-----

File mopt / CPLEX.SPC /;
put mopt;
put "begin"/;
put "rows 250"/;
put "columns 250"/;
put "elements 10000"/;
put "end"/;
putClose;

*****
*Solve with default setting
*****
model isomat1 / all/;
Option LP=DECISC;
SOLVE isomat1 using LP minimizing Iov;

```

Εικόνα 3.2 Επιλυτής CPLEX, DECIS

4 Μελέτες Περίπτωσης – Αποτελέσματα

Στο κεφάλαιο αυτό παρατίθενται τα αποτελέσματα της διαδικασίας της βελτιστοποίησης του χρονοπρογραμματισμού και του στοχαστικού χρονοπρογραμματισμού παραγωγής της βιομηχανικής μονάδας παραγωγής κονιαμάτων, όπως περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 2.

Πιο συγκεκριμένα, προκειμένου να μελετηθεί η επίδραση της αβεβαιότητας της ζήτησης στον χρονοπρογραμματισμό της παραγωγής, εξετάζονται τρεις περιπτώσεις μελέτης (case study). Σε κάθε μια από αυτές τις περιπτώσεις, εξετάζεται ένας διαφορετικός συνδυασμός των πιθανοτήτων εμφάνισης των τριών σεναρίων της ζήτησης που θεωρήθηκαν. (χαμηλό, μεσαίο και υψηλό σενάριο ζήτησης). Ως χαμηλό σενάριο ζήτησης ορίζεται η περίπτωση μείωσης της ονομαστικής ζήτησης, που έχει υπολογιστεί με βάση ιστορικά δεδομένα της εταιρίας, όπως έχει ήδη αναφερθεί, κατά 15%, δηλαδή:

$$\text{Χαμηλή Ζήτηση} = 0.85 \cdot \text{Ονομαστική Ζήτηση}$$

Αντίστοιχα, ως υψηλό σενάριο ζήτησης ορίζεται η περίπτωση αύξησης της ονομαστικής ζήτησης κατά 30%, δηλαδή:

$$\text{Υψηλή Ζήτηση} = 1.3 \cdot \text{Ονομαστική Ζήτηση}$$

Ενώ, τέλος, ως μεσαίο σενάριο ζήτησης θεωρείται αυτό της δεδομένης ονομαστικής ζήτησης.

Ειδικότερα, η μελέτη περίπτωσης 1 εξετάζει την περίπτωση όπου το μεσαίο σενάριο ζήτησης έχει την υψηλότερη πιθανότητα εμφάνισης, η μελέτη περίπτωσης 2 αφορά την περίπτωση όπου το χαμηλό σενάριο ζήτησης παρουσιάζει την υψηλότερη πιθανότητα εμφάνισης και η μελέτη περίπτωσης 3 εξετάζει την περίπτωση όπου το υψηλό σενάριο ζήτησης έχει την υψηλότερη πιθανότητα εμφάνισης.

Οι εξεταζόμενες τρεις περιπτώσεις μελέτης επιλύονται από τα τέσσερα μαθηματικά μοντέλα τα οποία αναπτύχθηκαν στο Κεφάλαιο 3, προκειμένου να αξιολογηθούν οι διαφορετικές μαθηματικές προσεγγίσεις της αβεβαιότητας. Επιπλέον, οι τρεις μελέτες περίπτωσης εξετάζονται για τρεις διαφορετικές εβδομαδιαίες ζητήσεις, όπου κάθε μια χαρακτηρίζεται από διαφορετικό αριθμό και είδος προϊόντων, παρέχοντας με αυτόν τον τρόπο μια πολύπλευρη μελέτη και αξιολόγηση της απόδοσης και της ευελιξίας των μαθηματικών μοντέλων κάτω από διαφορετικές πραγματικές συνθήκες λειτουργίας.

Σκοπός είναι η διερεύνηση της επίδρασης της αβεβαιότητας της ζήτησης στην παραγωγική διαδικασία καθώς και η αξιολόγηση του τρόπου με τον οποίο κάθε μαθηματικό μοντέλο αντιμετωπίζει και απεικονίζει την αβεβαιότητα.

Σημειώνεται πως για την επίλυση και των τεσσάρων μαθηματικών μοντέλων που αναπτύχθηκαν χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό GAMS. Το ντετερμινιστικό μοντέλο, το μοντέλο της αναμενόμενης τιμής καθώς και το στοχαστικό μοντέλο επιλύονται με τον επιλυτή ILOG CPLEX καθώς ενδείκνυται για προβλήματα μεικτού ακέρατου γραμμικού προγραμματισμού μεγάλης κλίμακας, ενώ το μαθηματικό μοντέλο DECIS επιλύεται με τον επιλυτή DECIS CPLEX, όπως περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 3.1.2.4.

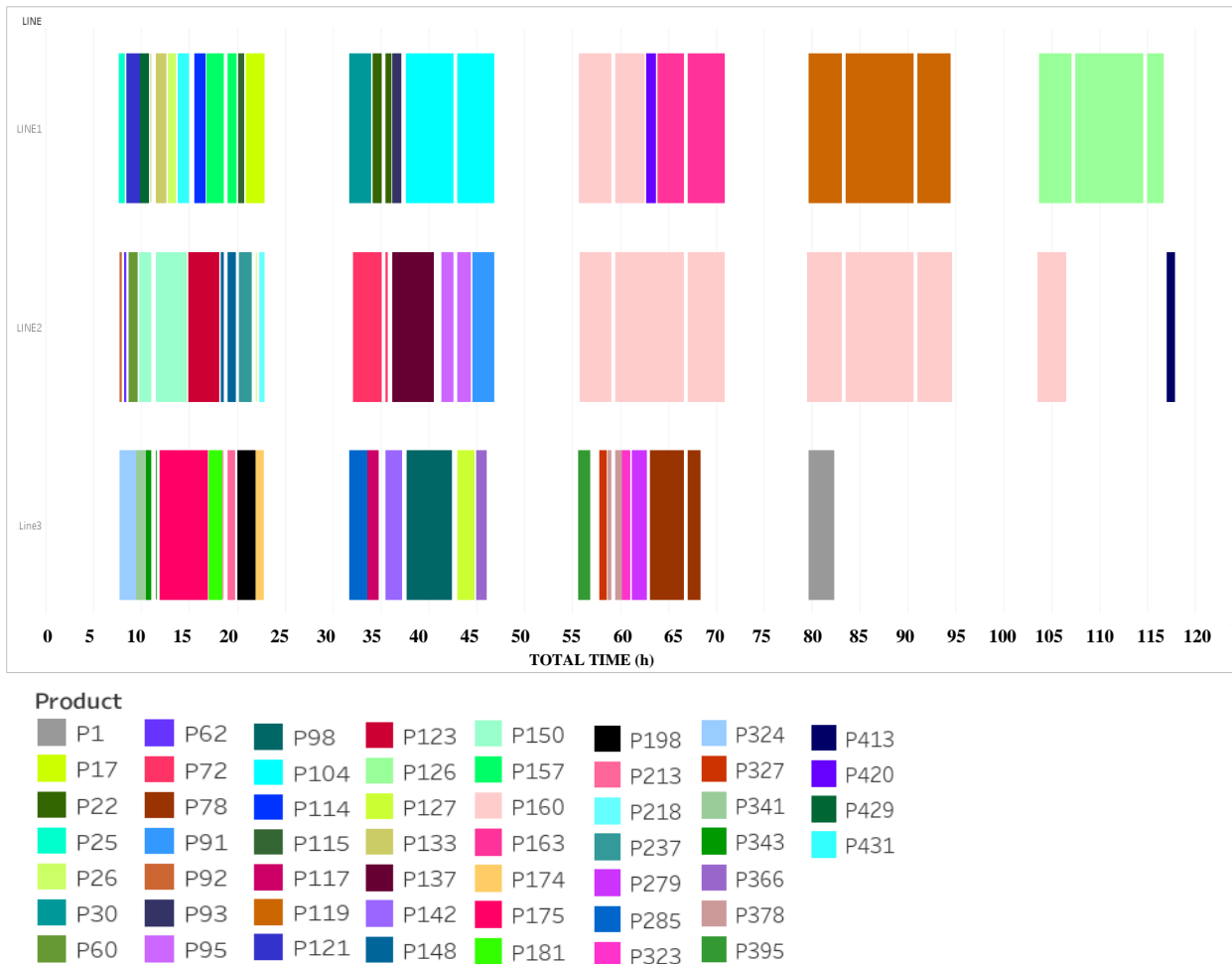
Τα αποτελέσματα που προκύπτουν αναπαρίστανται σε χρονοδιαγράμματα προγραμματισμού παραγωγής Gantt Charts τα οποία χρησιμοποιούνται συχνά για την απεικόνιση της αλληλουχίας και της διάρκειας των διεργασιών που πραγματοποιούνται κατά την παραγωγική διαδικασία. Τα χρονοδιαγράμματα προγραμματισμού παραγωγής αποτελούνται από τον οριζόντιο άξονα στον οποίο απεικονίζεται ο διαθέσιμος χρονικός ορίζοντας για την ολοκλήρωση της παραγωγικής διαδικασίας, που στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι 120 ώρες (5 ημέρες), καθώς και τον κατακόρυφο άξονα ο οποίος απεικονίζει τον εξοπλισμό, στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι η γραμμή παραγωγής 1 (Line1), η γραμμή παραγωγής 2 (Line2) και η γραμμή παραγωγής 3 (Line3). Στα χρονικά διαστήματα στα οποία η μονάδα δεν λειτουργεί (νυχτερινές ώρες, ή διαλείμματα) δεν παράγονται προϊόντα. Τα χρονοδιαγράμματα προγραμματισμού παραγωγής κατασκευάστηκαν με την βοήθεια του λογισμικού Tableau Public 2023.

4.1 Χρονοπρογραμματισμός παραγωγής της βιομηχανικής μονάδας παραγωγής κονιαμάτων- 1^η Εβδομαδιαία ζήτηση.

Σε αυτή την ενότητα, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την επίλυση των τεσσάρων μαθηματικών μοντέλων για τις τρεις διαφορετικές περιπτώσεις μελέτης των συνδυασμών των πιθανοτήτων της ζήτησης για την 1^η εβδομαδιαία ζήτηση. Η 1^η εβδομάδα παραγωγής χαρακτηρίζεται ως μια εβδομάδα με υψηλό φορτίο ζήτησης, καθώς απαιτείται η παραγωγή μεγάλων ποσοτήτων προϊόντων.

4.1.1 Αποτελέσματα Ντετερμινιστικού Μοντέλου

Στο Σχήμα 4.1 παρουσιάζεται το εβδομαδιαίο χρονοδιάγραμμα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής το οποίο προέκυψε από την επίλυση του ντετερμινιστικού μοντέλου (deterministic model) για την 1^η εβδομαδιαία ζήτηση.



Σχήμα 4.1 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του ντετερμινιστικού μοντέλου για την 1η εβδομαδιαία ζήτηση

Από το Σχήμα 4.1 παρατηρείται ότι πρόκειται για μια εξαιρετικά φορτωμένη εβδομάδα με τις γραμμές 1 και 2 να εμφανίζουν την μεγαλύτερη συμφόρηση καθώς είναι οι γραμμές οι οποίες μπορούν να συσκευάσουν μέχρι και 25 κιλά προϊόντων, σε αντίθεση με τη γραμμή 3 η οποία μπορεί να συσκευάσει μόνο μέχρι 5 κιλά. Για τον λόγο αυτό, οι γραμμές 1 και 2 λειτουργούν 67 και 60 ώρες αντίστοιχα, ενώ η γραμμή 3 αφιερώνει μόνο 42 ώρες για την παραγωγή των προϊόντων με αποτέλεσμα την 5^η ημέρα να μην απαιτείται να λειτουργήσει καθόλου. Η συσκευασία του τελευταίου προϊόντος ολοκληρώνεται την 118^η ώρα.

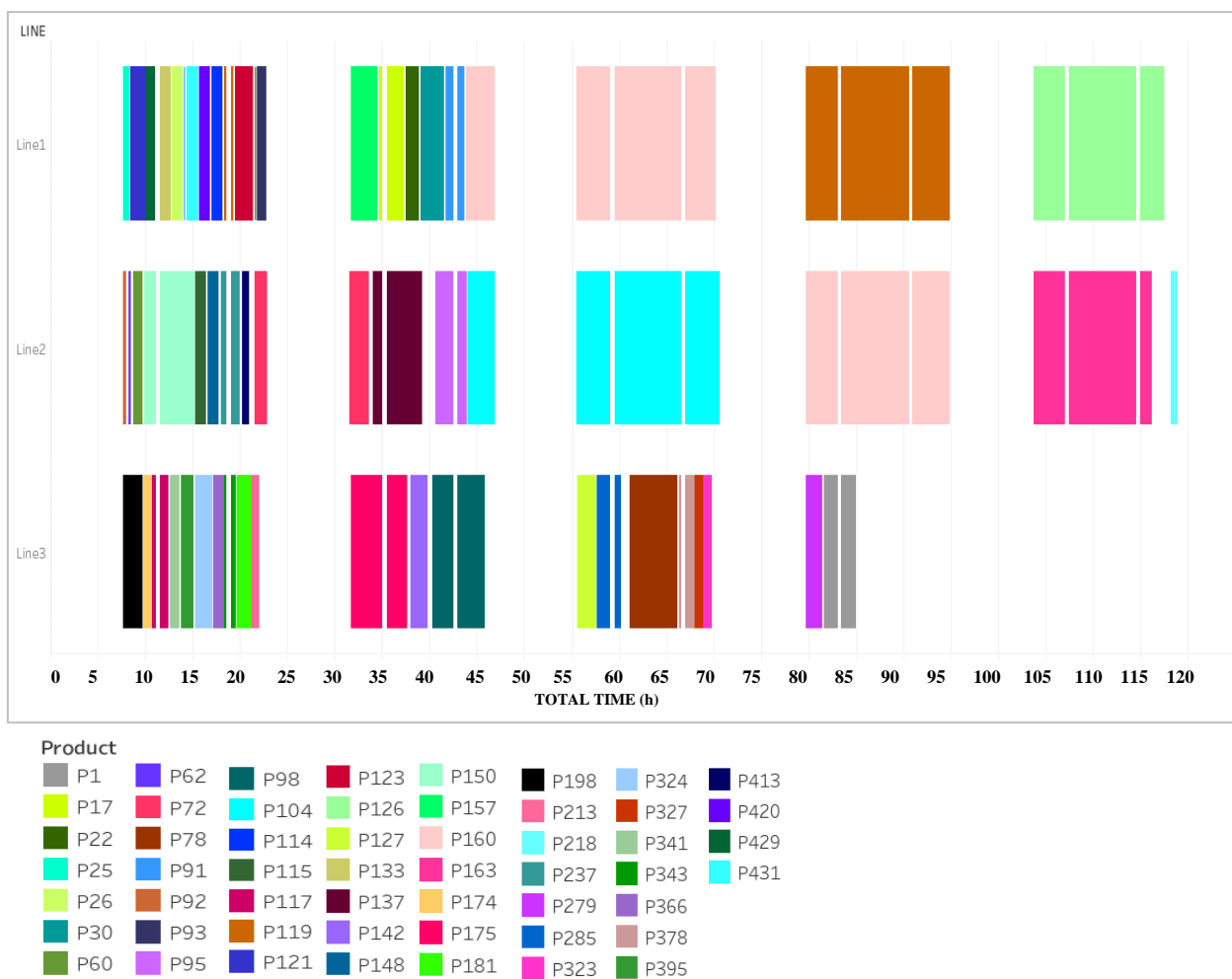
Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι ο χρονοπρογραμματισμός της παραγωγής που προέκυψε από την λύση του ντετερμινιστικού μοντέλου (Σχήμα 4.1) παραμένει αμετάβλητος για την 1^η εβδομάδα παραγωγής, ανεξαρτήτως της μελέτης περίπτωσης που εξετάζεται, καθώς η τιμή της ζήτησης στο ντετερμινιστικό μοντέλο είναι προκαθορισμένη και σταθερή και αποτελεί το ονομαστικό μέγεθος γύρω από το οποίο μελετάται η επίδραση της αβεβαιότητας.

4.1.2 Μελέτη Περίπτωσης 1

Όπως προαναφέρθηκε, στην μελέτη περίπτωσης 1 εξετάζεται η περίπτωση όπου το μεσαίο σενάριο ζήτησης έχει την μεγαλύτερη πιθανότητα εμφάνισης. Πιο συγκεκριμένα, οι πιθανότητες εμφάνισης του κάθε σεναρίου ζήτησης στο υπό μελέτη σενάριο είναι οι εξής:

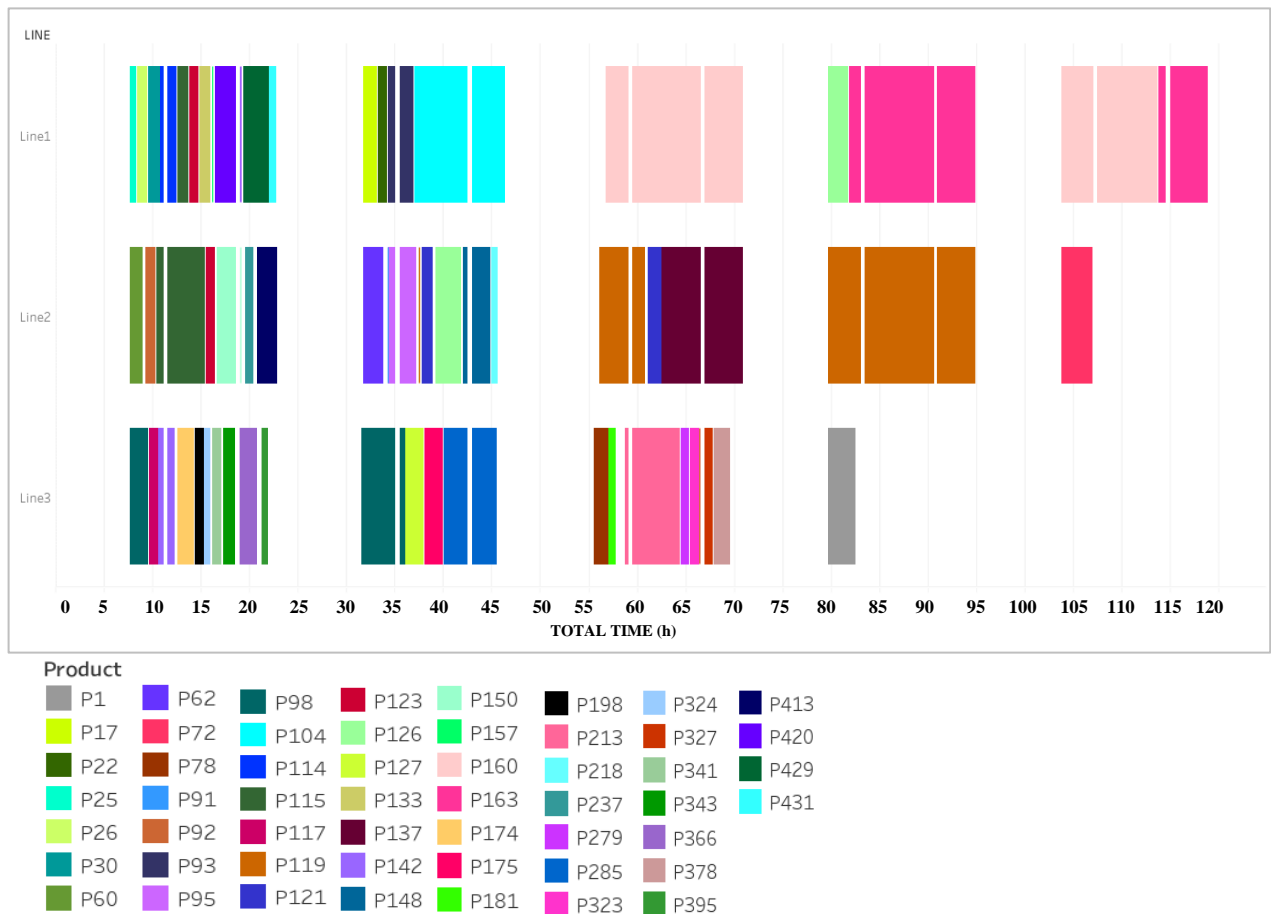
- Χαμηλό σενάριο ζήτησης με 5% πιθανότητα εμφάνισης
- Μεσαίο σενάριο ζήτησης με 70% πιθανότητα εμφάνισης
- Υψηλό σενάριο ζήτησης με 25% πιθανότητα εμφάνισης.

Σύμφωνα με τον παραπάνω συνδυασμό πιθανοτήτων επιλύεται το μοντέλο αναμενόμενης τιμής, το στοχαστικό μοντέλο και το μοντέλο DECIS, τα αποτελέσματα των οποίων παρουσιάζονται στα Σχήματα 4.2, 4.3 και 4.4 αντίστοιχα.



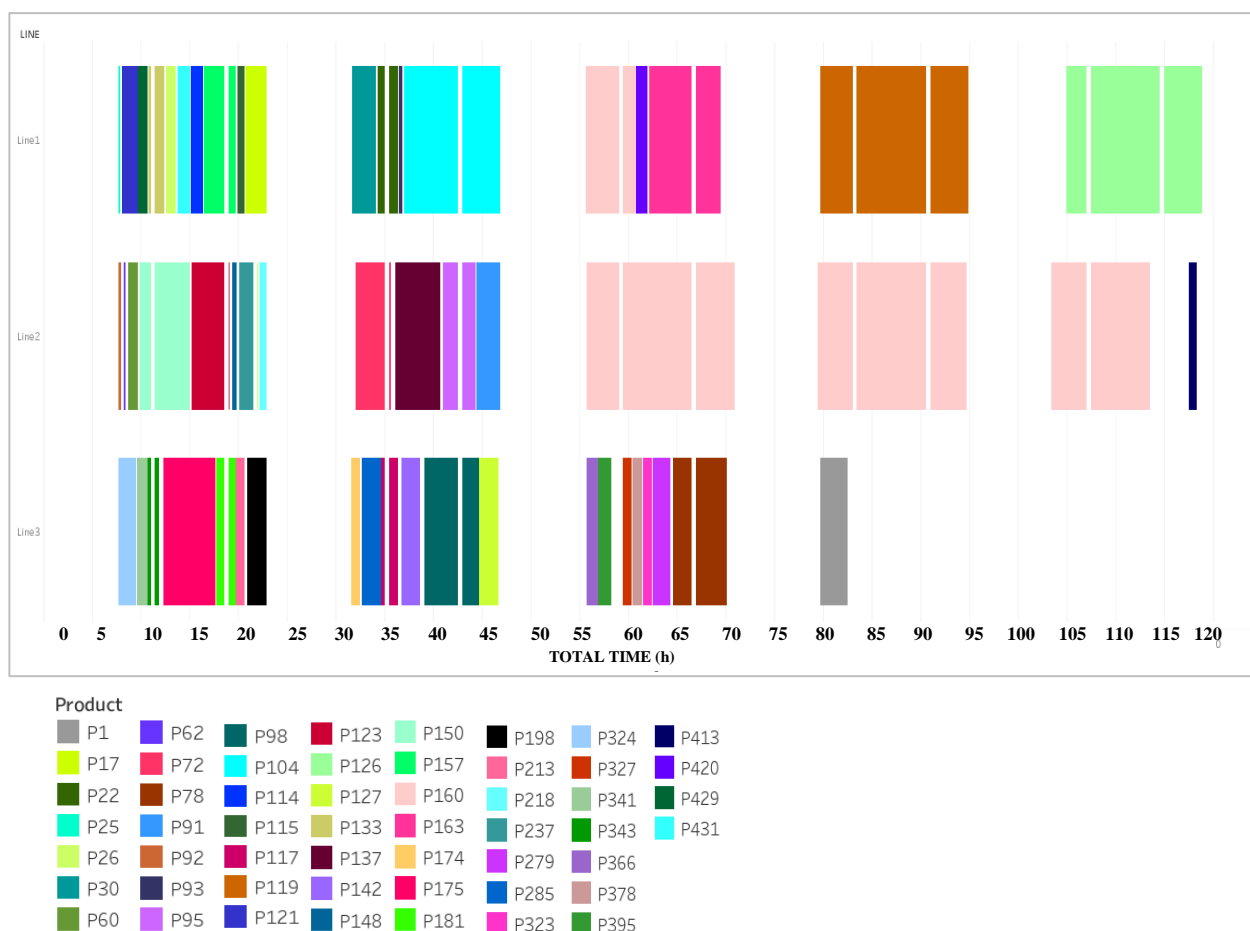
Σχήμα 4.2 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου της αναμενόμενης τιμής για την 1η εβδομαδιαία ζήτηση και για τη μελέτη περίπτωσης 1

Στο Σχήμα 4.2 παρουσιάζεται ο εβδομαδιαίος χρονοπρογραμματισμός της παραγωγής ο οποίος προέκυψε από την επίλυση του μαθηματικού μοντέλου της αναμενόμενης τιμής για τη μελέτη περίπτωσης 1. Η συνολική ζήτηση αυξάνεται, συνεπώς παρατηρείται αύξηση στις ώρες λειτουργίας των γραμμών 1,2 και 3. Συγκεκριμένα, οι γραμμές 1 και 2 λειτουργούν συνολικά 70 και 68 ώρες αντίστοιχα, ενώ η γραμμή 3 αφιερώνει 48 ώρες για την παραγωγή των προϊόντων. Η αύξηση της ζήτησης οδηγεί σε αύξηση του συνολικού χρόνου λειτουργίας κατά 4.5% για την γραμμή 1, 13.3% για την γραμμή 2 και 14.3% για την γραμμή 3. Οι γραμμές 2 και 3 παρουσιάζουν μεγαλύτερη αύξηση καθώς είχαν διαθέσιμες περισσότερες ώρες λειτουργίας σε αντίθεση με την γραμμή 1 που ήταν εξ αρχής αρκετά φορτωμένη.



Σχήμα 4.3 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του στοχαστικού μοντέλου για την 1η εβδομαδιαία ζήτηση και για τη μελέτη περίπτωσης 1

Στο Σχήμα 4.3 απεικονίζεται ο χρονοπρογραμματισμός της παραγωγής ο οποίος προέκυψε από την επίλυση του στοχαστικού μαθηματικού μοντέλου. Σε αυτή την περίπτωση, παρατηρείται μια ελαφριά αύξηση του συνολικού χρόνου λειτουργίας των γραμμών 1,2 και 3 η οποία είναι σημαντικά μικρότερη από την αύξηση που παρατηρήθηκε στην περίπτωση του μαθηματικού μοντέλου αναμενόμενης τιμής. Πιο συγκεκριμένα, παρατηρήθηκε 1.5% αύξηση του χρόνου λειτουργίας στην γραμμή 1, 1.7% αύξηση του χρόνου λειτουργίας στην γραμμή 2 και 2.4% αύξηση του χρόνου λειτουργίας στην γραμμή 3. Οι πολύ μικρές μεταβολές στον συνολικό χρόνο λειτουργίας υποδηλώνουν ότι το στοχαστικό μαθηματικό μοντέλο για τον συνδυασμό των πιθανοτήτων της μελέτης περίπτωσης 1 αποφασίζει να διατηρήσει την παραγωγή στα ίδια επίπεδα καθώς με αυτόν τον τρόπο βελτιστοποιείται η αντικειμενική του συνάρτηση.



Σχήμα 4.4 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου DECIS για την 1η εβδομαδιαία ζήτηση και για την μελέτη περίπτωσης 1

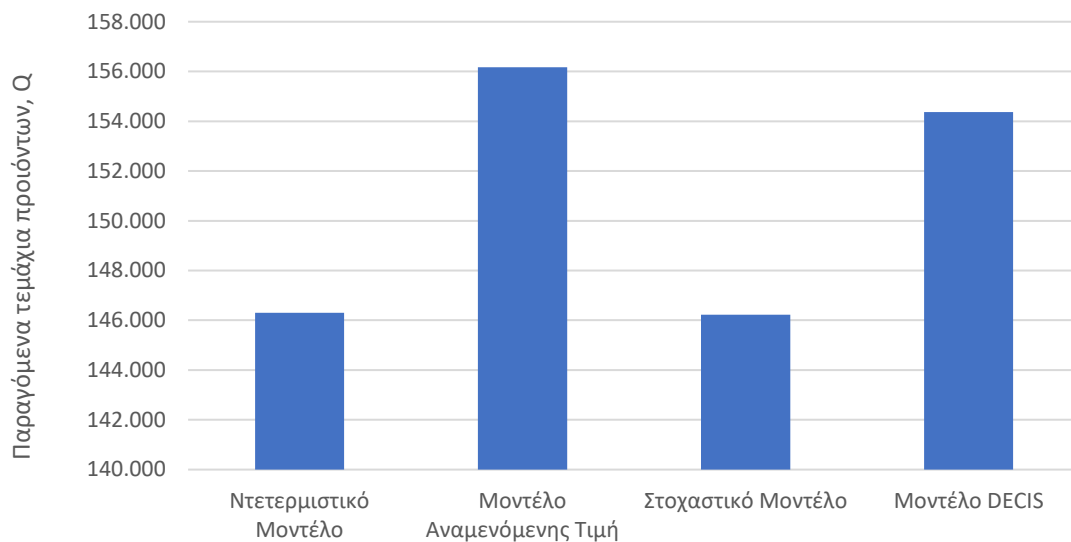
Τέλος, στο Σχήμα 4.4 απεικονίζεται ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής όπως προέκυψε από την επίλυση του μαθηματικού μοντέλου DECIS. Όπως έχει αναφερθεί, για την επίλυση του αλγόριθμου DECIS, το ντετερμινιστικό μαθηματικό μοντέλο μεικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP) μετατρέπεται σε γραμμικό μοντέλο (LP) αντιμετωπίζοντας τις δυαδικές μεταβλητές ως σταθερές παραμέτρους. Για τον λόγο ότι η αλληλουχία παραγωγής των προϊόντων καθορίζεται από τις δυαδικές μεταβλητές του μοντέλου, προκύπτει ότι η σειρά παραγωγής προϊόντων του Σχήματος 4.4 είναι ίδια με τη σειρά παραγωγής προϊόντων του Σχήματος 4.1. Κατά συνέπεια, το μαθηματικό μοντέλο DECIS παρουσιάζει περιορισμένη ευελιξία καθώς είναι αναγκασμένο να τηρεί την προκαθορισμένη σειρά προϊόντων με περιορισμένα περιθώρια για ουσιαστικές αλλαγές. Παρόλα αυτά, για την περίπτωση μελέτης 1, ο χρόνος λειτουργίας των γραμμών 1,2 και 3 αυξάνεται ενώ ο χρόνος εναλλαγών μεταξύ των προϊόντων μειώνεται. Πιο συγκεκριμένα, στην γραμμή 1 παρατηρήθηκε αύξηση 1.47% του συνολικού χρόνου λειτουργίας και 2.8% μείωση των χρόνων εναλλαγών, στην γραμμή 2

παρατηρήθηκε αύξηση 12.5% του συνολικού χρόνου λειτουργίας και 4.4% μείωση των χρόνων εναλλαγών στην γραμμή ενώ στην γραμμή 3 αυξήθηκε κατά 7.2% ο χρόνος λειτουργίας ενώ μειώθηκε κατά 13.5% ο χρόνος εναλλαγών. Στον Πίνακα 4.1 παρατίθενται οι ώρες λειτουργίας και εναλλαγών που αφιερώνουν οι γραμμές παραγωγής όπως προέκυψε από την επίλυση των τεσσάρων υπο μελέτη μοντέλων.

Πίνακας 4.1 Ώρες λειτουργίας, ώρες εναλλαγών και στατιστικά στοιχεία επίλυσης των μοντέλων για τη μελέτη περίπτωσης 1 και για την 1^η εβδομαδιαία ζήτηση

Μελέτη Περίπτωσης 1 1^η εβδομάδα ζήτησης	Ντετερμινιστικό Μοντέλο	Μοντέλο Αναμενόμενης Τιμής	Στοχαστικό Μοντέλο	Μοντέλο DECIS
Χρόνος επίλυσης (min)	40	38.9	16.6	86 sec
Απόκλιση από την βέλτιστη λύση	8.74 %	9.58 %	0%	0%
Ώρες Λειτουργίας	170 h	186 h	173 h	181 h
Ώρες Εναλλαγών	14 h	14.35 h	14.96 h	12.9 h

Από τον Πίνακα 4.1 παρατηρείται ότι το μοντέλο DECIS παρουσιάζει πολύ μικρό χρόνο επίλυσης. Η αποτελεσματικότητα αυτή μπορεί να αποδοθεί στην ικανότητα του DECIS να χειρίζεται στοχαστικά προβλήματα καθώς και στην προκαθορισμένη αλληλουχία προϊόντων, που εισάγεται στο μοντέλο εξ 'αρχής η οποία απλοποιεί την δομή του μοντέλου. Επιπλέον το μαθηματικό μοντέλο DECIS επιτυγχάνει τον μικρότερο χρόνο εναλλαγής προϊόντων μεταξύ όλων των μαθηματικών μοντέλων καθώς πρέπει να διατηρήσει μια συγκεκριμένη ακολουθία προϊόντων ακόμη και σε συνθήκες αυξημένης ζήτησης.



Σχήμα 4.5 Συνολική παραγόμενη ποσότητα τεμαχίων για τα τέσσερα διαφορετικά μαθηματικά μοντέλα στη μελέτη περίπτωσης 1 για την 1η εβδομαδιαία ζήτηση

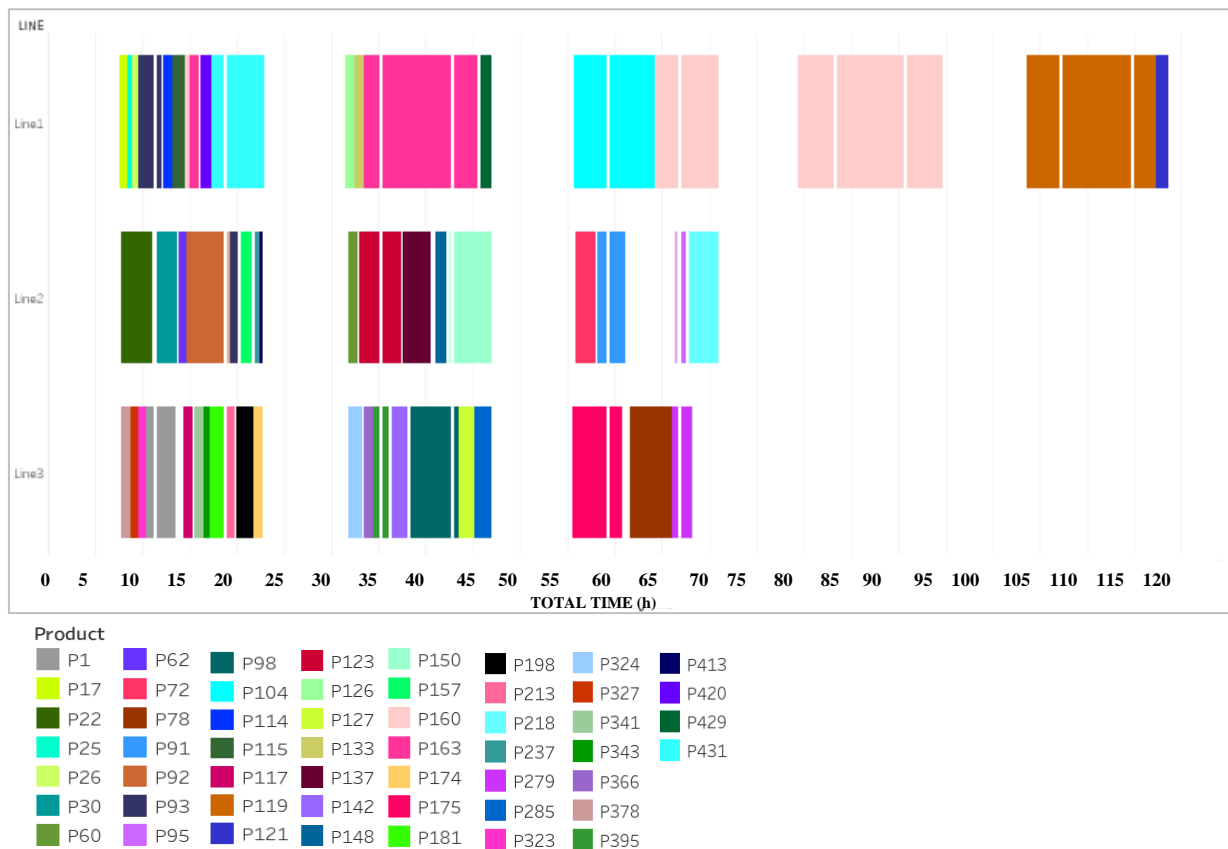
Στο Σχήμα 4.5 παρουσιάζεται ο αριθμός των παραγόμενων τεμαχίων που παρήχθησαν κατά την διάρκεια της 1^{ης} εβδομαδιαίας ζήτησης στη μελέτη περίπτωσης 1, από τα τέσσερα διαφορετικά μαθηματικά μοντέλα. Παρατηρείται ότι το στοχαστικό μοντέλο διατηρεί την παραγωγή προϊόντων σε παρόμοια επίπεδα με αυτά που προκύπτουν από το ντετερμινιστικό μοντέλο. Από την άλλη, το μοντέλο της αναμενόμενης τιμής καθώς και το μοντέλο DECIS εμφανίζουν 6.75 % και 5.5% αντίστοιχα αύξηση της συνολικά παραγόμενης ποσότητας.

4.1.3 Μελέτη Περίπτωσης 2

Στη μελέτη περίπτωσης 2 εξετάζεται η περίπτωση όπου το χαμηλό σενάριο ζήτησης έχει την μεγαλύτερη πιθανότητα εμφάνισης. Πιο συγκεκριμένα, οι πιθανότητες εμφάνισης του κάθε σεναρίου ζήτησης στο υπό μελέτη σενάριο είναι οι εξής:

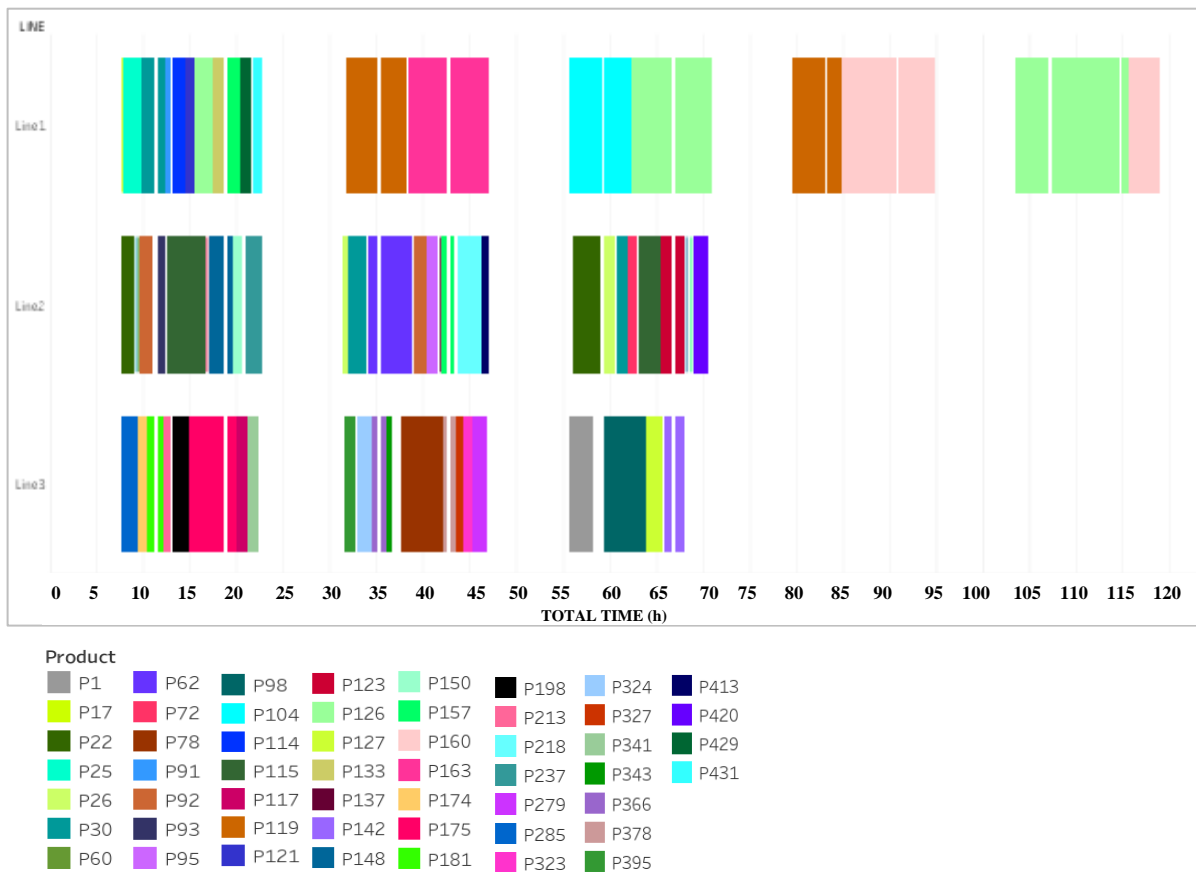
- Χαμηλό σενάριο ζήτησης με 70% πιθανότητα εμφάνισης
- Μεσαίο σενάριο ζήτησης με 25% πιθανότητα εμφάνισης
- Υψηλό σενάριο ζήτησης με 5% πιθανότητα εμφάνισης.

Σύμφωνα με τον παραπάνω συνδυασμό πιθανοτήτων επιλύεται το μοντέλο αναμενόμενης τιμής, το στοχαστικό μοντέλο και το μοντέλο DECIS, τα αποτελέσματα των οποίων παρουσιάζονται στα Σχήματα 4.6, 4.7 και 4.8 αντίστοιχα.



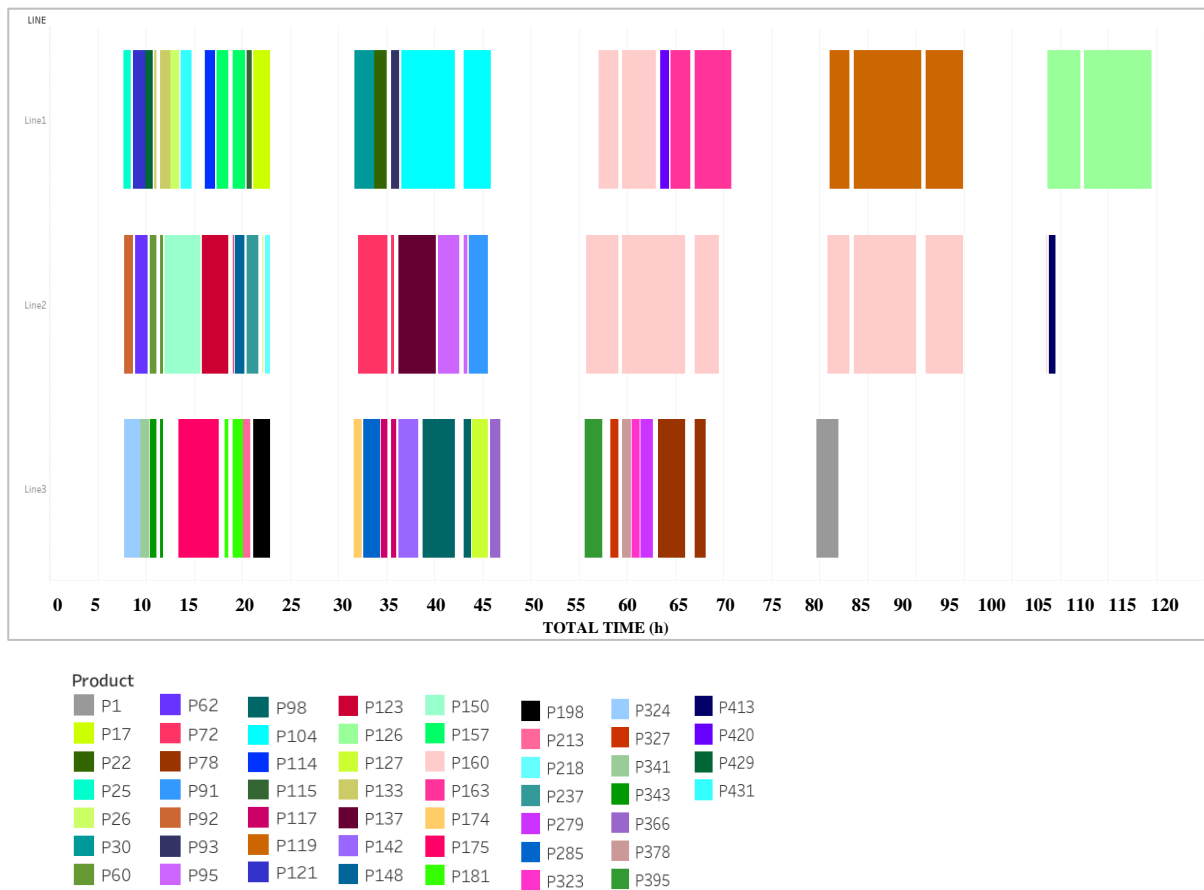
Σχήμα 4.6 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου της αναμενόμενης τιμής για την 1η εβδομάδα ζήτησης και για τη μελέτη περίπτωσης 2

Στο Σχήμα 4.6 παρουσιάζεται ο εβδομαδιαίος χρονοπρογραμματισμός της παραγωγής ο οποίος προέκυψε από την επίλυση του μαθηματικού μοντέλου της αναμενόμενης τιμής για τη μελέτη περίπτωσης 2. Από το μοντέλο προκύπτει ότι η συνολική ζήτηση μειώνεται, ως εκ τούτου παρατηρείται μείωση και στις ώρες λειτουργίας των γραμμών 2 και 3. Συγκεκριμένα, η γραμμή 1 λειτουργεί 69 ώρες (3% αύξηση), η γραμμή 2 λειτουργεί 37 ώρες (38% μείωση) ενώ η γραμμή 3 αφιερώνει 39 ώρες (7.2% μείωση του χρόνου λειτουργίας.) Ενδιαφέρον παρουσιάζει το γεγονός ότι επιλέγεται στην γραμμή 1 οι ώρες λειτουργίας να μην αλλάξουν σημαντικά ενώ μειώνεται αρκετά ο φόρτος λειτουργίας της γραμμής 2.



Σχήμα 4.7 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του στοχαστικού μοντέλου για την 1η εβδομάδα ζήτησης και για τη μελέτη περίπτωσης 2

Στο Σχήμα 4.7 απεικονίζεται ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής ο οποίος προέκυψε από την επίλυση του στοχαστικού μαθηματικού μοντέλου. Σε αντίθεση με τη μελέτη περίπτωσης 1, όπου το στοχαστικό μοντέλο διατηρεί σχεδόν αμετάβλητη τη λειτουργία των γραμμών παραγωγής, σε αυτή την περίπτωση, όπου υπερισχύει το χαμηλό σενάριο ζήτησης, παρατηρείται μείωση στους χρόνους λειτουργίας των γραμμών 2 και 3. Συγκεκριμένα, η γραμμή 2 λειτουργεί 42 ώρες (30% μείωση) και η γραμμή 3 λειτουργεί 39 ώρες (7% μείωση του χρόνου λειτουργίας). Η γραμμή 1 λειτουργεί τις ίδιες ώρες.



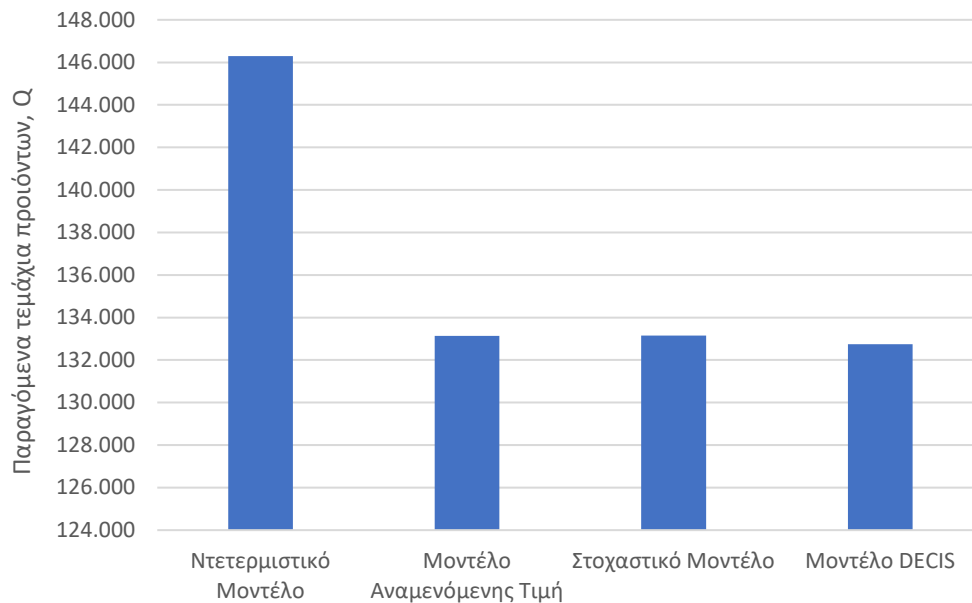
Σχήμα 4.8 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου DECIS για την 1η εβδομάδα ζήτησης και για τη μελέτη περίπτωσης 2

Τέλος, στο Σχήμα 4.8 απεικονίζεται ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής όπως προέκυψε από την επίλυση του μαθηματικού μοντέλου DECIS. Παρατηρείται ότι και σε αυτήν την περίπτωση η σειρά παραγωγής προϊόντων παραμένει ίδια με τη σειρά παραγωγής προϊόντων του ντετερμινιστικού μοντέλου. Συνεπώς λόγω της περιορισμένης ευελιξίας του μοντέλου, ο χρόνος λειτουργίας της κάθε γραμμής δεν μεταβάλλεται σημαντικά. Πιο συγκεκριμένα, στην γραμμή 1 παρατηρήθηκε 7.5 % μείωση του χρόνου λειτουργίας, στην γραμμή 2 10% μείωση του χρόνου λειτουργίας και στην γραμμή 3 4.7% μείωση του χρόνου λειτουργίας. Στον Πίνακα 4.2 παρατίθενται οι ώρες λειτουργίας και εναλλαγών που αφιερώνουν οι γραμμές παραγωγής όπως προέκυψε από την επίλυση των τεσσάρων υπό μελέτη μοντέλων.

Πίνακας 4.2 Ώρες λειτουργίας, ώρες εναλλαγών και στατιστικά στοιχεία επίλυσης των μοντέλων για τη μελέτη περίπτωσης 2 και για την 1η εβδομάδα ζήτησης

Μελέτη Περίπτωσης 2 1^η εβδομάδα ζήτησης	Ντετερμινιστικό Μοντέλο	Μοντέλο Αναμενόμενης Τιμής	Στοχαστικό Μοντέλο	Μοντέλο DECIS
Χρόνος επίλυσης (min)	40	30.1	14.5	50 sec
Απόκλιση από την βέλτιστη λύση	8.74 %	9.32 %	0%	0%
Ώρες Λειτουργίας	170 h	145 h	153 h	157 h
Ώρες Εναλλαγών	14 h	13.8 h	16.3 h	13.2 h

Απο τον Πίνακα 4.2 προκύπτει ότι το μαθηματικό μοντέλο αναμενόμενης τιμής επιτυγχάνει χαμηλότερους χρόνους λειτουργίας σε σύγκριση με τα αποτελέσματα από το στοχαστικό μοντέλο και το μοντέλο DECIS. Αυτή η διαφορά οφείλεται στην διαφορετική προσέγγιση που ακολουθούν τα μοντέλα για την διαχείριση της αβεβαιότητας. Το μαθηματικό μοντέλο αναμενόμενης τιμής θεωρεί ως ζήτηση την μέση τιμή της ζήτησης των τριών σεναρίων, με το χαμηλής πιθανότητας σενάριο (75%), στην περίπτωση αυτή να καθορίζει ως επί τον πλείστον την τιμή της ζήτησης που λαμβάνεται υπόψιν από το μοντέλο. Αντίθετα, το στοχαστικό μοντέλο και το μοντέλο DECIS λαμβάνουν υπόψη τις πιθανότητες για κάθε σενάριο ξεχωριστά, με αποτέλεσμα η τιμή της ζήτησης που διαχειρίζονται να διαφέρει από αυτή που λαμβάνεται υπόψιν στο μοντέλο αναμενόμενης τιμής.



Σχήμα 4.9 Συνολική παραγόμενη ποσότητα τεμαχίων για τα τέσσερα διαφορετικά μαθηματικά μοντέλα για τη μελέτη περίπτωσης 2 για την 1η εβδομάδα ζήτησης

Στο Σχήμα 4.9 παρουσιάζεται ο αριθμός των παραγόμενων τεμαχίων που παράχθηκαν κατά την διάρκεια της 1^{ης} εβδομάδας ζήτησης στη μελέτη περίπτωσης 2, για τα τέσσερα διαφορετικά μαθηματικά μοντέλα. Παρατηρείται ότι η συνολική ποσότητα των προϊόντων στην περίπτωση μελέτης 2 μειώνεται, κάτι που είναι λογικό λόγω της κυριαρχίας του χαμηλού σεναρίου ζήτησης. Το μαθηματικό μοντέλο αναμενόμενης τιμής, το στοχαστικό μοντέλο και το μοντέλο DECIS παράγουν περίπου την ίδια ποσότητα προϊόντων.

4.1.4 Μελέτη Περίπτωσης 3

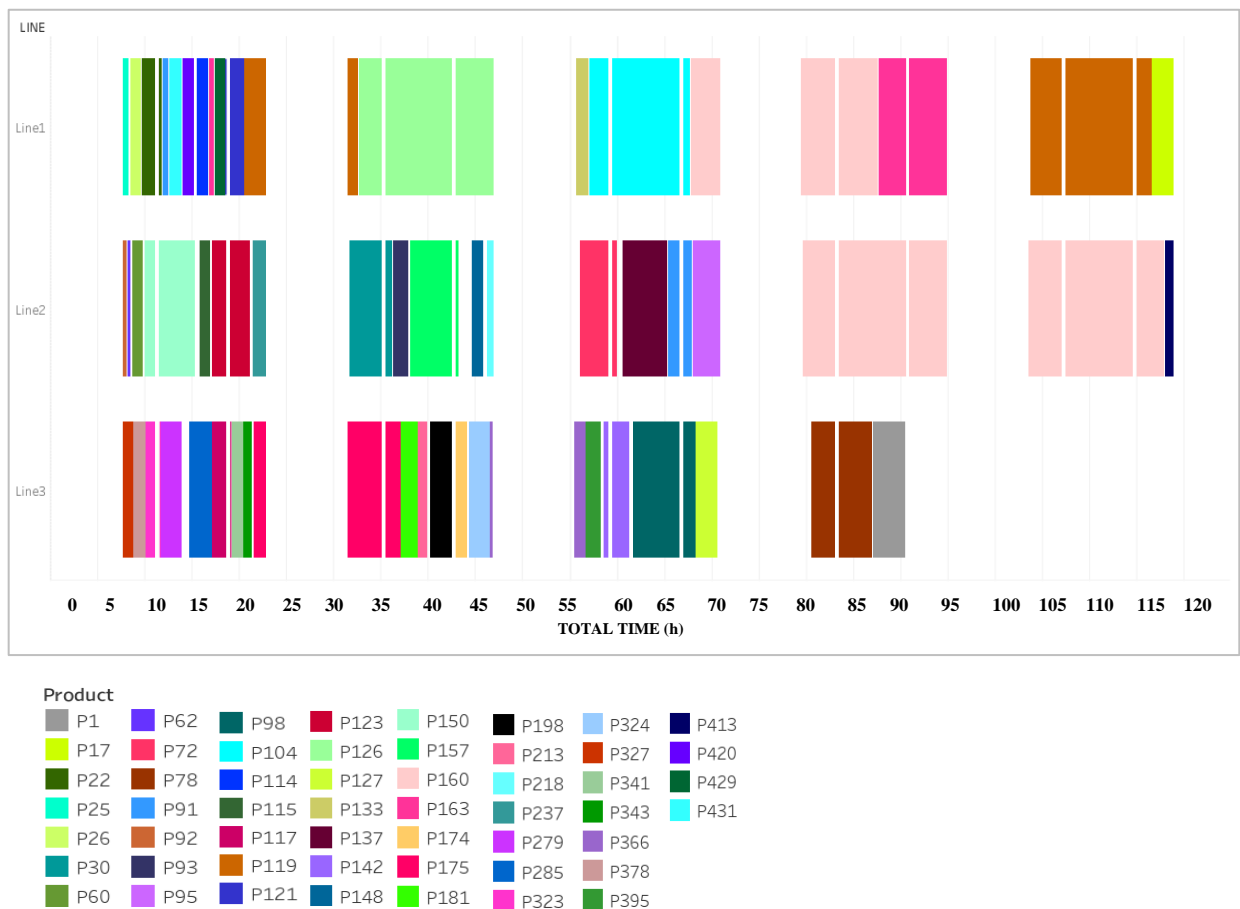
Στη μελέτη περίπτωσης 3 εξετάζεται η περίπτωση όπου το υψηλό σενάριο ζήτησης έχει την μεγαλύτερη πιθανότητα πραγματοποίησης. Πιο συγκεκριμένα, οι πιθανότητες εμφάνισης του κάθε σεναρίου ζήτησης στο υπό μελέτη σενάριο είναι οι εξής:

- Χαμηλό σενάριο ζήτησης με 5% πιθανότητα εμφάνισης
- Μεσαίο σενάριο ζήτησης με 25% πιθανότητα εμφάνισης
- Υψηλό σενάριο ζήτησης με 70% πιθανότητα εμφάνισης.

Σύμφωνα με τον παραπάνω συνδυασμό πιθανοτήτων επιλέγεται το μοντέλο αναμενόμενης τιμής, το στοχαστικό μοντέλο και το μοντέλο DECIS, τα αποτελέσματα των οποίων παρουσιάζονται στα Σχήματα 4.10, 4.11 και 4.12 αντίστοιχα.

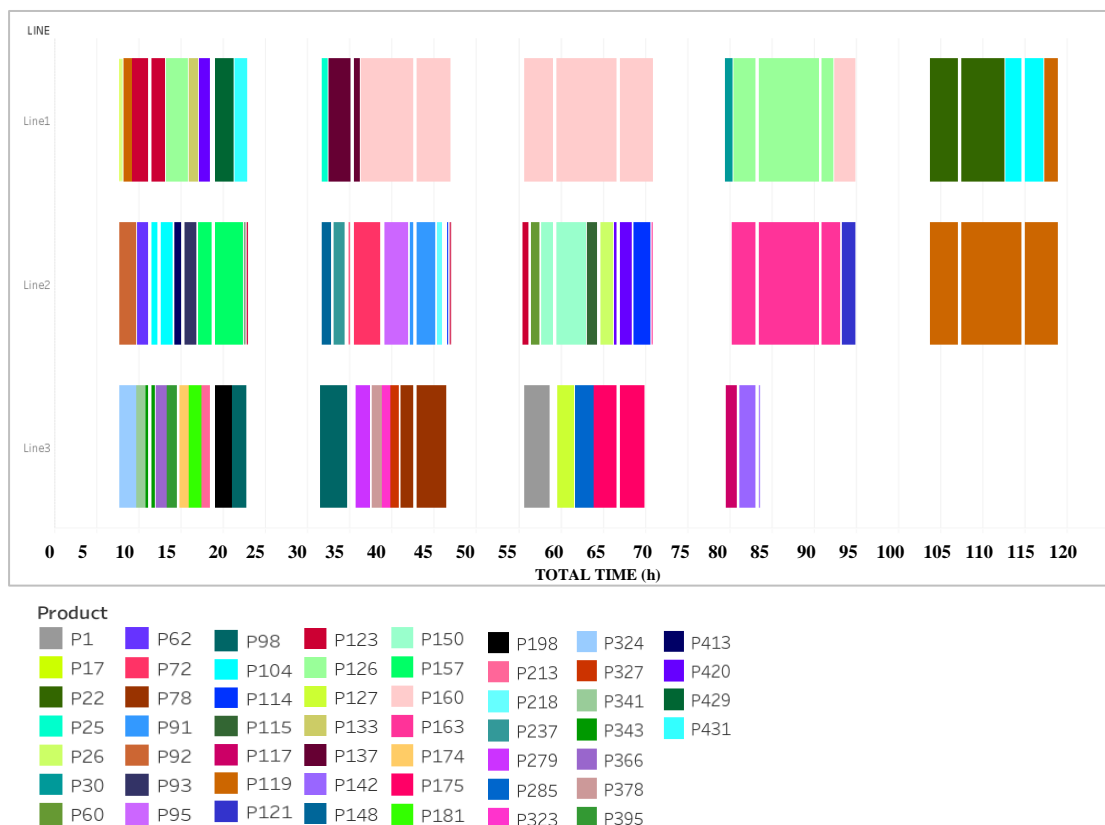
Κατά την επίλυση του μαθηματικού μοντέλου αναμενόμενης τιμής, ήταν αδύνατη η εύρεση ενός χρονοδιαγράμματος παραγωγής, κατά το οποίο να επιτυγχάνεται η κάλυψη της αυξημένης ζήτησης. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι γραμμές παραγωγής 1 και 2 λόγω του υψηλού φόρτου παραγωγής που εμφανίζουν δεν είναι σε θέση να ανταποκριθούν σε μια τόσο μεγάλη πιθανή αύξηση της ποσότητας των απαιτούμενων για παραγωγή προϊόντων. Για το λόγο αυτό, κρίθηκε σκόπιμο να προσδιοριστεί η μέγιστη τιμή ζήτησης, η οποία θα μπορούσε να προκύψει δυνητικά, υπό την επίδραση κάποιας αβεβαιότητας. Μετά από περαιτέρω ανάλυση, βρέθηκε ότι η υψηλότερη ποσότητα προϊόντων που μπορεί να παραχθεί στις γραμμές παραγωγής 1 και 2 αντιστοιχεί σε έναν νέο συνδυασμό πιθανοτήτων. Συγκεκριμένα, ο νέος συνδυασμός αφορά 30% πιθανότητα εμφάνισης του υψηλού σεναρίου ζήτησης (έναντι του 70% που εξετάστηκε αρχικά), 60% πιθανότητα εμφάνισης του μεσαίου σεναρίου ζήτησης (έναντι του 25% που εξετάστηκε αρχικά) και 5% πιθανότητα εμφάνισης του χαμηλού σεναρίου ζήτησης. Αντιθέτως η γραμμή 3, διαθέτοντας επαρκή χρόνο, είναι σε θέση να ικανοποιήσει την αύξηση της ζήτησης της περίπτωσης μελέτης 3.

Συνεπώς για τον νέο αυτό συνδυασμό πιθανοτήτων στις γραμμές 1 και 2 προκύπτει το Σχήμα 4.10.



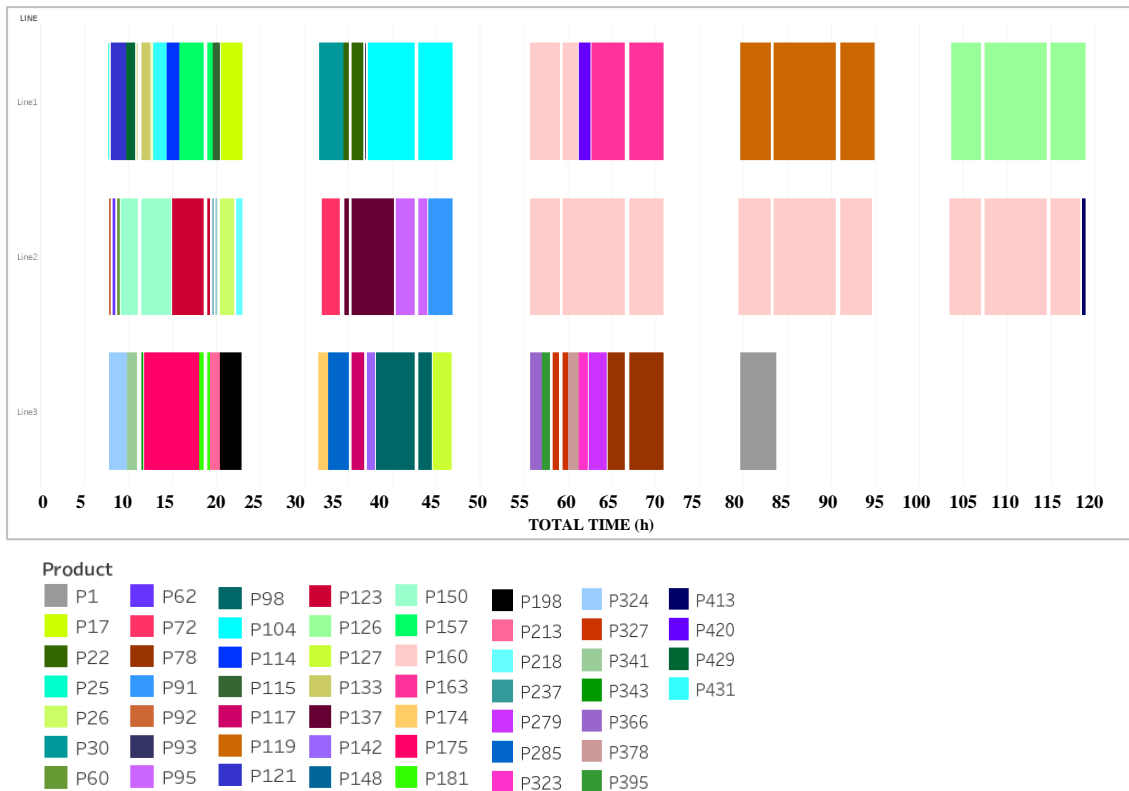
Σχήμα 4.10 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου αναμενόμενης τιμής για την 1η εβδομάδα ζήτησης και για τη μελέτη περίπτωσης 3

Όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 4.10, οι γραμμές 1 και 2 βρίσκονται πλέον στο όριο λειτουργίας τους, εκμεταλλευόμενες πλήρως τον χρονικό ορίζοντα προκειμένου να ανταποκριθούν στην αυξημένη ζήτηση. Παράλληλα και στην γραμμή παραγωγής 3 παρατηρείται σημαντική αύξηση του χρόνου λειτουργίας της. Πιο συγκεκριμένα, η γραμμή 1 λειτουργεί 71 ώρες το οποίο αντιστοιχεί σε 1.5 % αύξηση, η γραμμή 2 λειτουργεί 70 ώρες που σημαίνει 16.7% αύξηση ενώ τέλος η γραμμή 3 λειτουργεί 47 ώρες το οποίο αντιστοιχεί σε 11.9% αύξηση.



Σχήμα 4.11 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του στοχαστικού μοντέλου για την 1η εβδομάδα ζήτησης και για τη μελέτη περίπτωσης 3

Στο Σχήμα 4.11 αποτυπώνεται ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής για τη μελέτη περίπτωσης 3 ο οποίος προέκυψε από την επίλυση του στοχαστικού μαθηματικού μοντέλου. Σε αυτή την περίπτωση οι γραμμές 1 και 2 μπορούν να χειριστούν την αυξημένη ζήτηση ακόμα και για πιθανότητα εμφάνισης του υψηλού σεναρίου ζήτησης 70%. Αυτό υποδηλώνει την ανωτερότητα του στοχαστικού μοντέλου στην αντιμετώπιση στοχαστικών προβλημάτων. Συγκεκριμένα, παρατηρήθηκε αύξηση της διάρκειας λειτουργίας κατά 4.4% στη γραμμή 1, 16.6% στην γραμμή 2 και 9.5% στην γραμμή 3.

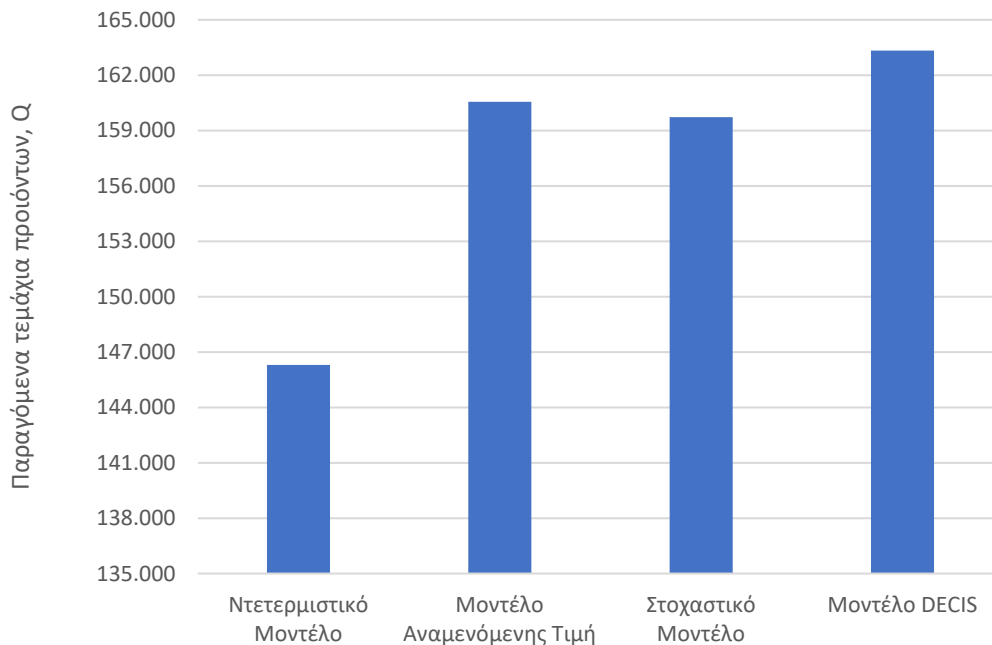


Σχήμα 4.12 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου DECIS για την 1η εβδομάδα ζήτησης και για τη μελέτη περίπτωσης 3

Στο Σχήμα 4.12 απεικονίζεται ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής ο οποίος προέκυψε από την επίλυση του μοντέλου DECIS για τη μελέτη περίπτωσης 3. Παρατηρείται ότι και σε αυτήν την περίπτωση οι γραμμές 1 και 2 μπορούν να ανταπεξέλθουν στην αυξημένη ζήτηση παρά την περιορισμένη ευελιξία του μαθηματικού μοντέλου DECIS. Συγκεκριμένα, ο χρόνος λειτουργίας στην γραμμή 1 αυξήθηκε κατά 5.6% , στην γραμμή κατά 19% και στην γραμμή 3 κατά 10.5% . Στον Πίνακα 4.3 παρατίθενται οι ώρες λειτουργίας και εναλλαγών που αφιερώνουν οι γραμμές παραγωγής όπως προέκυψε από την επίλυση των τεσσάρων υπό μελέτη μοντέλων.

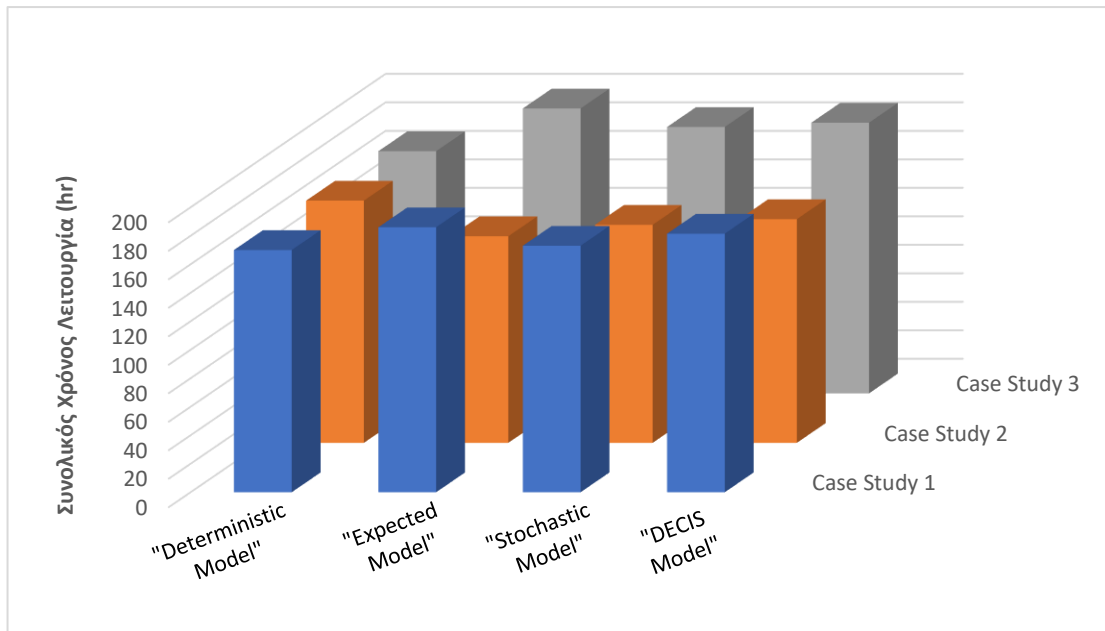
Πίνακας 4.3 Ώρες λειτουργίας, ώρες εναλλαγών και στατιστικά στοιχεία επίλυσης των μοντέλων για τη μελέτη περίπτωσης 3 και για την 1η εβδομάδα ζήτησης

Μελέτη Περίπτωσης 3 1 ^η εβδομάδα ζήτησης	Ντετερμινιστικό Μοντέλο	Μοντέλο Αναμενόμενης Τιμής	Στοχαστικό Μοντέλο	Μοντέλο DECIS
Χρόνος επίλυσης (min)	40	39.3	18	90 sec
Απόκλιση από την βέλτιστη λύση	8.74 %	10.1%	0%	0 %
Ώρες Λειτουργίας	170 h	198 h	187 h	189 h
Ώρες Εναλλαγών	14 h	13.6 h	13.2 h	13.2 h



Σχήμα 4.13 Συνολική παραγόμενη ποσότητα τεμαχίων για τα τέσσερα διαφορετικά μαθηματικά μοντέλα για τη μελέτη περίπτωσης 3 για την 1η εβδομάδα ζήτησης

Από το Σχήμα 4.13 παρατηρείται μια αύξηση στην συνολική παραγωγή προϊόντων και από τα τρία μαθηματικά μοντέλα όπως ήταν αναμενόμενο.



Σχήμα 4.14 Χρόνος Λειτουργίας παραγωγής σε κάθε μελέτη περίπτωσης όπως προκύπτει από τα 4 μαθηματικά μοντέλα για την 1^η εβδομάδα.

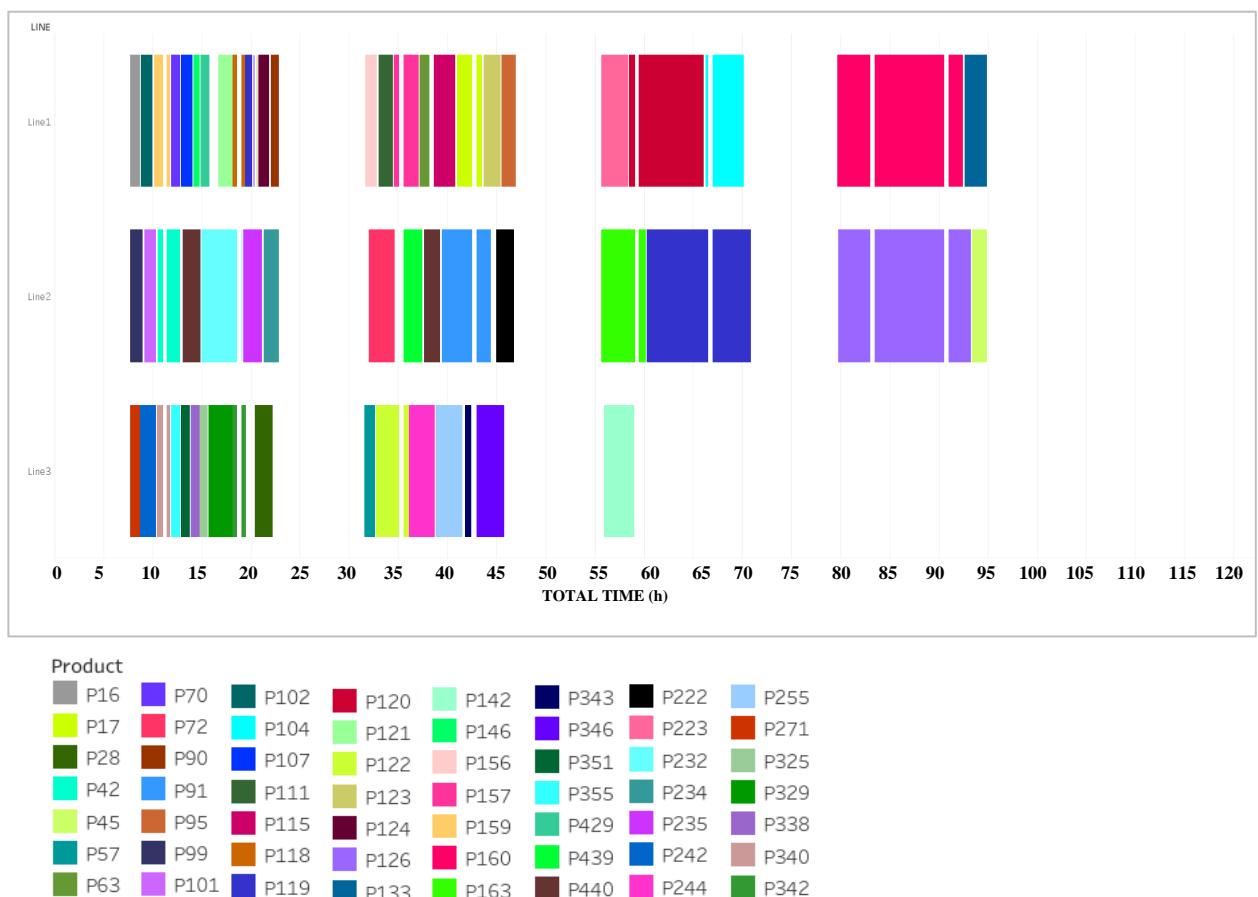
Τέλος στο Σχήμα 4.14 παρουσιάζονται οι χρόνοι λειτουργίας της μονάδας παραγωγής για κάθε περίπτωση μελέτης, όπως προκύπτουν από την επίλυση των τεσσάρων μαθηματικών μοντέλων. Παρατηρείται ότι υπάρχει μια σημαντική ομοιότητα μεταξύ των αποτελεσμάτων του στοχαστικού μοντέλου και του μοντέλου DECIS για όλες τις περιπτώσεις μελέτης. Σε αντίθεση, το μοντέλο της αναμενόμενης τιμής ακολουθεί μια διαφορετική προσέγγιση της αβεβαιότητας καθώς επηρεάζεται σημαντικά από τις ακραίες πιθανότητες των σεναρίων ζήτησης. Όπως φαίνεται στο διάγραμμα, για τη μελέτη περίπτωσης 2, στην οποία το σενάριο της χαμηλής ζήτησης έχει την υψηλότερη πιθανότητα, προκύπτει από το μοντέλο αναμενόμενης τιμής ότι απαιτείται περίπου 7% λιγότερος χρόνος σε αντίθεση με τον χρόνο που προκύπτει από το στοχαστικό μοντέλο και το μοντέλο DECIS, ενώ για τη μελέτη περίπτωσης 3 στην οποία το σενάριο της υψηλής ζήτησης έχει την υψηλότερη πιθανότητα, φαίνεται να απαιτείται 5% περισσότερος χρόνος. Αυτή η σύγκριση αποδεικνύει την ανωτερότητα του στοχαστικού μοντέλου και του μοντέλου DECIS στη διαχείριση της αβεβαιότητας στις μεταβαλλόμενες απαιτήσεις της ζήτησης.

4.2 Χρονοπρογραμματισμός παραγωγής της βιομηχανικής μονάδας παραγωγής κονιαμάτων- 2^η Εβδομαδιαία ζήτηση

Σε αυτή την ενότητα, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την επίλυση των τεσσάρων μαθηματικών μοντέλων για τις τρεις διαφορετικές περιπτώσεις συνδυασμών των πιθανοτήτων της ζήτησης για την 2^η εβδομαδιαία ζήτηση. Η 2^η εβδομάδα παραγωγής χαρακτηρίζεται ως μια εβδομάδα με μεσαίο φορτίο ζήτησης.

4.2.1 Αποτελέσματα Ντετερμινιστικού Μοντέλου

Στο Σχήμα 4.15 παρουσιάζεται ο εβδομαδιαίος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής ο οποίος προέκυψε από την επίλυση του ντετερμινιστικού μοντέλου (deterministic model) για την 2^η εβδομαδιαία ζήτηση.



Σχήμα 4.15 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του ντετερμινιστικού μοντέλου για την 2η εβδομαδιαία ζήτηση

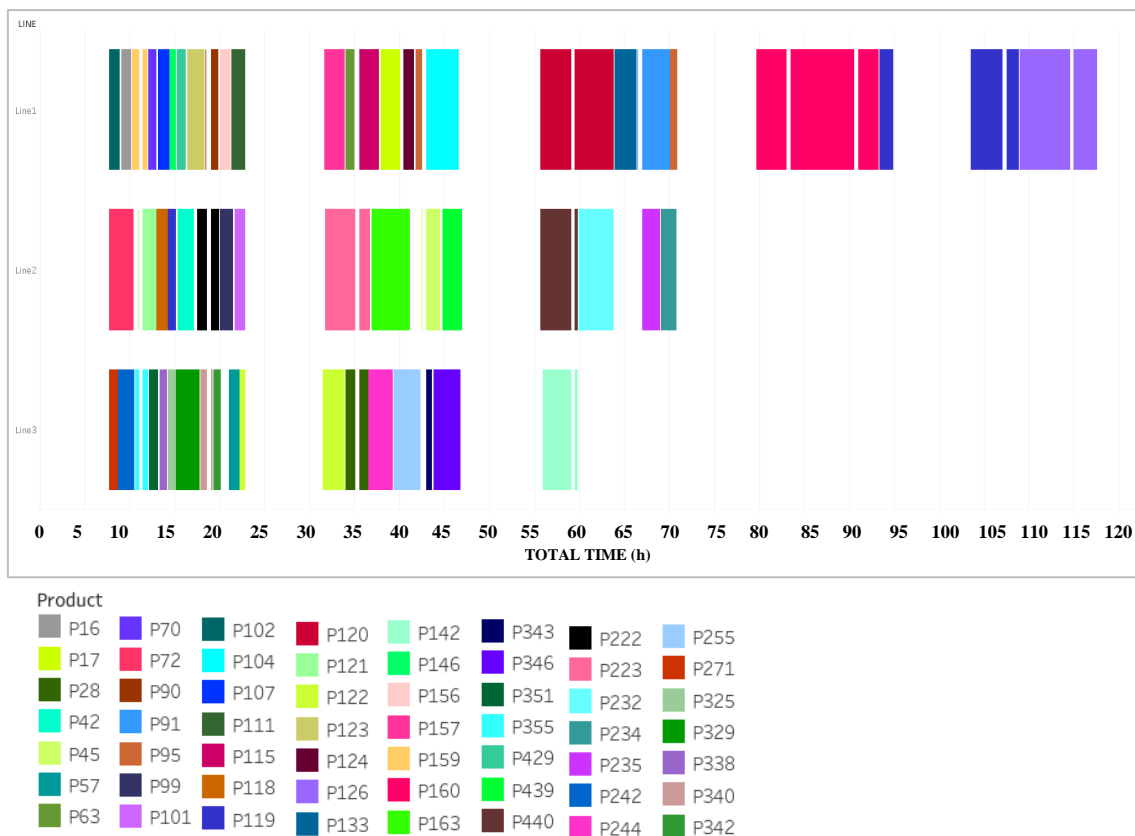
Από το Σχήμα 4.15 παρατηρείται ότι ο χρόνος λειτουργίας και των τριών γραμμών παραγωγής είναι αρκετά μικρότερος από αυτόν που προέκυψε για την 1^η εβδομάδα ζήτησης (Σχήμα 4.1). Πιο συγκεκριμένα, οι γραμμές 1 και 2 λειτουργούν 55 και 57 ώρες αντίστοιχα με αποτέλεσμα την 5^η ημέρα να μην παράγεται κανένα προϊόν, ενώ η γραμμή 3 αφιερώνει μόνο 30 ώρες λειτουργίας για την παραγωγή των προϊόντων με αποτέλεσμα τη 4^η και 5^η μέρα να μην χρειάζεται να λειτουργήσει καθόλου. Η συσκευασία του τελευταίου προϊόντος ολοκληρώνεται την 95^η ώρα. Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι ο χρονοπρογραμματισμός της παραγωγής που προέκυψε από την λύση του ντετερμινιστικού μοντέλου (Σχήμα 4.15) παραμένει αμετάβλητος για την 2^η εβδομάδα ζήτησης, ανεξαρτήτως της μελέτης περίπτωσης που μελετάται, καθώς η τιμή της ζήτησης στο ντετερμινιστικό μοντέλο είναι προκαθορισμένη και σταθερή.

4.2.2 Μελέτη Περίπτωσης 1

Στη μελέτη περίπτωσης 1 εξετάζεται η περίπτωση όπου το μεσαίο σενάριο ζήτησης έχει την μεγαλύτερη πιθανότητα εμφάνισης. Πιο συγκεκριμένα, οι πιθανότητες εμφάνισης του κάθε σεναρίου ζήτησης στο υπό μελέτη σενάριο είναι οι εξής:

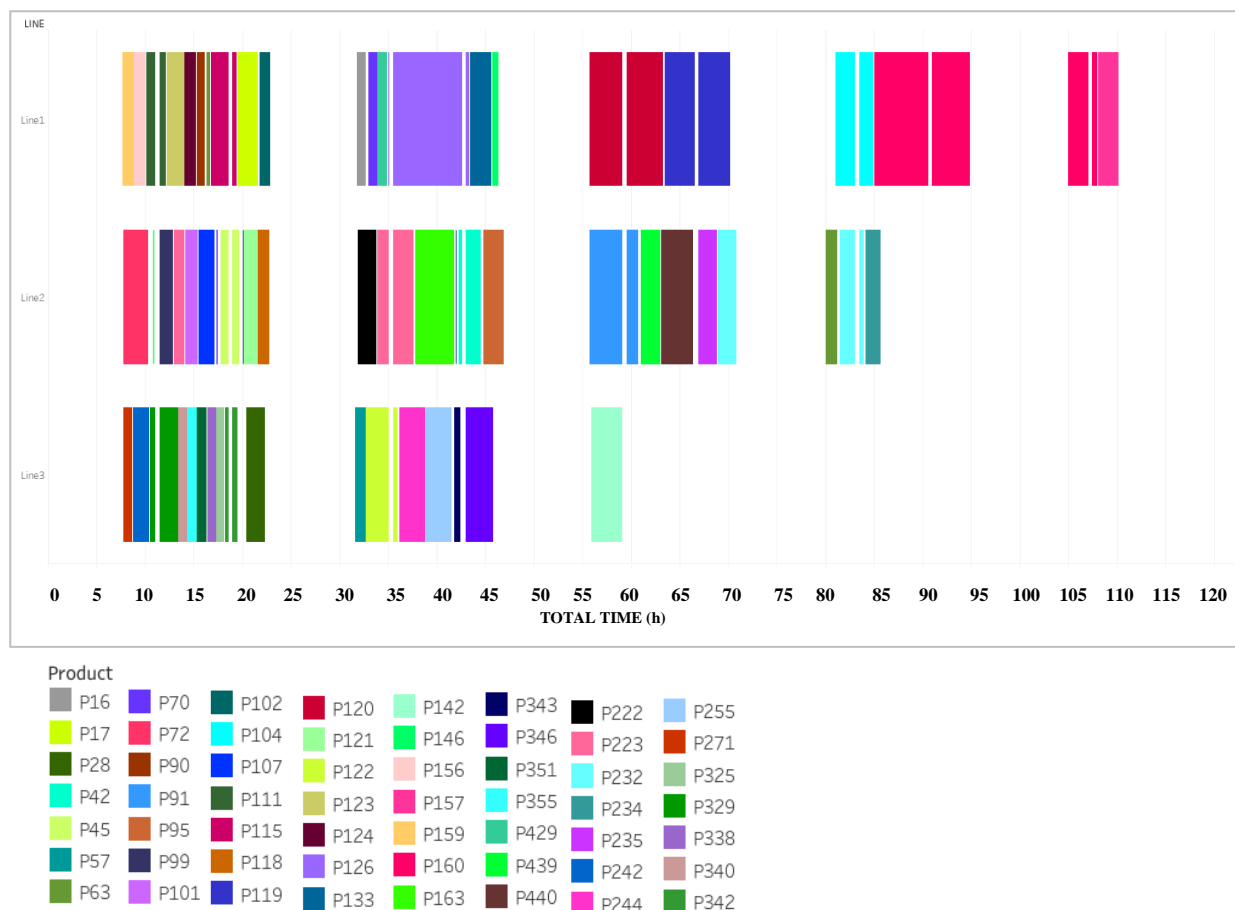
- Χαμηλό σενάριο ζήτησης με 5% πιθανότητα εμφάνισης
- Μεσαίο σενάριο ζήτησης με 70% πιθανότητα εμφάνισης
- Υψηλό σενάριο ζήτησης με 25% πιθανότητα εμφάνισης.

Σύμφωνα με τον παραπάνω συνδυασμό πιθανοτήτων επιλύεται το μοντέλο αναμενόμενης τιμής, το στοχαστικό μοντέλο και το μοντέλο DECIS, τα αποτελέσματα των οποίων παρουσιάζονται στα Σχήματα 4.16, 4.17 και 4.18 αντίστοιχα.



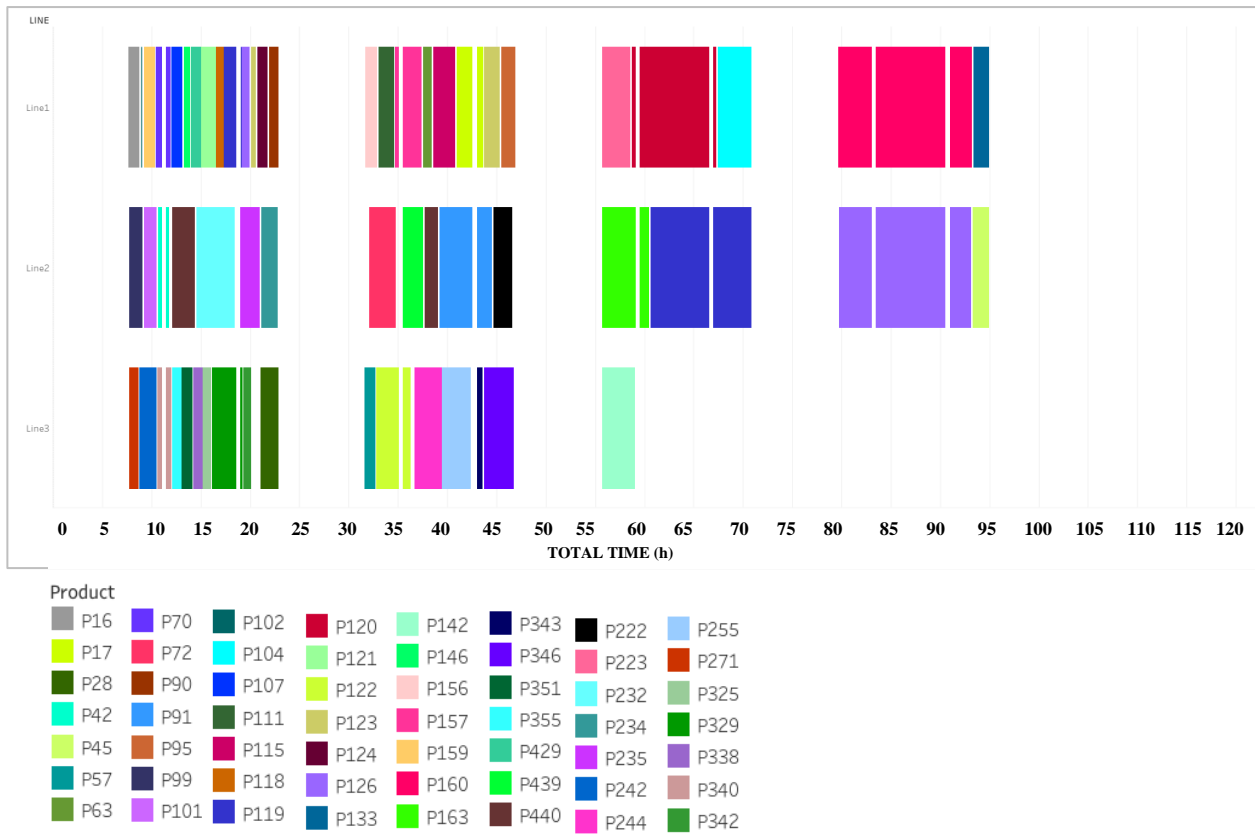
Σχήμα 4.16 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου της αναμενόμενης τιμής για την 2η εβδομάδα ζήτησης και για τη μελέτη περίπτωσης 1

Στο Σχήμα 4.16 παρουσιάζεται ο εβδομαδιαίος χρονοπρογραμματισμός της παραγωγής ο οποίος προέκυψε από την επίλυση του μαθηματικού μοντέλου της αναμενόμενης τιμής για τη μελέτη περίπτωσης 1. Από το διάγραμμα παρατηρείται ότι οι ώρες λειτουργίας της γραμμής 1 αυξάνονται σημαντικά κατά 27%, ενώ αντίθετα η γραμμή 2 εμφανίζει 29% μείωση του χρόνου λειτουργίας της. Φαίνεται ότι σε αυτή την περίπτωση, το μαθηματικό μοντέλο αποφασίζει να αυξήσει την παραγωγή στην γραμμή 1 ώστε να εκμεταλλευτεί όλος ο διαθέσιμος χρόνος και να μειώσει την λειτουργία της γραμμής 2. Αυτή η επιλογή είναι εφικτή, καθώς πολλά προϊόντα μπορούν να παραχθούν είτε στη γραμμή 1 είτε στη γραμμή 2.



Σχήμα 4.17 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του στοχαστικού μοντέλου για την 2η εβδομάδα ζήτησης και για τη μελέτη περίπτωσης 1

Στο Σχήμα 4.17 απεικονίζεται ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής που προέκυψε από την επίλυση του στοχαστικού μαθηματικού μοντέλου. Και σε αυτή την περίπτωση επιλέγεται να αυξηθεί η παραγωγή στην γραμμή 1 και να ελαττωθεί στη γραμμή 2. Συγκεκριμένα παρουσιάζεται μια αύξηση 9% του χρόνου παραγωγής της γραμμής 1 και μείωση 12.5% του χρόνου λειτουργίας της γραμμής 2 ενώ δεν παρατηρούνται σημαντικές αλλαγές στον χρόνο λειτουργίας της γραμμής 3. Σε αντίθεση με το χρονοδιάγραμμα που προέκυψε από την επίλυση του στοχαστικού μοντέλου για τη μελέτη περίπτωσης 1 της 1^{ης} εβδομάδας ζήτησης (Σχήμα 4.3), σε αυτή την περίπτωση φαίνεται ότι η αβεβαιότητα της ζήτησης προκαλεί αλλαγές στον τρόπο λειτουργίας των γραμμών παραγωγής, λόγω του περισσότερου διαθέσιμου χρόνου των γραμμών 1 και 2.



Σχήμα 4.18 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου DECIS για την 2η εβδομάδα ζήτησης και για τη μελέτη περίπτωσης 1

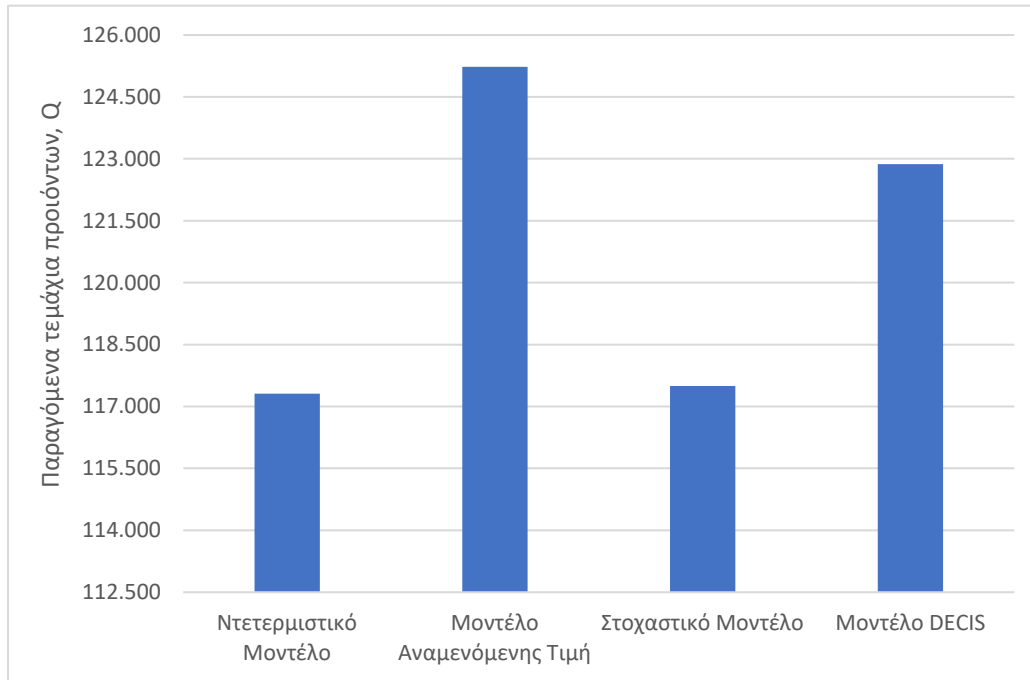
Τέλος, στο Σχήμα 4.18 απεικονίζεται ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής όπως προέκυψε από την επίλυση του μαθηματικού μοντέλου DECIS. Δεδομένου ότι το μοντέλο DECIS χαρακτηρίζεται από περιορισμένη ευελιξία όσον αφορά την αλληλουχία και την σειρά παραγωγής των προϊόντων, δεν παρατηρούνται σημαντικές αλλαγές στις γραμμές λειτουργίας 1,2 και 3. Παρουσιάζεται μια μικρή αύξηση στον χρόνο λειτουργίας των γραμμών η οποία οφείλεται στην 25% πιθανότητα εμφάνισης του υψηλού σεναρίου ζήτησης. Στον Πίνακα 4.4 παρατίθενται οι ώρες λειτουργίας και εναλλαγών που αφιερώνουν οι γραμμές παραγωγής όπως προέκυψε από την επίλυση των τεσσάρων υπό μελέτη μοντέλων.

Πίνακας 4.4 Ώρες λειτουργίας, ώρες εναλλαγών και στατιστικά στοιχεία επίλυσης των μοντέλων για τη μελέτη περίπτωσης 1 και για την 2η εβδομάδα ζήτησης

Μελέτη Περίπτωσης 1 2^η εβδομάδα ζήτησης	Ντετερμινιστικό Μοντέλο	Μοντέλο Αναμενόμενης Τιμής	Στοχαστικό Μοντέλο	Μοντέλο DECIS
Χρόνος επίλυσης (min)	25.4	26.5	11	36sec
Απόκλιση από την βέλτιστη λύση	8.3 %	8.9 %	0%	8%
Ώρες Λειτουργίας	142 h	143 h	138 h	148 h
Ώρες Εναλλαγών	13.7 h	12.5 h	15 h	13.2 h

Παρατηρείται ότι το μοντέλο DECIS επιλύεται πολύ γρήγορα. Επίσης φαίνεται ότι οι ώρες λειτουργίας και εναλλαγών που προκύπτουν από το μοντέλο DECIS είναι συγκρίσιμες με αυτές που προκύπτουν από την λύση του ντετερμινιστικού μοντέλου. Αντίθετα, το στοχαστικό μοντέλο επιβάλλει μείωση του συνολικού χρόνου λειτουργίας και αύξηση του συνολικού χρόνου εναλλαγών του.

Στο Σχήμα 4.19 παρουσιάζεται ο αριθμός των παραγόμενων τεμαχίων που παρήχθησαν κατά την διάρκεια της 2^{ης} εβδομάδας ζήτησης για τη μελέτη περίπτωσης 1, για τα τέσσερα διαφορετικά μαθηματικά μοντέλα.



Σχήμα 4.19 Συνολική παραγόμενη ποσότητα τεμαχίων για τα τέσσερα διαφορετικά μαθηματικά μοντέλα για τη μελέτη περίπτωσης 1 για την 2η εβδομάδα ζήτησης

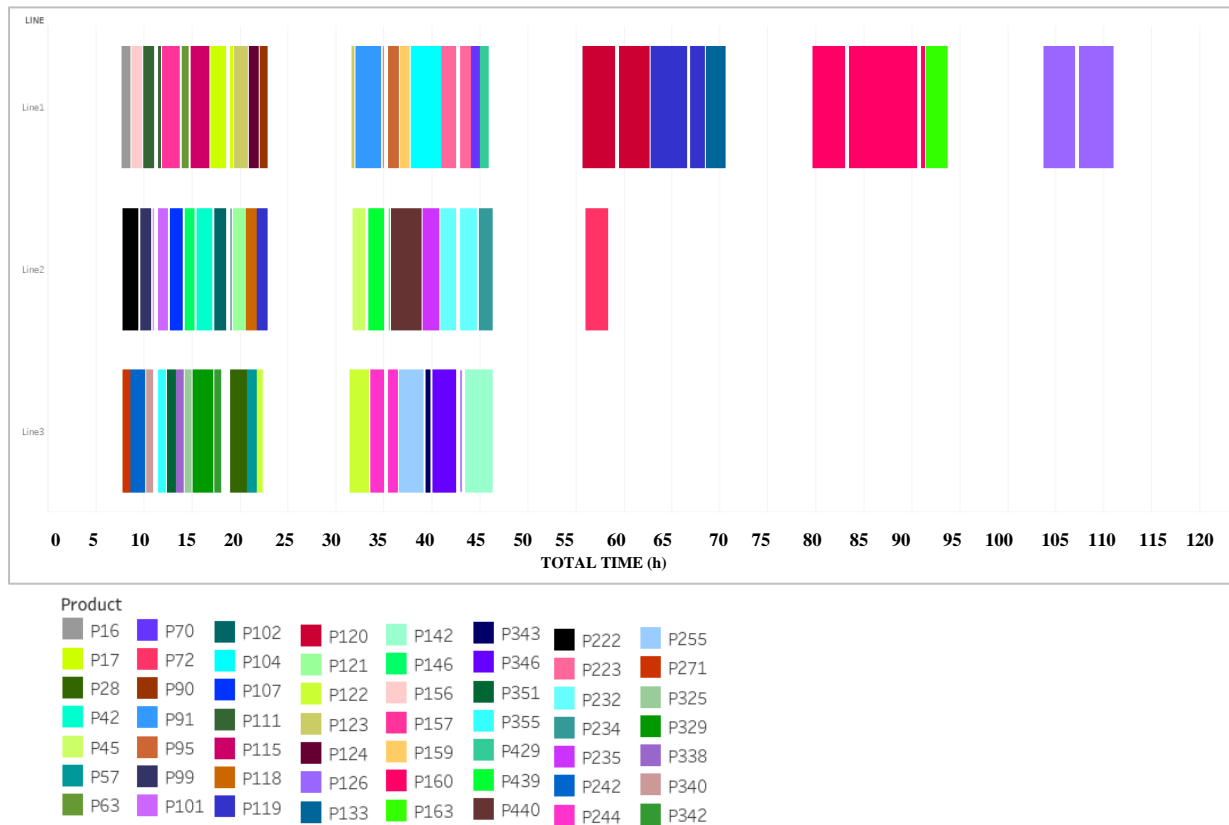
Από το Σχήμα 4.19 παρατηρείται ότι το μοντέλο της αναμενόμενης τιμής και το μοντέλο DECIS εμφανίζουν 6.8% και 4.8% αντίστοιχα αύξηση της συνολικής παραγόμενης ποσότητας. Όπως προαναφέρθηκε, στην περίπτωση όπου το επικρατέστερο σενάριο είναι το μεσαίο σενάριο ζήτησης, το στοχαστικό μοντέλο επιλέγει να διατηρήσει την παραγωγή του σε παρόμοια επίπεδα, παράγοντας τα προϊόντα που αντιστοιχούν στο μεσαίο σενάριο ζήτησης, χωρίς να λαμβάνει υπόψη την 25% πιθανότητα εμφάνισης του υψηλού σεναρίου.

4.2.3 Μελέτη Περίπτωσης 2

Στην μελέτη περίπτωσης 2 εξετάζεται η περίπτωση όπου το χαμηλό σενάριο ζήτησης έχει την μεγαλύτερη πιθανότητα εμφάνισης. Πιο συγκεκριμένα, οι πιθανότητες εμφάνισης του κάθε σεναρίου ζήτησης στο υπό μελέτη σενάριο είναι οι εξής:

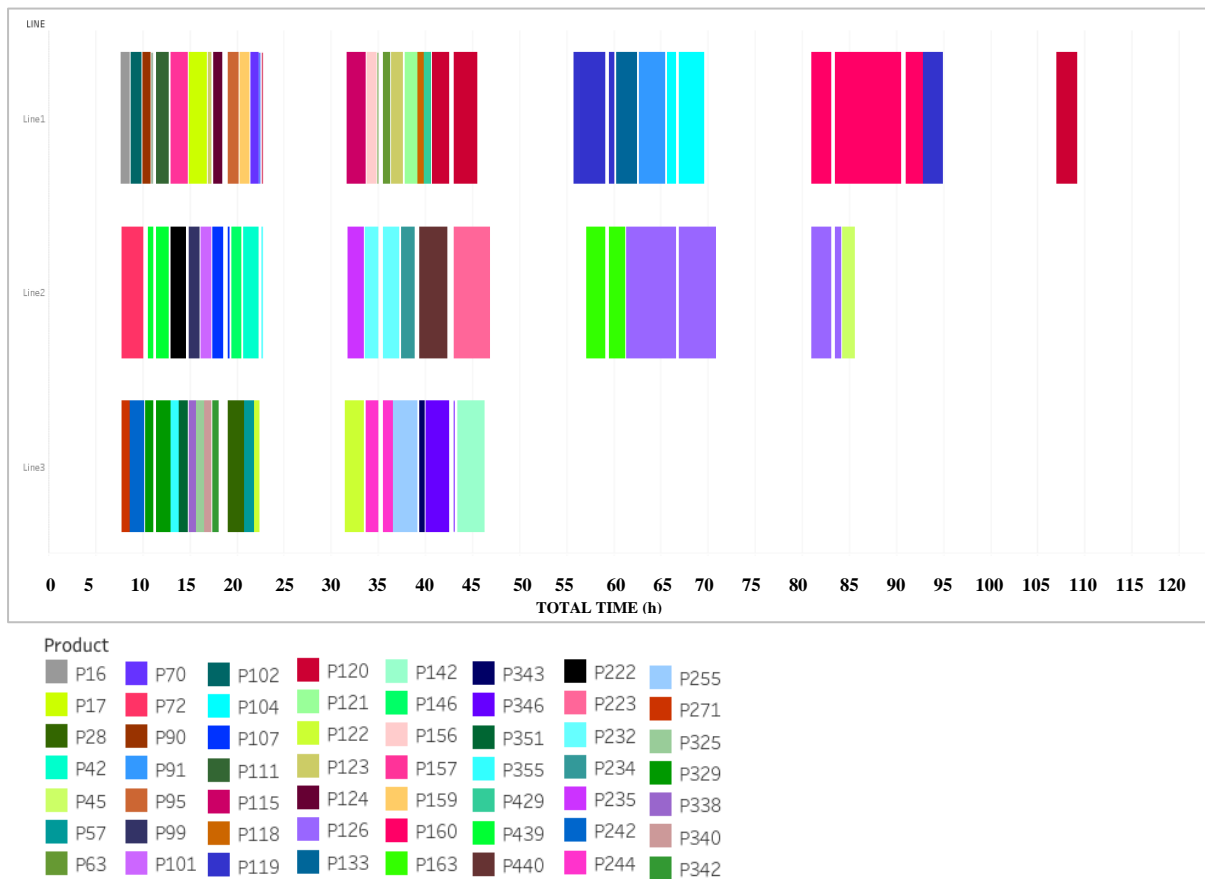
- Χαμηλό σενάριο ζήτησης με 70% πιθανότητα εμφάνισης
- Μεσαίο σενάριο ζήτησης με 25% πιθανότητα εμφάνισης
- Υψηλό σενάριο ζήτησης με 5% πιθανότητα εμφάνισης.

Σύμφωνα με τον παραπάνω συνδυασμό πιθανοτήτων επιλύεται το μοντέλο αναμενόμενης τιμής, το στοχαστικό μοντέλο και το μοντέλο DECIS, τα αποτελέσματα των οποίων παρουσιάζονται στα Σχήματα 4.20, 4.21 και 4.22 αντίστοιχα.



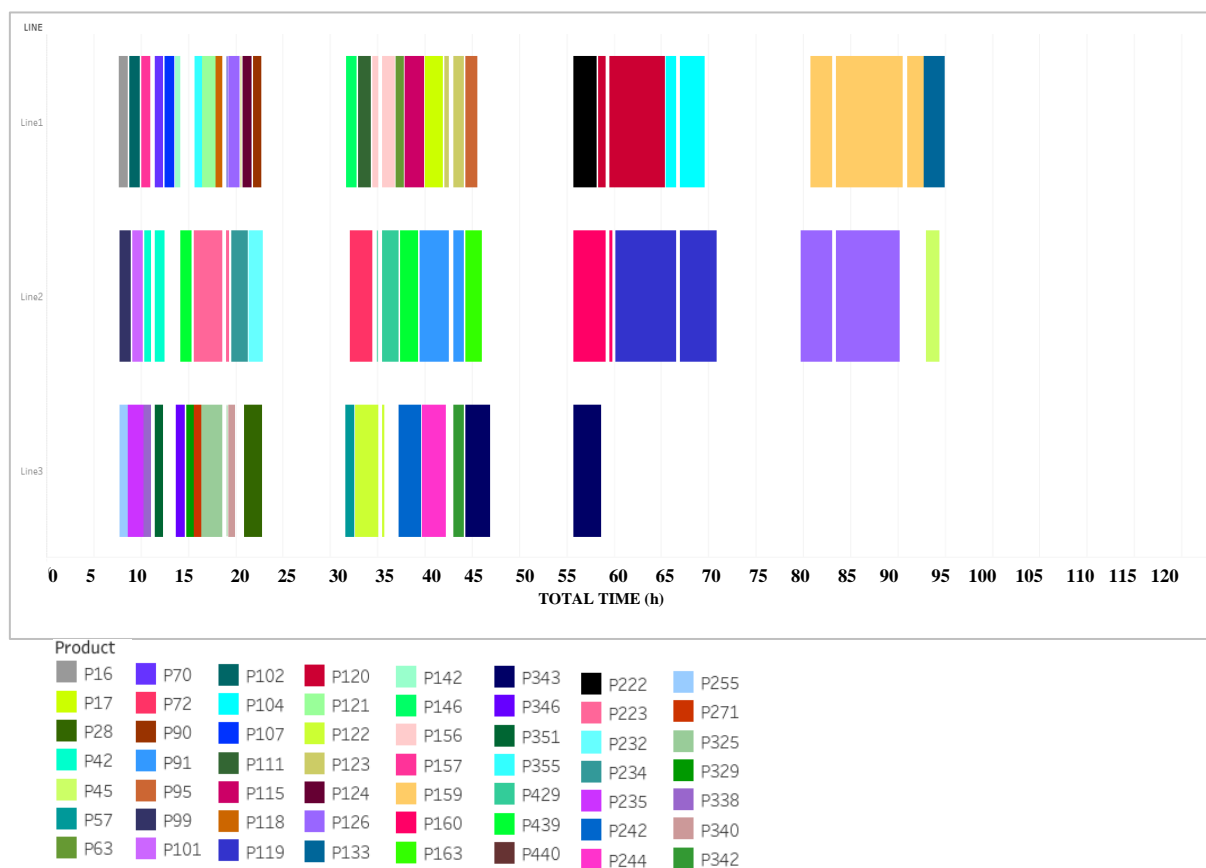
Σχήμα 4.20 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου της αναμενόμενης τιμής για την 2η εβδομάδα ζήτησης και για τη μελέτη περίπτωσης 2

Στο Σχήμα 4.6 παρουσιάζεται ο εβδομαδιαίος χρονοπρογραμματισμός της παραγωγής ο οποίος προέκυψε από την επίλυση του μαθηματικού μοντέλου της αναμενόμενης τιμής για τη μελέτη περίπτωσης 2. Εφόσον το χαμηλό σενάριο ζήτησης είναι το επικρατέστερο η τιμή της ζήτησης που προκύπτει είναι μικρότερη. Το μαθηματικό μοντέλο επιλέγει να «φορτώσει» την γραμμή παραγωγής 1 και να ελαττώσει τον χρόνο λειτουργίας στην γραμμή 2 και 3. Συγκεκριμένα, παρατηρείται 12.8% αύξηση του χρόνου λειτουργίας της γραμμής 1, 45.6% μείωση του χρόνου της γραμμής 2 και 7% μείωση του χρόνου λειτουργίας της γραμμής 3.



Σχήμα 4.21 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του στοχαστικού μοντέλου για την 2η εβδομάδα ζήτησης και για τη μελέτη περίπτωσης 2

Στο Σχήμα 4.21 απεικονίζεται ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής ο οποίος προέκυψε από την επίλυση του στοχαστικού μαθηματικού μοντέλου. Σε αντίθεση με τη μελέτη περίπτωσης 1, όπου το στοχαστικό μοντέλο διατηρεί σχεδόν αμετάβλητη τη γραμμή παραγωγής, σε αυτή την περίπτωση, όπου υπερισχύει το χαμηλό σενάριο ζήτησης, παρατηρείται μείωση στους χρόνους λειτουργίας των γραμμών 2 και 3. Συγκεκριμένα, η γραμμή 2 λειτουργεί 45 ώρες το οποίο αντιστοιχεί σε 21% μείωση και η γραμμή 3 αφιερώνει 28 ώρες το οποίο αντιστοιχεί σε 6.6% μείωση του χρόνου λειτουργίας της. Η γραμμή 1 λειτουργεί τις ίδιες ώρες.



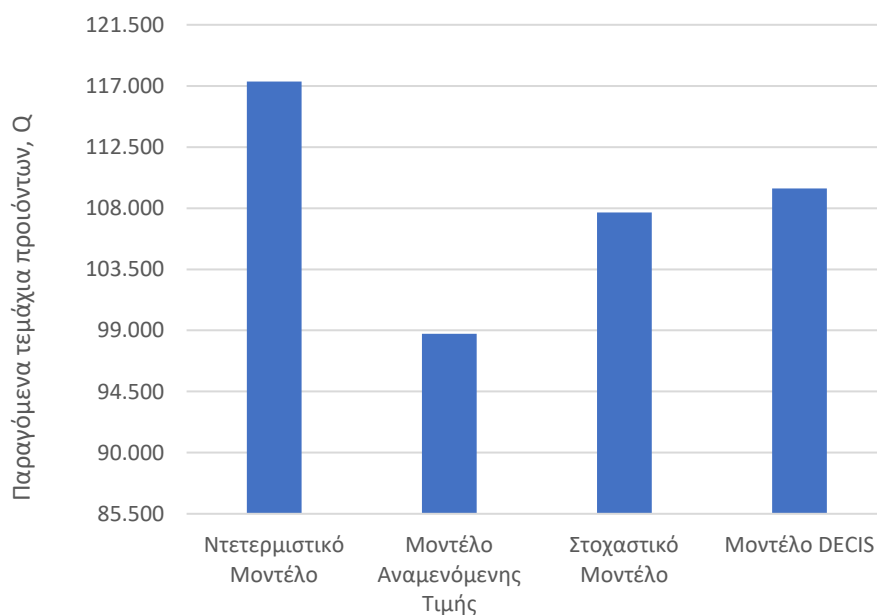
Σχήμα 4.22 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου DECIS για την 2η εβδομάδα ζήτησης και για τη μελέτη περίπτωσης 2

Τέλος, στο Σχήμα 4.22 απεικονίζεται ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής όπως προέκυψε από την επίλυση του μαθηματικού μοντέλου DECIS. Παρατηρείτε ότι και σε αυτήν την περίπτωση η σειρά παραγωγής των προϊόντων παραμένει ίδια με τη σειρά παραγωγής προϊόντων του ντετερμινιστικού μοντέλου. Συνεπώς λόγω της περιορισμένης ευελιξίας του μοντέλου, ο χρόνος λειτουργίας της κάθε γραμμής δεν μεταβάλλεται σημαντικά. Πιο συγκεκριμένα, στην γραμμή 1 παρατηρήθηκε 7.5 % μείωση του χρόνου λειτουργίας, στην γραμμή 2 10% μείωση του χρόνου λειτουργίας και στην γραμμή 3 4.7% μείωση του χρόνου λειτουργίας. Στον Πίνακα 4.5 παρατίθενται οι ώρες λειτουργίας και εναλλαγών που αφιερώνουν οι γραμμές παραγωγής όπως προέκυψε από την επίλυση των τεσσάρων υπό μελέτη μοντέλων.

Πίνακας 4.5 Ώρες λειτουργίας, ώρες εναλλαγών και στατιστικά στοιχεία επίλυσης των μοντέλων για τη μελέτη περίπτωσης 2 και για την 2η εβδομάδα ζήτησης

Μελέτη Περίπτωσης 2 2 ^η εβδομάδα ζήτησης	Ντετερμινιστικό Μοντέλο	Μοντέλο Αναμενόμενης Τιμής	Στοχαστικό Μοντέλο	Μοντέλο DECIS
Χρόνος επίλυσης (min)	22.4	21.7	10	44 sec
Απόκλιση από την βέλτιστη λύση	8.3%	8.4%	0%	0%
Ώρες Λειτουργίας	142 h	94 h	130 h	134 h
Ώρες Εναλλαγών	13.7 h	12.64 h	13.77 h	14.9 h

Όπως φαίνεται στον Πίνακα 4.5, το μοντέλο αναμενόμενης τιμής προβλέπει λιγότερες ώρες λειτουργίας για την μονάδα σε σύγκριση με τα αποτελέσματα από το στοχαστικό μοντέλο και το μοντέλο DECIS. Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι το μοντέλο DECIS ακολουθεί μια συγκεκριμένη αλληλουχία παραγωγής προϊόντων, συνεπώς για χαμηλή ζήτηση προϊόντων ο χρόνος εναλλαγής αυτών αυξάνεται. Συγκεκριμένα ο χρόνος εναλλαγής των προϊόντων για τον μοντέλο DECIS αυξήθηκε κατά 8.9 %.



Σχήμα 4.23 Συνολική παραγόμενη ποσότητα τεμαχίων για τα τέσσερα διαφορετικά μαθηματικά μοντέλα για τη μελέτη περίπτωσης 2 για την 2η εβδομάδα ζήτησης

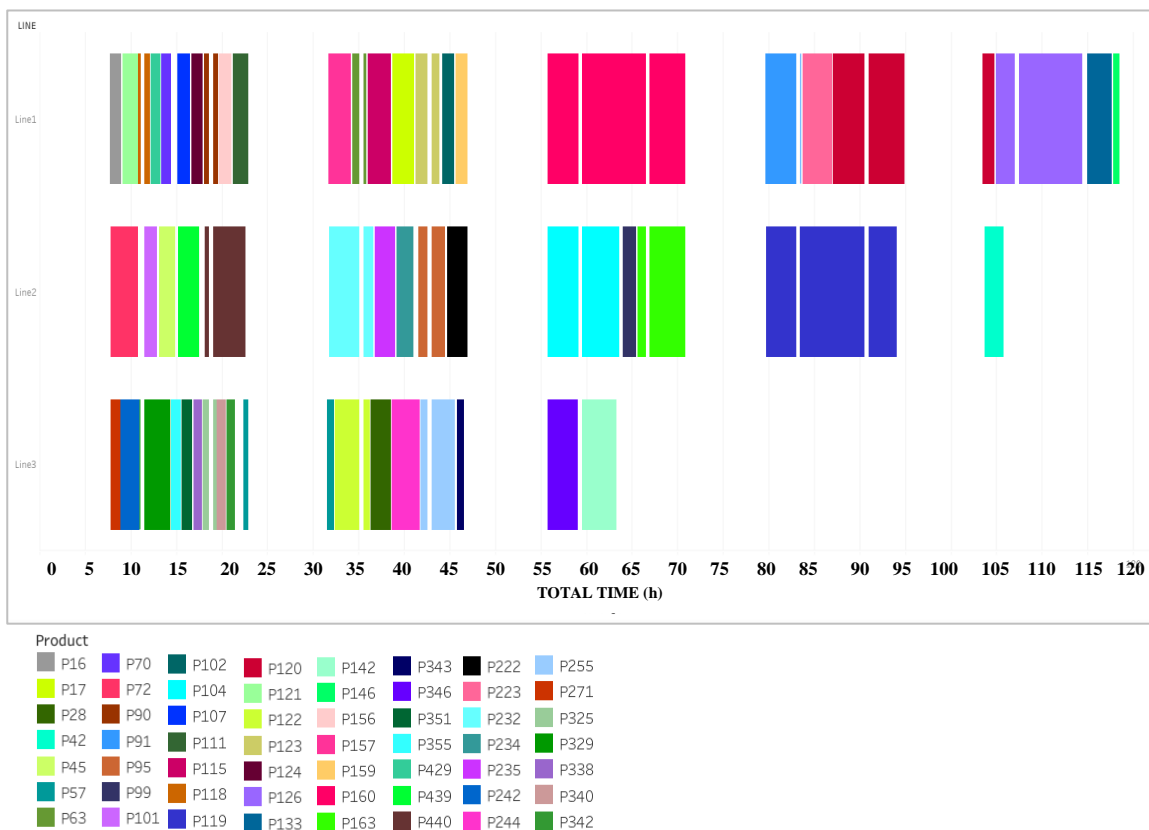
Στο Σχήμα 4.23 παρουσιάζεται ο αριθμός των τεμαχίων που παράχθηκαν κατά την διάρκεια της 2^{ης} εβδομάδας ζήτησης στη μελέτη περίπτωσης 2, για τα τέσσερα διαφορετικά μαθηματικά μοντέλα. Παρατηρείται ότι η συνολική παραγόμενη ποσότητα προϊόντων σύμφωνα με το μοντέλο της αναμενόμενης τιμής εμφανίζει 15.8 % μείωση ενώ αυτή που προκύπτει από το στοχαστικό μοντέλο και το μοντέλο DECIS είναι μικρότερη κατά 8.2% και 6.7% αντίστοιχα.

4.2.4 Μελέτη Περίπτωσης 3

Στην μελέτη περίπτωσης 3 εξετάζεται η περίπτωση όπου το υψηλό σενάριο ζήτησης έχει την μεγαλύτερη πιθανότητα εμφάνισης. Πιο συγκεκριμένα, οι πιθανότητες εμφάνισης του κάθε σεναρίου ζήτησης στο υπό μελέτη σενάριο είναι οι εξής:

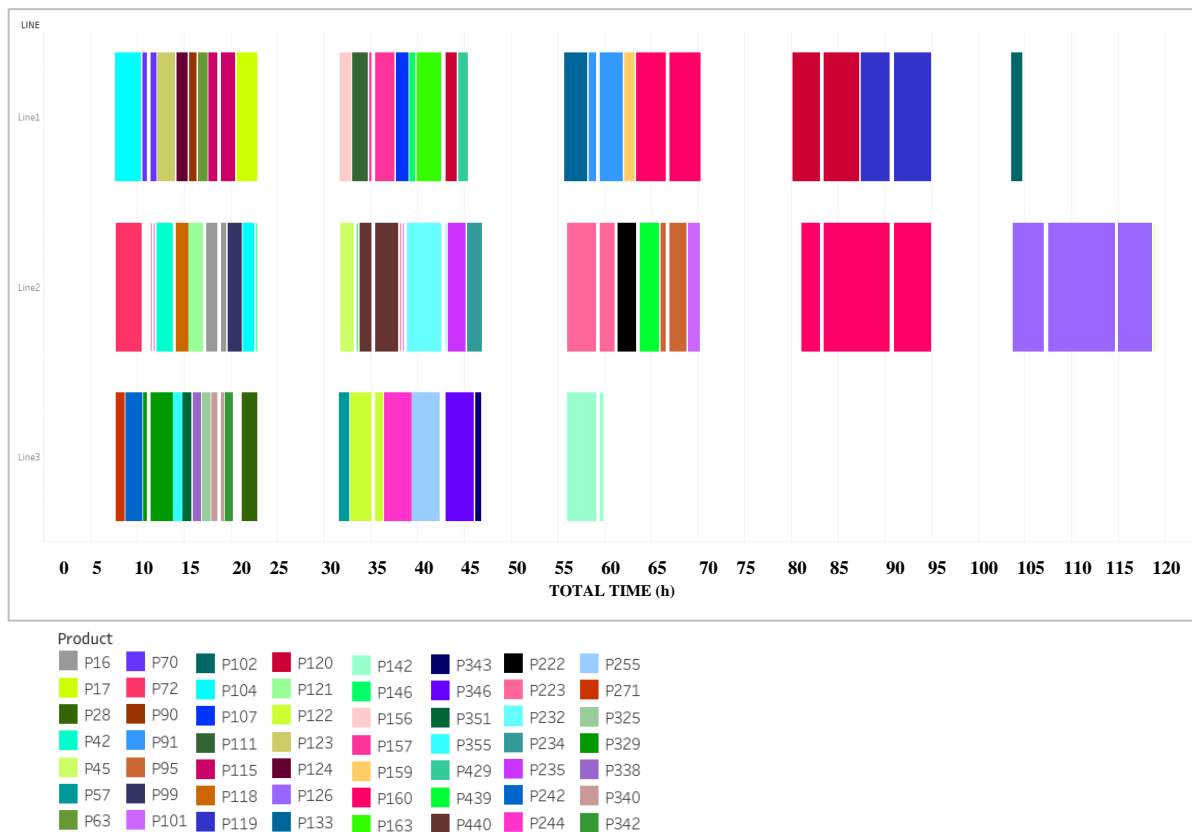
- Χαμηλό σενάριο ζήτησης με 5% πιθανότητα εμφάνισης
- Μεσαίο σενάριο ζήτησης με 25% πιθανότητα εμφάνισης
- Υψηλό σενάριο ζήτησης με 70% πιθανότητα εμφάνισης.

Σύμφωνα με τον παραπάνω συνδυασμό πιθανοτήτων επιλύεται το μοντέλο της αναμενόμενης τιμής, το στοχαστικό μοντέλο και το μοντέλο DECIS, τα αποτελέσματα των οποίων παρουσιάζονται στα Σχήματα 4.24, 4.25 και 4.26 αντίστοιχα.



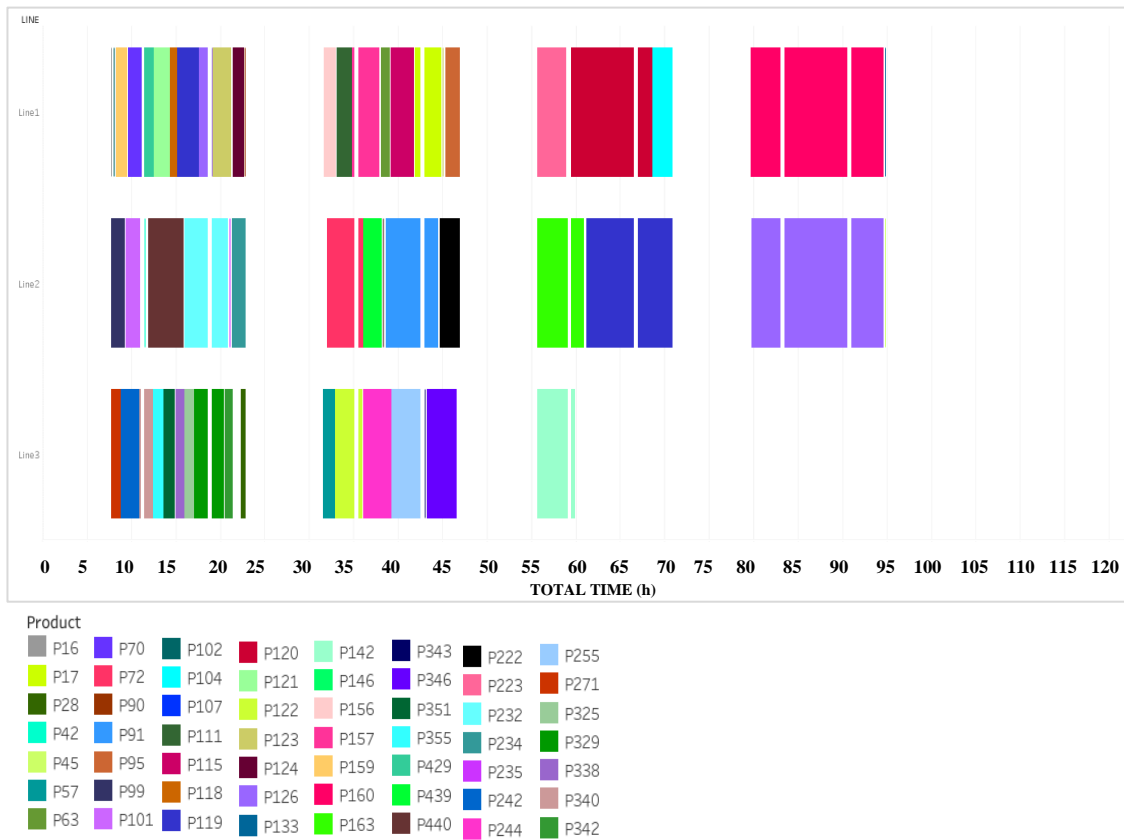
Σχήμα 4.24 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου αναμενόμενης τιμής για την 2η εβδομάδα ζήτησης και για τη μελέτη περίπτωσης 3

Για την περίπτωση μελέτης 3 για την 1^η εβδομάδα ζήτησης, διαπιστώθηκε ότι οι γραμμές παραγωγής 1 και 2 δεν μπόρεσαν να ανταποκριθούν σε μια τόσο αισθητή αύξηση της ζήτησης λόγω του υψηλού φόρτου παραγωγής. Ωστόσο η 2^η εβδομάδα ζήτησης δεν είναι τόσο φορτωμένη γεγονός το οποίο επιτρέπει στις γραμμές 1 και 2 να μπορούν να ανταποκριθούν στην αυξημένη ζήτηση. Συγκεκριμένα, σύμφωνα με το Σχήμα 4.24, παρατηρήθηκε 27% αύξηση του χρόνου λειτουργίας στην γραμμή 1, 3.5% αύξηση στη γραμμή 2 και 20% αύξηση στη γραμμή 3.



Σχήμα 4.25 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του στοχαστικού μοντέλου για την 2η εβδομάδα ζήτησης και για τη μελέτη περίπτωσης 3

Στο Σχήμα 4.25 αποτυπώνεται ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής για τη μελέτη περίπτωσης 3 ο οποίος προέκυψε από την επίλυση του στοχαστικού μαθηματικού μοντέλου. Παρατηρείται αύξηση του χρόνου λειτουργίας και των τριών γραμμών παραγωγής, ωστόσο, ενδιαφέρον παρουσιάζει το γεγονός ότι σε αυτή την περίπτωση το μοντέλο επιλέγει να αυξήσει σημαντικά την παραγωγή στη γραμμή 2 ενώ τις προηγούμενες φορές επέλεγε την γραμμή 1. Συγκεκριμένα, ο χρόνος λειτουργίας της γραμμής 2 αυξήθηκε 22%, στη γραμμή 1 2.4% και στην γραμμή 3 αυξήθηκε 8.6%.



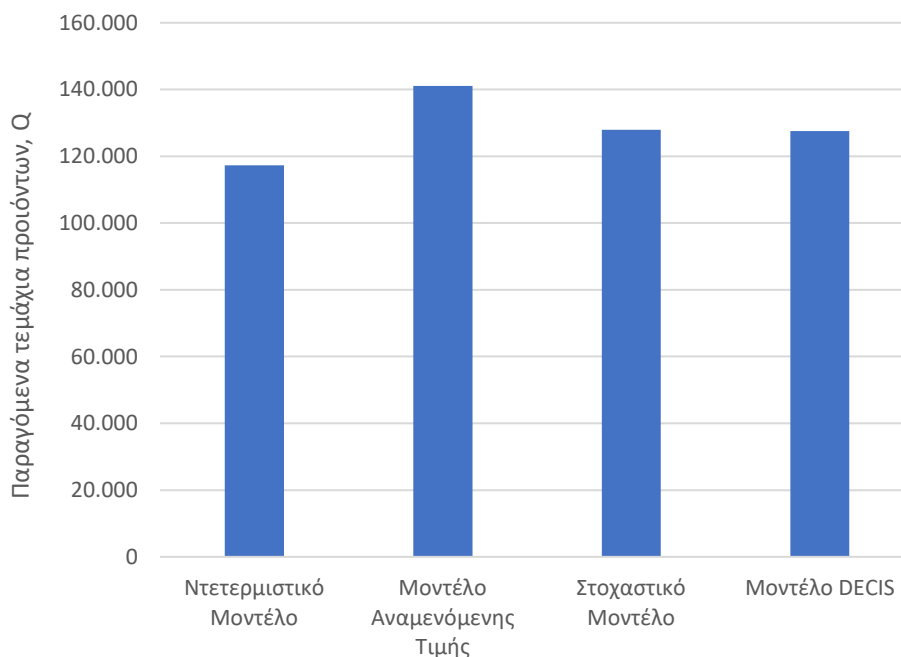
Σχήμα 4.26 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου DECIS για την 2η εβδομάδα ζήτησης και για τη μελέτη περίπτωσης 3

Στο Σχήμα 4.26 απεικονίζεται ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής ο οποίος προέκυψε από την επίλυση του μοντέλου DECIS για την μελέτη περίπτωση 3. Παρατηρείται ότι ο συνολικός χρόνος λειτουργίας παρουσιάζει μια αύξηση ενώ ο συνολικός χρόνος εναλλαγών των προϊόντων ελαττώνεται και στις τρεις γραμμές παραγωγής. Στον Πίνακα 4.6 παρατίθενται οι ώρες λειτουργίας και εναλλαγών που αφιερώνουν οι γραμμές παραγωγής όπως προέκυψε από την επίλυση των τεσσάρων υπό μελέτη μοντέλων

Πίνακας 4.6 Ώρες λειτουργίας, ώρες εναλλαγών και στατιστικά στοιχεία επίλυσης των μοντέλων για τη μελέτη περίπτωσης 3 και για την 2η εβδομάδα ζήτησης

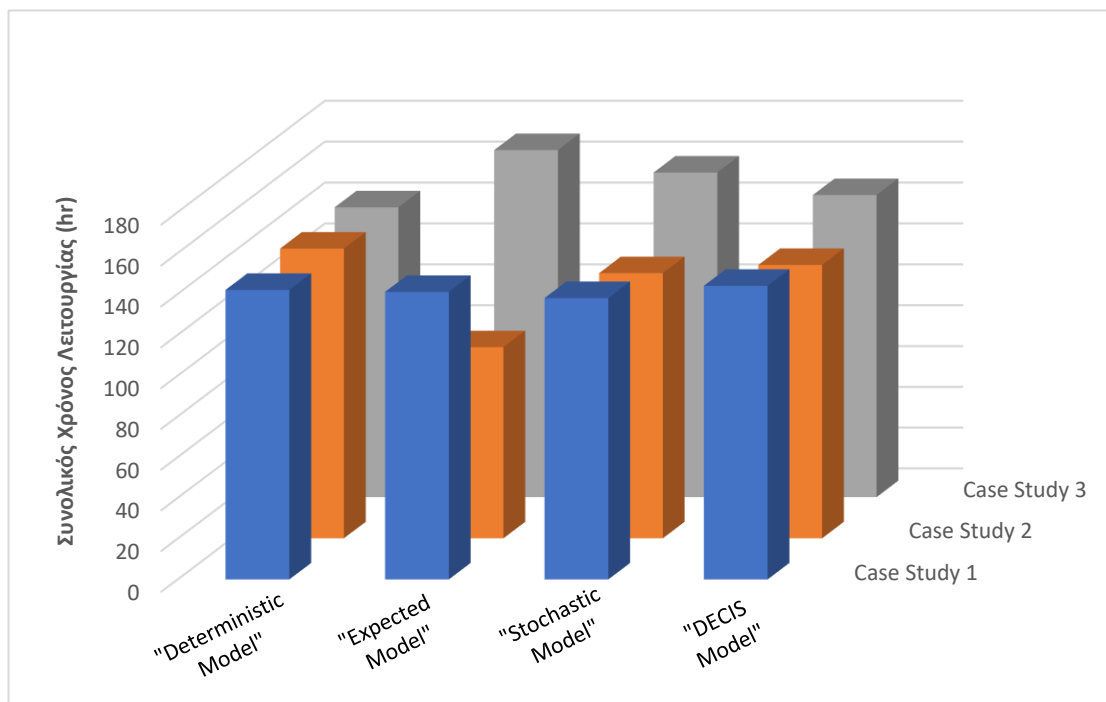
Μελέτη Περίπτωσης 3 2 ^η εβδομάδα ζήτησης	Ντετερμινιστικό Μοντέλο	Μοντέλο Αναμενόμενης Τιμής	Στοχαστικό Μοντέλο	Μοντέλο DECIS
Χρόνος επίλυσης (min)	22.4	29.8	15	45 sec
Απόκλιση από την βέλτιστη λύση	8.3 %	9.3%	0%	0%
Ώρες Λειτουργίας	142 h	164.5 h	159 h	148.5 h
Ώρες Εναλλαγών	13.7 h	12.48 h	15.75 h	13.11 h

Από τον Πίνακα 4.6 φαίνεται ότι το μοντέλο αναμενόμενης τιμής παρουσιάζει μια σημαντική αύξηση στον χρόνο λειτουργίας της παραγωγής σε σύγκριση με τα υπόλοιπα μοντέλα. Συγκεκριμένα, παρουσιάζει αύξηση της τάξης του 16.2%, ενώ το στοχαστικό μοντέλο και το μοντέλο DECIS εμφανίζουν αυξήσεις της τάξης του 12% και 4.5% αντίστοιχα. Επίσης, οι ώρες εναλλαγών στο στοχαστικό μοντέλο εμφανίζουν σημαντική αύξηση.



Σχήμα 4.27 Συνολική παραγόμενη ποσότητα τεμαχίων για τα τέσσερα διαφορετικά μαθηματικά μοντέλα για τη μελέτη περίπτωσης 3 για τη 2η εβδομάδα ζήτησης

Στο Σχήμα 4.27 παρουσιάζεται ο αριθμός των παραγόμενων τεμαχίων που παράχθηκαν κατά την διάρκεια της 2^{ης} εβδομάδας ζήτησης στη μελέτη περίπτωσης 3, από τα τέσσερα διαφορετικά μαθηματικά μοντέλα. Παρατηρείται ότι η συνολική ποσότητα των προϊόντων για την μελέτη περίπτωσης 3 αυξάνεται, κάτι που είναι λογικό λόγω της κυριαρχίας του υψηλού σεναρίου ζήτησης. Το μοντέλο της αναμενόμενης τιμής οδηγεί σε 20% αύξηση των παραγόμενων προϊόντων ενώ το στοχαστικό μοντέλο και το μοντέλο DECIS οδηγούν σε αυξήσεις της τάξης του 9.1% και 8.7% αντίστοιχα.



Σχήμα 4.28 Χρόνος Λειτουργίας παραγωγής σε κάθε μελέτη περίπτωσης όπως προκύπτει από τα 4 μαθηματικά μοντέλα για την 2η εβδομάδα.

Τέλος στο Σχήμα 4.28 παρουσιάζονται οι χρόνοι λειτουργίας της μονάδας για κάθε περίπτωση μελέτης, όπως προκύπτουν από την επίλυση των τεσσάρων μαθηματικών μοντέλων. Παρατηρείται ότι υπάρχει μια σημαντική ομοιότητα μεταξύ των αποτελεσμάτων του στοχαστικού μοντέλου και του μοντέλου DECIS για όλες τις περιπτώσεις μελέτης. Σε αντίθεση, το μοντέλο της αναμενόμενης τιμής ακολουθεί μια διαφορετική προσέγγιση της αβεβαιότητας καθώς επηρεάζεται σημαντικά από τις ακραίες πιθανότητες των σεναρίων ζήτησης. Όπως φαίνεται στο διάγραμμα, για την μελέτη περίπτωσης 2, στην οποία το σενάριο της χαμηλής ζήτησης έχει την υψηλότερη πιθανότητα, προκύπτει ότι το μοντέλο αναμενόμενης τιμής απαιτεί περίπου 27.8% λιγότερο χρόνο σε αντίθεση με τον χρόνο που προκύπτει από το στοχαστικό μοντέλο και το μοντέλο DECIS, ενώ για την μελέτη περίπτωσης 3 φαίνεται να απαιτείται 3.05%

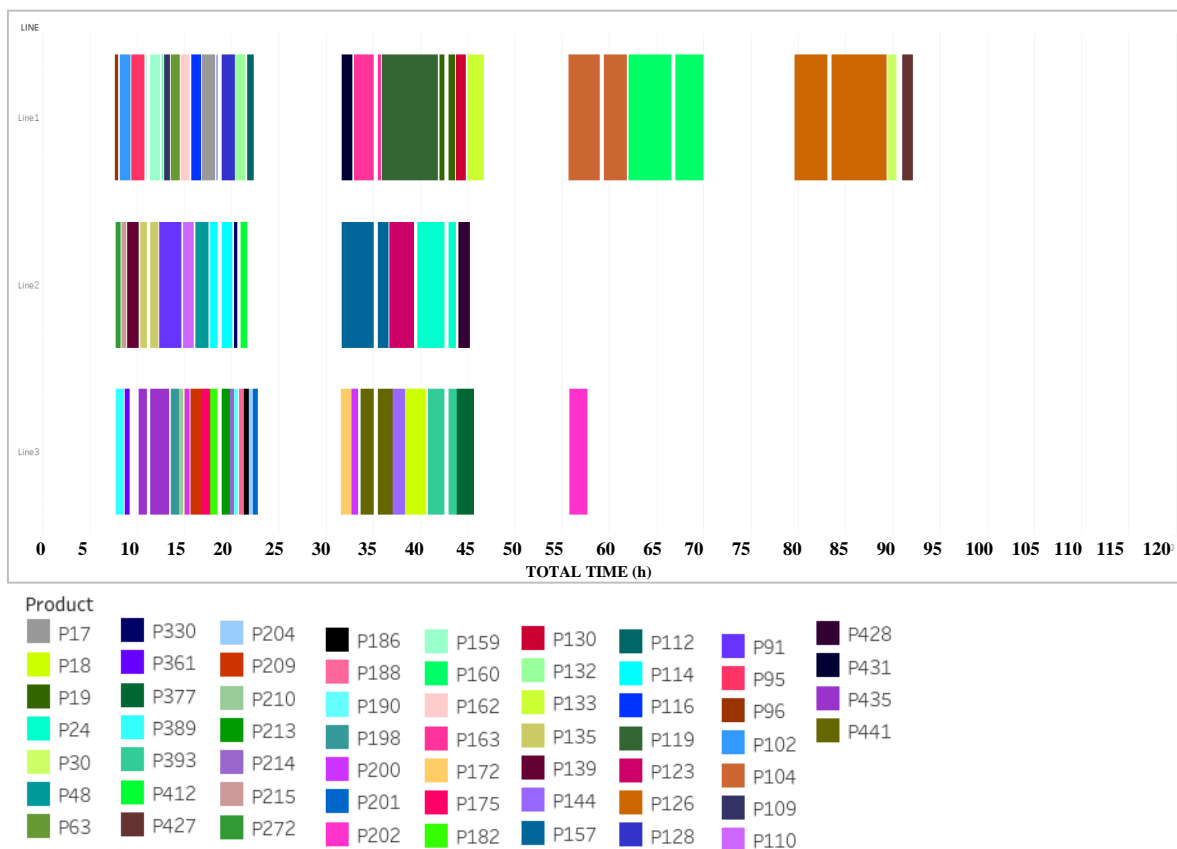
περισσότερος χρόνος. Αυτή η σύγκριση αποδεικνύει την ανωτερότητα του στοχαστικού μοντέλου και του μοντέλου DECIS στη διαχείριση της αβεβαιότητας στις μεταβαλλόμενες απαιτήσεις της ζήτησης.

4.3 Χρονοπρογραμματισμός παραγωγής της βιομηχανικής μονάδας παραγωγής κονιαμάτων- 3^η εβδομαδιαία ζήτηση

Σε αυτή την ενότητα, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την επίλυση των τεσσάρων μαθηματικών μοντέλων για τις τρεις διαφορετικές περιπτώσεις συνδυασμών των πιθανοτήτων της ζήτησης για την 3^η εβδομαδιαία ζήτηση. Η 3^η εβδομάδα παραγωγής χαρακτηρίζεται ως μια εβδομάδα με χαμηλό φορτίο ζήτησης

4.3.1 Αποτελέσματα Ντετερμινιστικού Μοντέλου

Στο Σχήμα 4.29 παρουσιάζεται ο εβδομαδιαίος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής ο οποίος προέκυψε από την επίλυση του ντετερμινιστικού μοντέλου (deterministic model) για την 3^η εβδομαδιαία ζήτηση.



Σχήμα 4.29 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του ντετερμινιστικού μοντέλου για την 3η εβδομαδιαίας ζήτησης

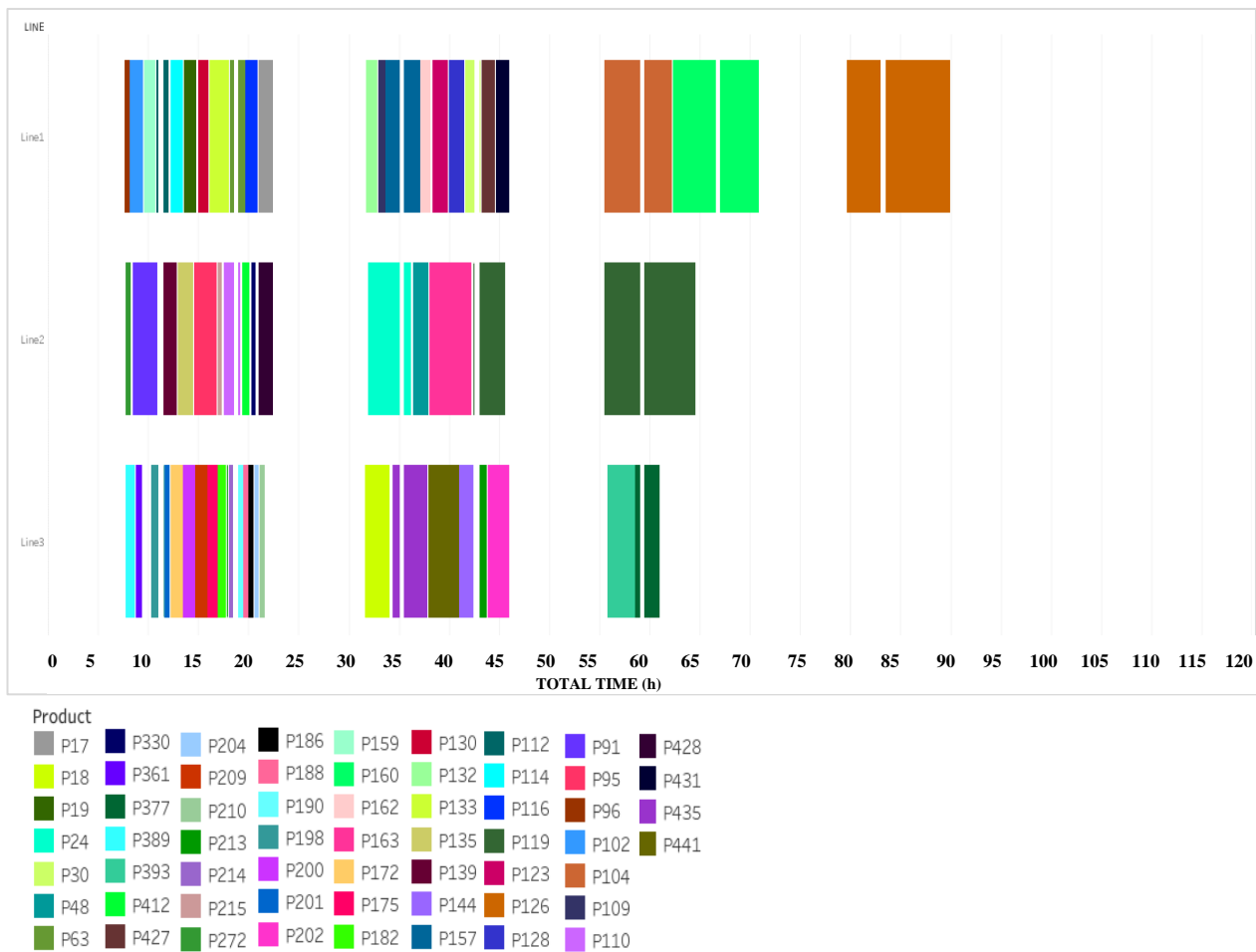
Από το Σχήμα 4.29 προκύπτει ότι η 3^η εβδομαδιαία ζήτηση αφορά μια εξαιρετικά χαλαρή εβδομάδα παραγωγής καθώς η γραμμή 2 λειτουργεί μόνο τις δύο πρώτες ημέρες της εβδομάδας με τον συνολικό χρόνο λειτουργίας να ισούται με 26 ώρες καθώς και η γραμμή 3 λειτουργεί μόνο 30 ώρες παραμένοντας ανενεργή τις δύο τελευταίες ημέρες της εβδομάδας. Η γραμμή 1 αφιερώνει 53 ώρες συνολικά για την παραγωγή των προϊόντων. Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι ο χρονοπρογραμματισμός της παραγωγής που προέκυψε από την λύση του ντετερμινιστικού μοντέλου (Σχήμα 4.29) παραμένει αμετάβλητος για την 3^η εβδομάδα ζήτησης, ανεξαρτήτως της μελέτης περίπτωσης που μελετάται, καθώς η τιμή της ζήτησης στο ντετερμινιστικό μοντέλο είναι η προκαθορισμένη και σταθερή.

4.3.2 Μελέτη Περίπτωσης 1

Όπως προαναφέρθηκε, στην μελέτη περίπτωσης 1 εξετάζεται η περίπτωση όπου το μεσαίο σενάριο ζήτησης έχει την υψηλότερη πιθανότητα εμφάνισης. Πιο συγκεκριμένα, οι πιθανότητες εμφάνισης του κάθε σεναρίου ζήτησης στο υπό μελέτη σενάριο είναι οι εξής:

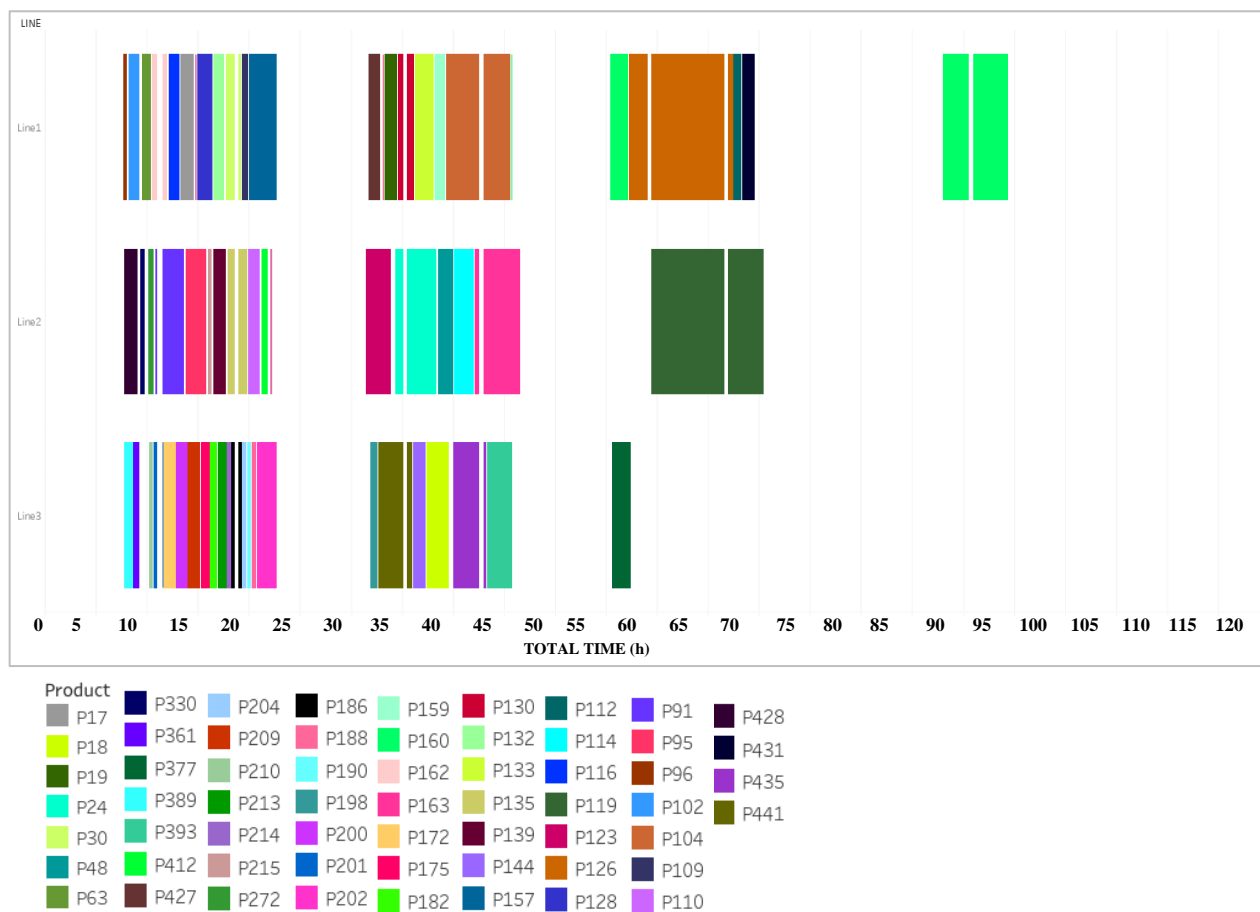
- Χαμηλό σενάριο ζήτησης με 5% πιθανότητα εμφάνισης
- Μεσαίο σενάριο ζήτησης με 70% πιθανότητα εμφάνισης
- Υψηλό σενάριο ζήτησης με 25% πιθανότητα εμφάνισης.

Σύμφωνα με τον παραπάνω συνδυασμό πιθανοτήτων επιλύεται το μοντέλο αναμενόμενης τιμής, το στοχαστικό μοντέλο και το μοντέλο DECIS, τα αποτελέσματα των οποίων παρουσιάζονται στα Σχήματα 4.30, 4.31 και 4.32 αντίστοιχα.



Σχήμα 4.30 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου της αναμενόμενης τιμής για την 3η εβδομαδιαία ζήτηση και για την μελέτη περίπτωσης 1

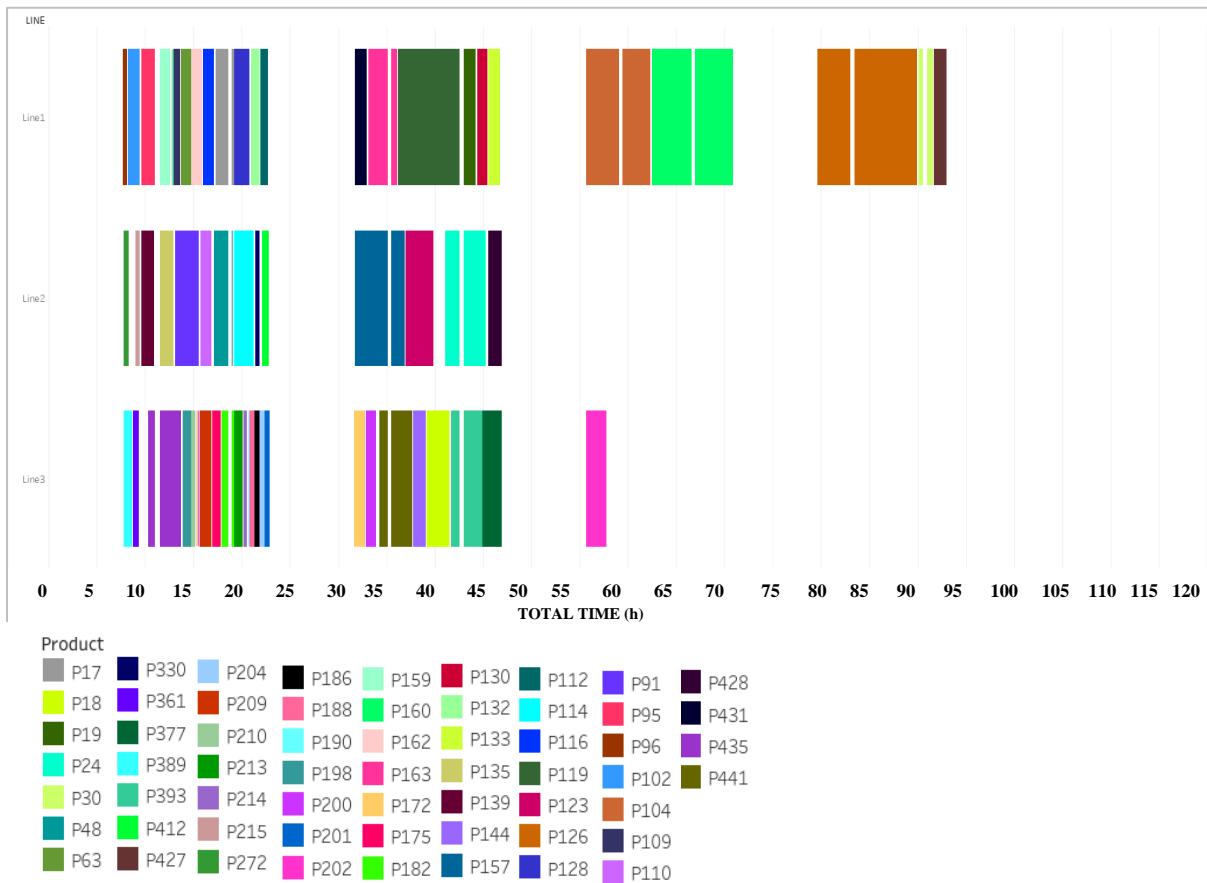
Στο σχήμα 4.30 παρουσιάζεται ο εβδομαδιαίος χρονοπρογραμματισμός της παραγωγής ο οποίος προέκυψε από την επίλυση του μαθηματικού μοντέλου της αναμενόμενης τιμής για την μελέτη περίπτωσης 1. Για τον λόγο ότι η ζήτηση αυξάνεται ελαφρώς παρατηρείται μια αύξηση στις ώρες λειτουργίας της γραμμής 2 η οποία όμως δεν παρουσιάζεται στις άλλες δυο γραμμές. Συγκεκριμένα, η γραμμή 2 λειτουργεί 35.5 ώρες που υποδηλώνει 35.6% αύξηση ενώ αντίθετα οι γραμμές 1 και 3 λειτουργούν 51 και 22 ώρες αντίστοιχα χωρίς να παρουσιάζουν σημαντική μεταβολή στον χρόνο λειτουργίας τους.



Σχήμα 4.31 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του στοχαστικού μοντέλου για την 3η εβδομαδιαία ζήτηση και για την μελέτη περίπτωσης 1

Στο σχήμα 4.31 παρουσιάζεται ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής που προέκυψε από την επίλυση του στοχαστικού μοντέλου.

Στην 1^η εβδομαδιαία ζήτηση και στην μελέτη περίπτωσης 1, προέκυψε ότι το στοχαστικό μοντέλο διατηρεί σχεδόν αμετάβλητο το χρονοπρογραμματισμό της παραγωγής, διατηρώντας τους χρόνους λειτουργίας στα ίδια επίπεδα. Ωστόσο, στην περίπτωση της 3^{ης} εβδομαδιαίας ζήτησης, το στοχαστικό μοντέλο φαίνεται να προσαρμόζει ανάλογα τον χρονοπρογραμματισμό της παραγωγής. Η διαφορετική αυτή προσέγγιση μπορεί να οφείλεται στο γεγονός ότι η 3^η εβδομαδιαία ζήτηση είναι λιγότερο φορτωμένη, καθιστώντας το στοχαστικό μοντέλο πιο ευέλικτο.

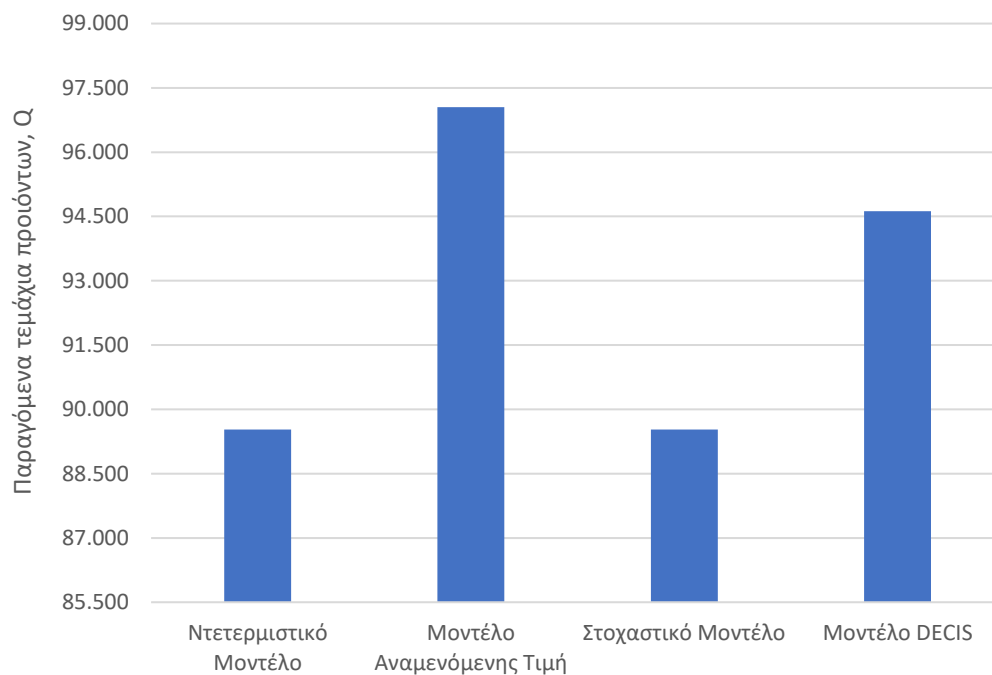


Σχήμα 4.32 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου DECIS για την 3η εβδομαδιαία ζήτηση και για την μελέτη περίπτωσης 1

Τέλος στο σχήμα 4.32 απεικονίζεται ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής ο οποίος προέκυψε από την λύση του μαθηματικού μοντέλου DECIS. Παρατηρείται ότι λόγω την αναγκαίας τήρησης της αλληλουχίας παραγωγής των προϊόντων, ο χρονοπρογραμματισμός της παραγωγής για την μελέτη περίπτωσης 1 δεν επηρεάζεται από την ύπαρξη της αβεβαιότητας καθώς παρατηρείται πολύ μικρή αύξηση στους χρόνους λειτουργίας και εναλλαγών των προϊόντων.

Πίνακας 4.7 Ώρες λειτουργίας, ώρες εναλλαγών και στατιστικά στοιχεία επίλυσης των μοντέλων για την μελέτη περίπτωσης 1 και για την 3η εβδομαδιαία ζήτηση

Μελέτη Περίπτωσης 1 3 ^η εβδομαδιαία ζήτηση	Ντετερμινιστικό Μοντέλο	Μοντέλο Αναμενόμενης Τιμής	Στοχαστικό Μοντέλο	Μοντέλο DECIS
Χρόνος επίλυσης (min)	12	15.3	6.5	22 sec
Απόκλιση από την βέλτιστη λύση	9%	9.5%	0%	0%
Ώρες Λειτουργίας	108.5 h	108 h	113 h	113.7 h
Ώρες Εναλλαγών	12.85 h	12.4 h	13.25 h	12.9 h



Σχήμα 4.33 Συνολική παραγόμενη ποσότητα τεμαχίων για τα τέσσερα διαφορετικά μαθηματικά μοντέλα για την μελέτη περίπτωσης 1 για την 3η εβδομαδιαία ζήτηση

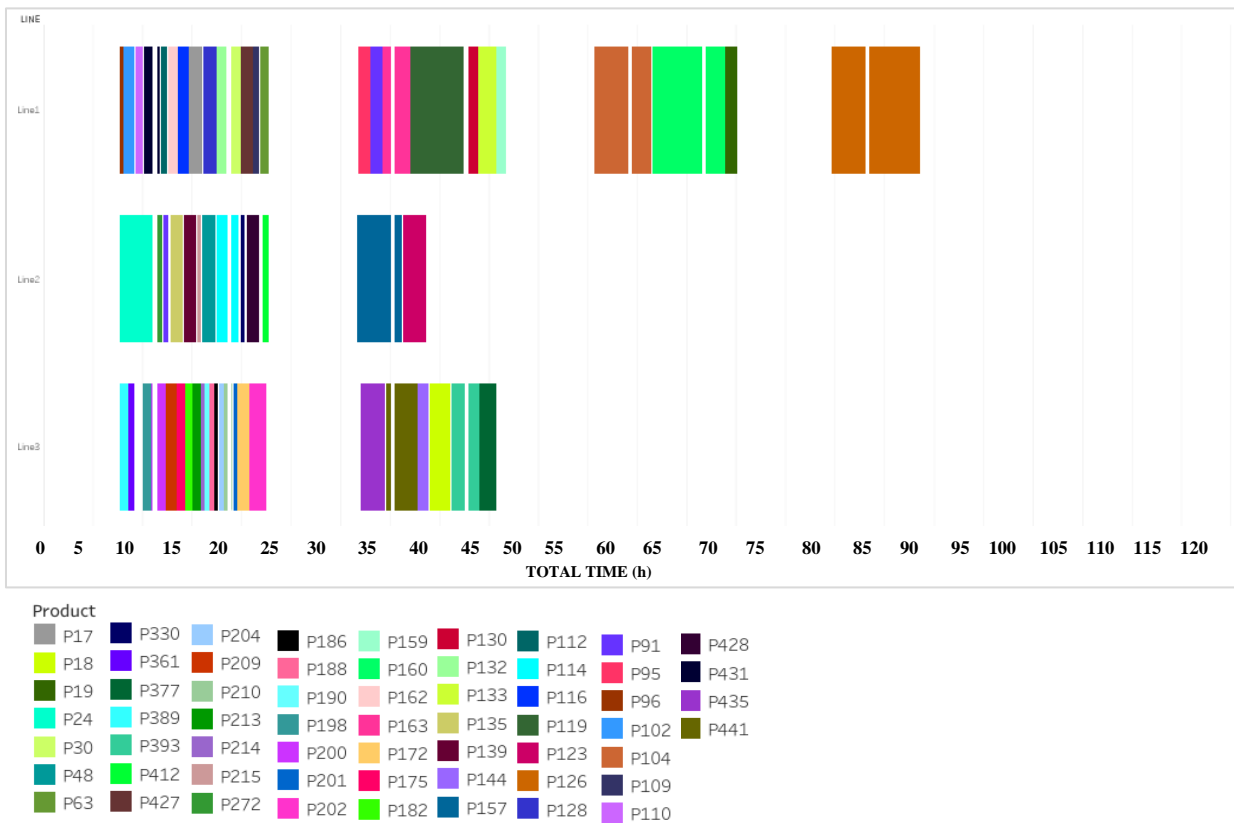
Στο Σχήμα 4.33 παρουσιάζεται ο αριθμός των παραγόμενων τεμαχίων που παρήχθησαν για την 3^η εβδομαδιαία ζήτηση, κατά την μελέτη περίπτωσης 1 από τα τέσσερα διαφορετικά μαθηματικά μοντέλα. Παρατηρείται ότι το στοχαστικό μοντέλο διατηρεί την παραγωγή προϊόντων σε παρόμοια επίπεδα με αυτή που προκύπτει από το ντετερμινιστικό μοντέλο. Από την άλλη, το μοντέλο της αναμενόμενης τιμής καθώς και το μοντέλο DECIS εμφανίζουν 8.4 % και 5.7% αντίστοιχα αύξηση της συνολικής παραγόμενης ποσότητας προϊόντων.

4.3.3 Μελέτη Περίπτωσης 2

Στη μελέτη περίπτωσης 2 εξετάζεται η περίπτωση όπου το χαμηλό σενάριο ζήτησης έχει την μεγαλύτερη πιθανότητα εμφάνισης. Πιο συγκεκριμένα, οι πιθανότητες εμφάνισης του κάθε σεναρίου ζήτησης στο υπό μελέτη σενάριο είναι οι εξής:

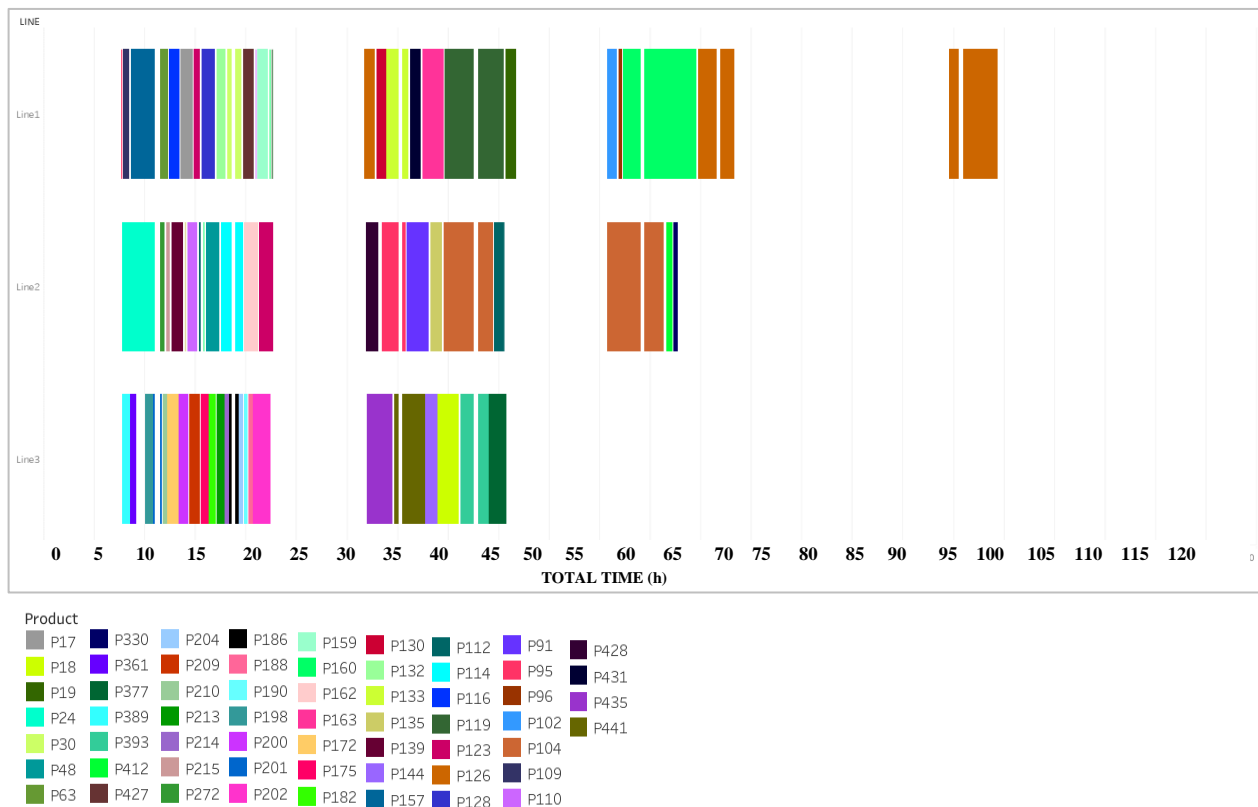
- Χαμηλό σενάριο ζήτησης με 70% πιθανότητα εμφάνισης
- Μεσαίο σενάριο ζήτησης με 25% πιθανότητα εμφάνισης
- Υψηλό σενάριο ζήτησης με 5% πιθανότητα εμφάνισης.

Σύμφωνα με τον παραπάνω συνδυασμό πιθανοτήτων επιλύεται το μοντέλο αναμενόμενης τιμής, το στοχαστικό μοντέλο και το μοντέλο DECIS, τα αποτελέσματα των οποίων παρουσιάζονται στα Σχήματα 4.34, 4.35 και 4.36 αντίστοιχα.



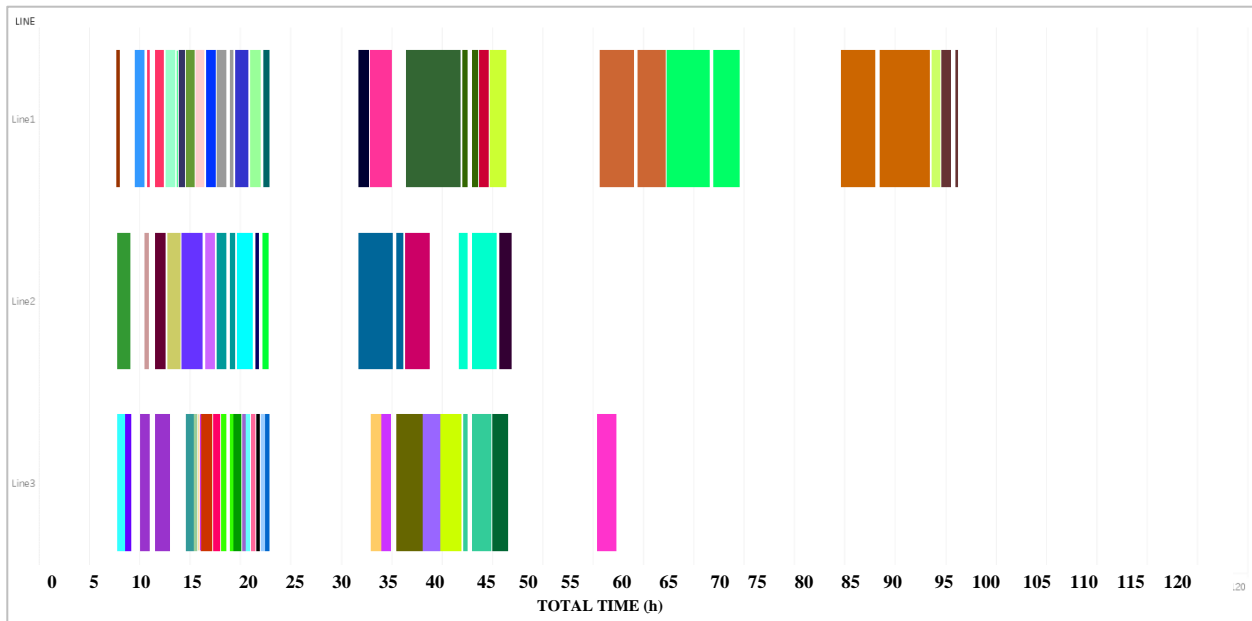
Σχήμα 4.34 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου της αναμενόμενης τιμής για την 3η εβδομαδιαία ζήτηση και για την μελέτη περίπτωσης 2

Στο Σχήμα 4.34 παρουσιάζεται ο εβδομαδιαίος χρονοπρογραμματισμός της παραγωγής ο οποίος προέκυψε από την επίλυση του μαθηματικού μοντέλου της αναμενόμενης τιμής για την μελέτη περίπτωσης 2. Η συνολική ζήτηση μειώνεται, ως εκ τούτου παρατηρείται μείωση στις ώρες λειτουργίας των γραμμών 1, 2 και 3. Συγκεκριμένα, η γραμμή 1 αφιερώνει 50 ώρες το οποίο υποδηλώνει μείωση 5.7%, η γραμμή 2 αφιερώνει 21 ώρες που αντιστοιχεί σε 18.8% μείωση ενώ η γραμμή 3 αφιερώνει 27 ώρες που αντιστοιχεί σε 8.8% μείωση του χρόνου λειτουργίας της.



Σχήμα 4.35 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του στοχαστικού μοντέλου για την 3η εβδομαδιαία ζήτηση και για την μελέτη περίπτωσης 2

Στο Σχήμα 4.35 απεικονίζεται ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής ο οποίος προέκυψε από την επίλυση του στοχαστικού μαθηματικού μοντέλου. Συγκεκριμένα καταγράφεται μείωση του χρόνου λειτουργίας της γραμμής 1 κατά 16% και της γραμμής 3 κατά 8.8%. Παρατηρείται επίσης ότι η γραμμή παραγωγής 1 φαίνεται να ολοκληρώνει την λειτουργία της την 100^η ώρα, ενώ παράλληλα παρουσιάζει ένα μεγάλο χρονικό κενό κατά το οποίο παραμένει ανενεργή. Στον Πίνακα 4.8 παρατίθενται οι ώρες λειτουργίας και εναλλαγών που αφιερώνουν οι γραμμές παραγωγής όπως προέκυψε από την λύση του στοχαστικού μαθηματικού μοντέλου.

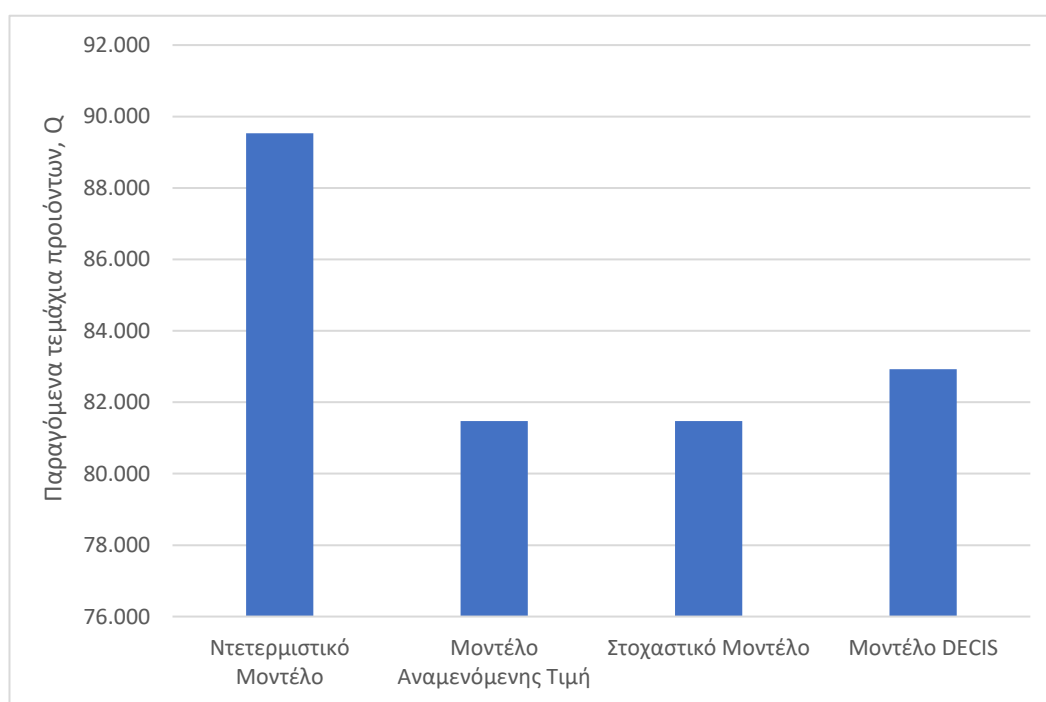


Σχήμα 4.36 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου DECIS για την 3^η εβδομαδιαία ζήτηση και για το την μελέτη περίπτωσης 2

Τέλος, στο Σχήμα 4.36 απεικονίζεται ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής όπως προέκυψε από την επίλυση του μαθηματικού μοντέλου DECIS. Παρατηρείται ότι και σε αυτήν την περίπτωση η σειρά παραγωγής προϊόντων παραμένει ίδια με τη σειρά παραγωγής του Σχήματος 4.29. Συνεπώς λόγω της περιορισμένης ευελιξίας του μοντέλου, ο χρόνος λειτουργίας της κάθε γραμμής δεν μεταβάλλεται σημαντικά. Πιο συγκεκριμένα, στην γραμμή 1 παρατηρήθηκε 7.5 % μείωση του χρόνου λειτουργίας, στην γραμμή 2 4% μείωση του χρόνου λειτουργίας και στην γραμμή 3 5.4% μείωση του χρόνου λειτουργίας. Στον Πίνακα 4.8 παρατίθενται οι ώρες λειτουργίας και εναλλαγών που αφιερώνουν οι γραμμές παραγωγής όπως προέκυψε από την επίλυση των τεσσάρων μαθηματικών μοντέλων.

Πίνακας 4.8 Ώρες λειτουργίας, ώρες εναλλαγών και στατιστικά στοιχεία επίλυσης των μοντέλων για την μελέτη περίπτωσης 2 και για την 3^η εβδομαδιαία ζήτηση

Μελέτη Περίπτωσης 2 3 ^η εβδομάδα ζήτησης	Ντετερμινιστικό Μοντέλο	Μοντέλο Αναμενόμενης Τιμής	Στοχαστικό Μοντέλο	Μοντέλο DECIS
Χρόνος επίλυσης (min)	12	13.8	6	18sec
Απόκλιση από την βέλτιστη λύση	9%	10.3%	0%	0%
Ώρες Λειτουργίας	108.5 h	98.6 h	105.73 h	106 h
Ώρες Εναλλαγών	12.85 h	12.4 h	14.85 h	14.6 h



Σχήμα 4.37 Συνολική παραγόμενη ποσότητα τεμαχίων για τα τέσσερα διαφορετικά μαθηματικά μοντέλα για την μελέτη περίπτωσης 2 για την 3^η εβδομαδιαία ζήτηση

Στο Σχήμα 4.37 παρουσιάζεται ο αριθμός των παραγόμενων τεμαχίων που παράχθηκαν κατά την διάρκεια της 3^{ης} εβδομάδας ζήτησης για την μελέτη περίπτωσης 2, για τα τέσσερα διαφορετικά μαθηματικά μοντέλα. Παρατηρείται ότι η συνολική ποσότητα των προϊόντων για

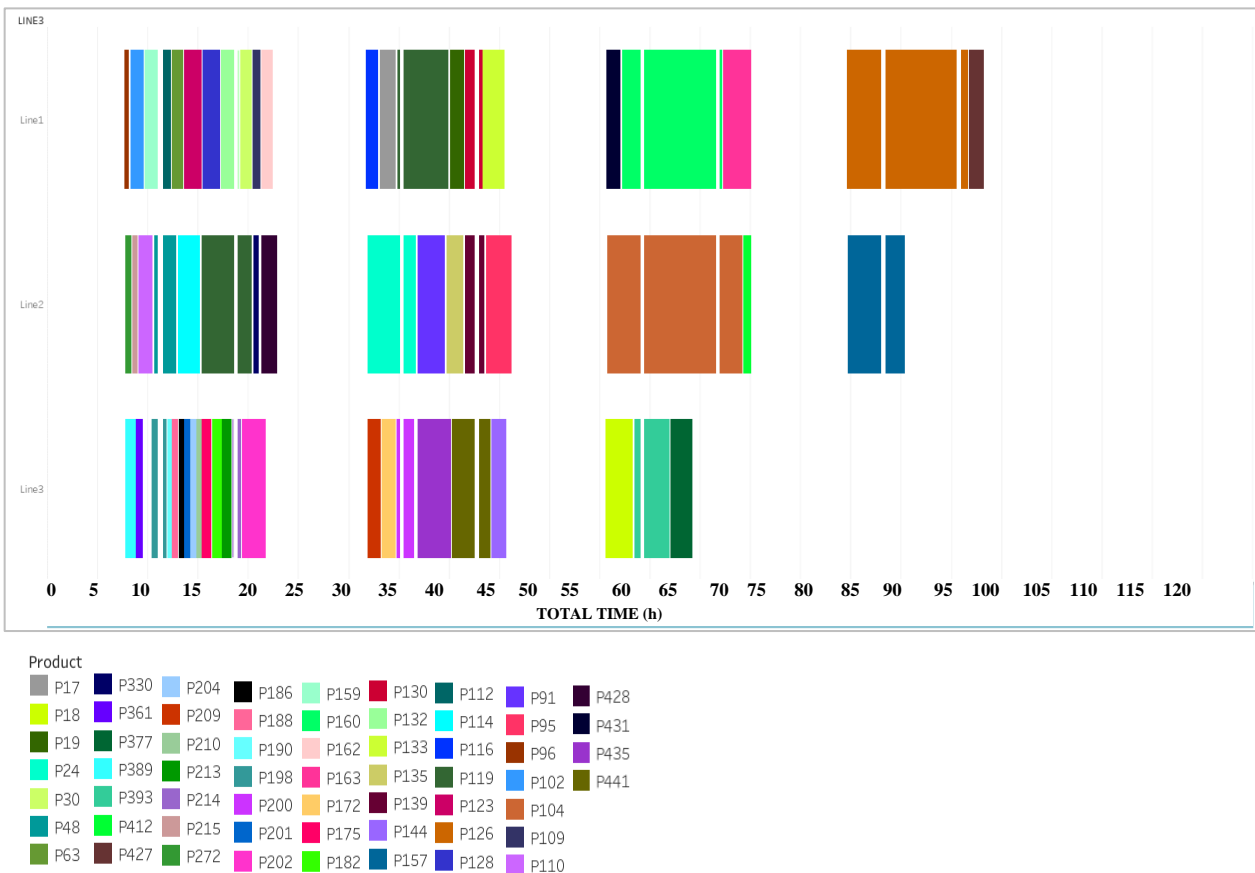
την μελέτη περίπτωσης 2 μειώνεται, κάτι που είναι λογικό λόγω της κυριαρχίας του χαμηλού σεναρίου ζήτησης. Το μαθηματικό μοντέλο αναμενόμενης τιμής και το στοχαστικό μοντέλο παράγουν περίπου την ίδια ποσότητα προϊόντων.

4.3.4 Μελέτη Περίπτωσης 3

Στη μελέτη περίπτωσης 3 εξετάζεται η περίπτωση όπου το υψηλό σενάριο ζήτησης έχει την μεγαλύτερη πιθανότητα εμφάνισης. Πιο συγκεκριμένα, οι πιθανότητες εμφάνισης του κάθε σεναρίου ζήτησης στο υπό μελέτη σενάριο είναι οι εξής:

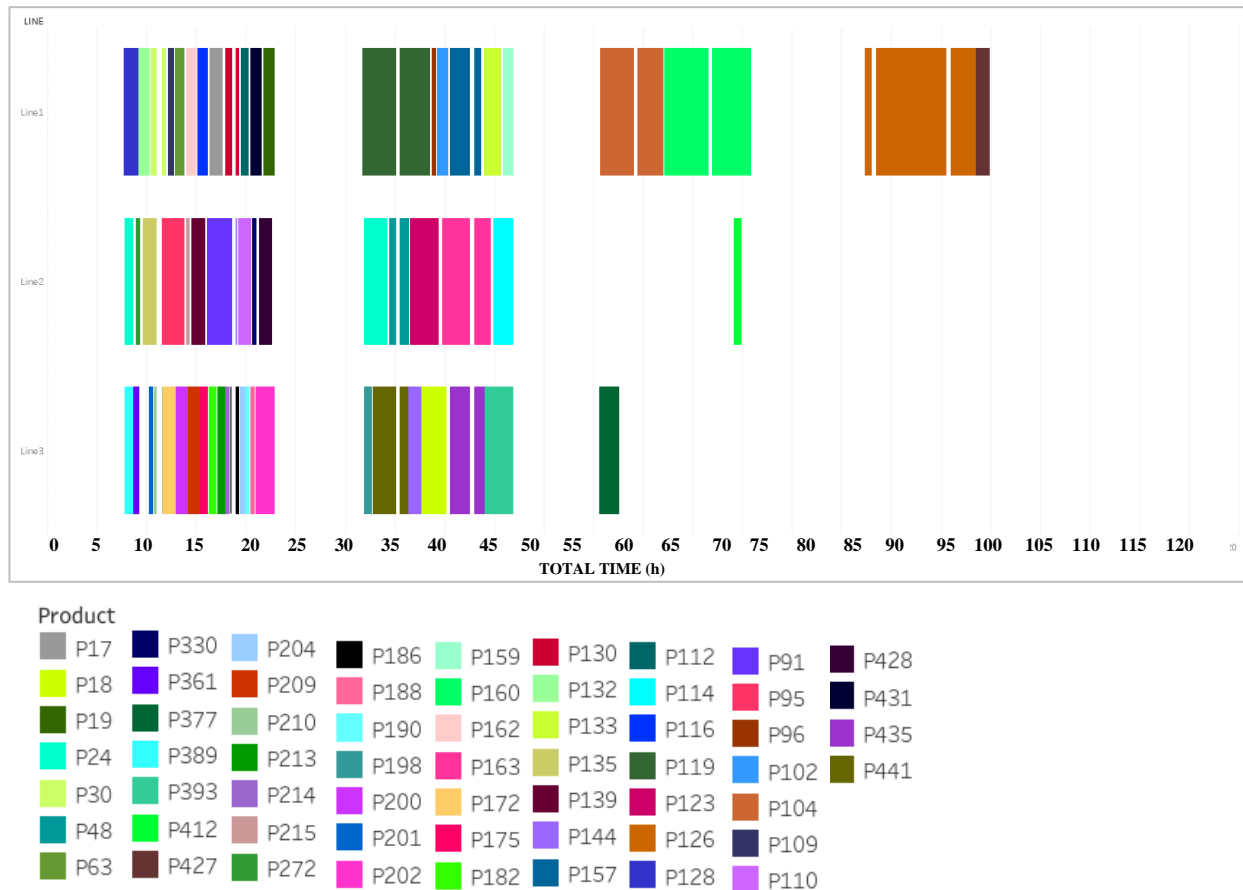
- Χαμηλό σενάριο ζήτησης με 5% πιθανότητα εμφάνισης
- Μεσαίο σενάριο ζήτησης με 25% πιθανότητα εμφάνισης
- Υψηλό σενάριο ζήτησης με 70% πιθανότητα εμφάνισης.

Σύμφωνα με τον παραπάνω συνδυασμό πιθανοτήτων επιλύεται το μοντέλο αναμενόμενης τιμής, το στοχαστικό μοντέλο και το μοντέλο DECIS, τα αποτελέσματα των οποίων παρουσιάζονται στα Σχήματα 4.38, 4.39 και 4.40 αντίστοιχα.



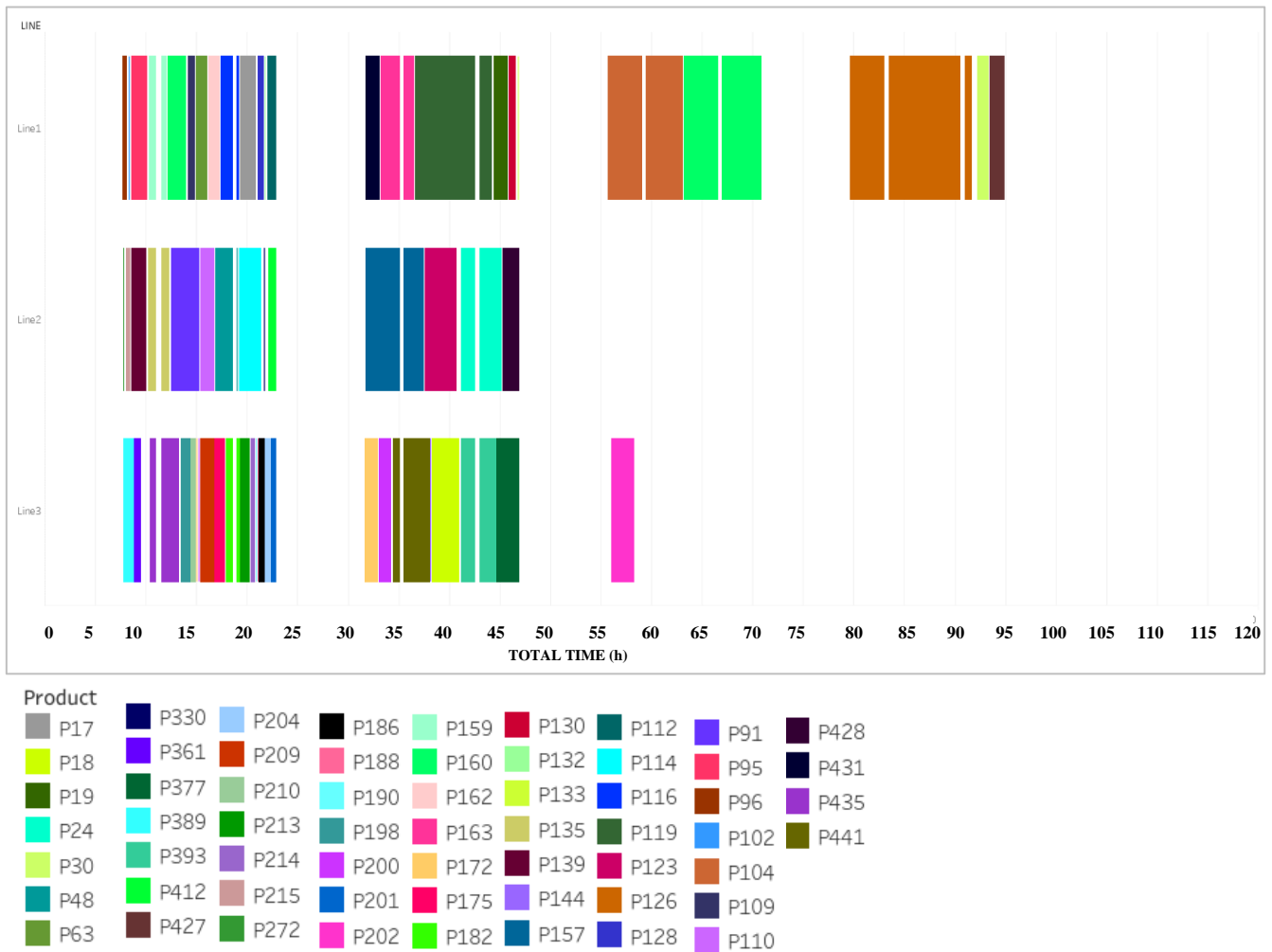
Σχήμα 4.38 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής επίλυση του μοντέλου αναμενόμενης τιμής για την 3η εβδομαδιαία ζήτηση και για την μελέτη περίπτωσης 3

Όπως προκύπτει από το Σχήμα 4.38, ο χρόνος λειτουργίας της γραμμής 2 και 3, για την μελέτη περίπτωσης 3, αυξάνεται. Πιο συγκεκριμένα, η παραγωγή προϊόντων στην γραμμή 2 ολοκληρώνεται την 90^η ώρα, γεγονός το οποίο υποδηλώνει 80% αύξηση του συνολικού χρόνου λειτουργίας ενώ η λειτουργία της γραμμής 3 ολοκληρώνεται την 67^η ώρα.



Σχήμα 4.39 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του στοχαστικού μοντέλου για την 3η εβδομαδιαία ζήτηση και για την μελέτη περίπτωσης 3

Στο Σχήμα 4.39 αποτυπώνεται ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής για την μελέτη περίπτωσης 3 όπως προέκυψε από την επίλυση του στοχαστικού μαθηματικού μοντέλου. Όπως είναι προφανές από το Σχήμα 4.39, στην γραμμή παραγωγής 2 υπάρχει ένα μεγάλο διάστημα όπου επιλέγεται να μην λειτουργεί και μετά από 25 ώρες ξεκινάει ξανά την λειτουργία της. Κάτι τέτοιο δεν αποτελεί ιδανική συνθήκη για την λειτουργία μιας μονάδας παραγωγής γεγονός το οποίο υποδηλώνει ότι το στοχαστικό μοντέλο σε αυτή την περίπτωση αδυνατεί να προσεγγίσει την αβεβαιότητα με τον καλύτερο δυνατό τρόπο.

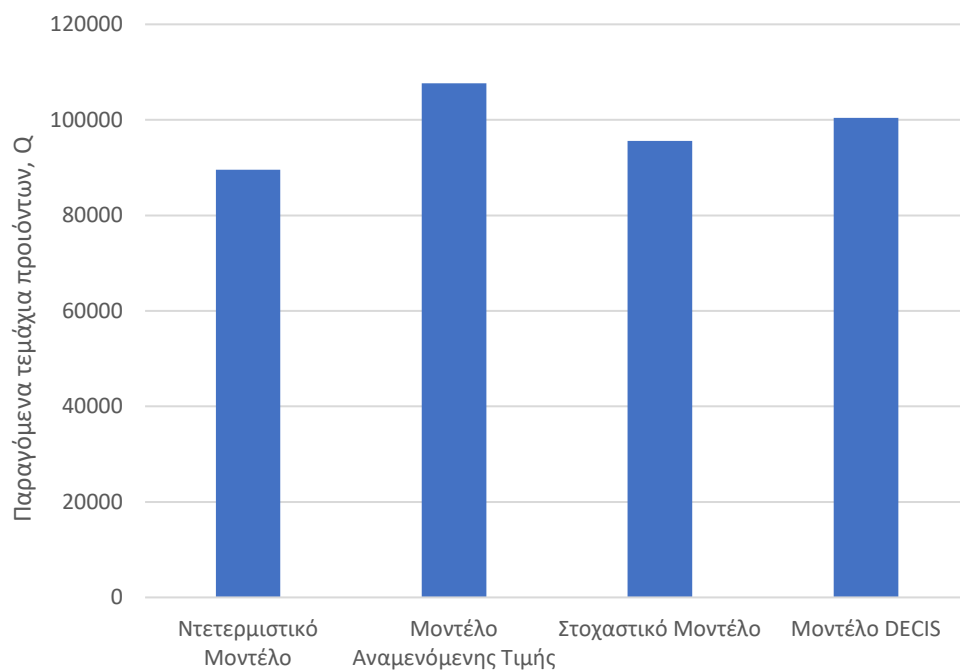


Σχήμα 4.40 Χρονοδιάγραμμα προγραμματισμού παραγωγής με επίλυση του μοντέλου DECIS για την 3η εβδομαδιαία ζήτηση και για την μελέτη περίπτωσης 3

Στο Σχήμα 4.40 απεικονίζεται ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής ο οποίος προέκυψε από την επίλυση του μοντέλου DECIS για την μελέτη περίπτωσης 3. Ο χρόνος λειτουργίας παρατηρείται ότι, στην γραμμή 1 αυξήθηκε κατά 7.2% , στην γραμμή 2 κατά 10.8% και στην γραμμή 3 κατά 6.8% . Στον Πίνακα 4.9 παρατίθενται οι ώρες λειτουργίας και εναλλαγών που αφιερώνουν οι γραμμές παραγωγής όπως προέκυψε από την λύση των τεσσάρων μαθηματικών μοντέλων.

Πίνακας 4.9 Ώρες λειτουργίας, ώρες εναλλαγών και στατιστικά στοιχεία επίλυσης των μοντέλων για την μελέτη περίπτωσης 3 και για την 3η εβδομαδιαία ζήτηση

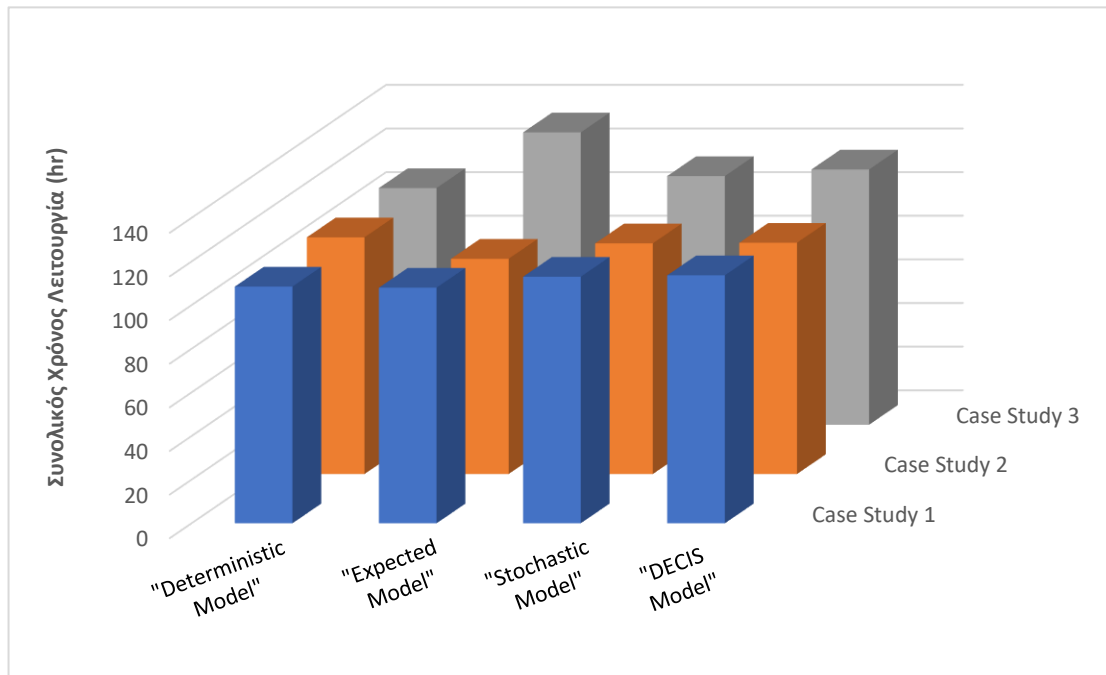
Μελέτη Περίπτωσης 3 3 ^η εβδομαδιαία ζήτηση	Ντετερμινιστικό Μοντέλο	Μοντέλο Αναμενόμενης Τιμής	Στοχαστικό Μοντέλο	Μοντέλο DECIS
Χρόνος επίλυσης (min)	12	16.7	7	19 sec
Απόκλιση από την βέλτιστη λύση	9%	9.8%	0%	0%
Ώρες Λειτουργίας	108.5 h	134.8 h	114.5 h	116.7 h
Ώρες Εναλλαγών	12.85 h	12.8 h	13.3 h	12.9 h



Σχήμα 4.41 Συνολική παραγόμενη ποσότητα τεμαχίων για τα τέσσερα διαφορετικά μαθηματικά μοντέλα για την μελέτη περίπτωσης 3 για την 3η εβδομάδα ζήτησης

Στο Σχήμα 4.41 παρουσιάζεται ο αριθμός των παραγόμενων τεμαχίων που παράχθηκαν κατά την διάρκεια της 3^{ης} εβδομαδιαίας ζήτησης, στη μελέτη περίπτωσης 3, από τα τέσσερα διαφορετικά μαθηματικά μοντέλα. Παρατηρείται ότι η συνολική ποσότητα των προϊόντων για

τη μελέτη περίπτωσης 3 αυξάνεται, κάτι που είναι λογικό λόγω της κυριαρχίας του υψηλού σεναρίου ζήτησης. Το μοντέλο της αναμενόμενης τιμής οδηγεί σε 20% αύξηση των παραγόμενων προϊόντων ενώ το στοχαστικό μοντέλο και το μοντέλο DECIS οδηγούν σε αυξήσεις της τάξης του 6.7% και 12% αντίστοιχα.



Σχήμα 4.42 Χρόνος Λειτουργίας παραγωγής σε κάθε μελέτη περίπτωσης όπως προκύπτει από τα 4 μαθηματικά μοντέλα για την 3η εβδομαδιαία ζήτηση.

Τέλος στο Σχήμα 4.42 παρουσιάζονται οι χρόνοι λειτουργίας για κάθε περίπτωση μελέτης, όπως προκύπτουν από την επίλυση των τεσσάρων μαθηματικών μοντέλων. Παρατηρείται ότι υπάρχει μια σημαντική ομοιότητα μεταξύ των αποτελεσμάτων του στοχαστικού μοντέλου και του μοντέλου DECIS για όλες τις περιπτώσεις μελέτης.

5 Συμπεράσματα και προτάσεις για περαιτέρω μελέτη

5.1 Συμπεράσματα

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετήθηκε ο χρονοπρογραμματισμός της μονάδας παραγωγής κονιαμάτων της εταιρίας ISOMAT S.A. λαμβάνοντας υπόψη την αβέβαιη φύση της ζήτησης των προϊόντων. Η αβεβαιότητα αποτελεί έναν απρόβλεπτο παράγοντα ο οποίος επηρεάζει σημαντικά τον χρονοπρογραμματισμό παραγωγής. Για τον λόγο αυτό, καθίσταται αναγκαία η ανάπτυξη μαθηματικών μοντέλων τα οποία στοχεύουν στην δημιουργία εφικτών χρονοδιαγραμμάτων και βέλτιστων λύσεων σε μεταβαλλόμενες συνθήκες. Συνεπώς, στα πλαίσια αυτής της εργασίας αναπτύχθηκαν τέσσερα μαθηματικά μοντέλα με τα οποία έγινε δυνατή η προσέγγιση του παράγοντα της αβεβαιότητας της ζήτησης.

Αρχικά αναπτύχθηκε ένα ντετερμινιστικό μοντέλο (deterministic model), μεικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP), το οποίο επικεντρώθηκε στην βέλτιστη αλληλουχία κατανομής των προϊόντων στον χρονικό ορίζοντα της μιας εβδομάδας. Στην συνέχεια, το δεύτερο μαθηματικό μοντέλο που αναπτύχθηκε, το μοντέλο της αναμενόμενης τιμής (expected value model) επιλύει το ντετερμινιστικό πρόβλημα θεωρώντας ως ζήτηση των προϊόντων την μέση τιμή η οποία προέκυψε από τις πιθανότητες εμφάνισης των σεναρίων της ζήτησης. Για μια πιο ολοκληρωμένη προσέγγιση της στοχαστικότητας της ζήτησης, αναπτύχθηκε ένα στοχαστικό μαθηματικό μοντέλο δύο σταδίων. Τέλος, το τέταρτο μαθηματικό μοντέλο που αναπτύχθηκε αφορά την εφαρμογή του αλγόριθμου DECIS, το οποίο αποτελεί ένα εξειδικευμένο εργαλείο αντιμετώπισης γραμμικών και μη γραμμικών στοχαστικών προβλημάτων μεγάλης κλίμακας.

Για την ολοκληρωμένη προσέγγιση της αβεβαιότητας μελετήθηκαν τρεις περιπτώσεις μελέτης για τρία διαφορετικά πιθανά σενάρια ζήτησης και για τρία διαφορετικά προφίλ ζητήσεων. Τα μαθηματικά μοντέλα εισήχθησαν στο περιβάλλον βελτιστοποίησης GAMS και με χρήση των επιλυτών ILOG CPLEX και CPLEX DECIS προέκυψαν τα αποτελέσματα τα οποία παρουσιάζονται με την μορφή χρονοδιαγραμμάτων προγραμματισμού παραγωγής.

Αρχικά, από την απεικόνιση των αποτελεσμάτων, παρατηρήθηκε ότι το μαθηματικό μοντέλο της αναμενόμενης τιμής στις περιπτώσεις μελέτης όπου το επικρατέστερο σενάριο ζήτησης ήταν το υψηλό σενάριο, οδήγησε σε μια αρκετά αυξημένη παραγωγή, ενώ στις περιπτώσεις μελέτης όπου το επικρατέστερο σενάριο ήταν το χαμηλό σενάριο ζήτησης, οδήγησε σε μια αρκετά μειωμένη παραγωγή, συγκριτικά με τα αποτελέσματα του στοχαστικού μοντέλου και

του μοντέλου DECIS. Αυτή η διαφορετική προσέγγιση που παρουσιάζει το μοντέλο αναμενόμενης τιμής οφείλεται στο γεγονός ότι το μοντέλο αυτό παρουσιάζει μεγαλύτερη ευαισθησία στις ακραίες τιμές, καθώς υπολογίζει την αναμενόμενη μέση τιμή της ζήτησης. Αντίθετα, το στοχαστικό μοντέλο λαμβάνει υπόψη το σύνολο των πιθανών σεναρίων της ζήτησης ακολουθώντας μια πιο διακριτή προσέγγιση. Συνεπώς το μοντέλο της αναμενόμενης τιμής παρουσιάζει χαμηλή ευελιξία ως προς τις ακραίες τιμές των σεναρίων ζήτησης. Παράδειγμα αποτελεί η μελέτη περίπτωσης 3 της 1^η εβδομαδιαίας ζήτησης, όπου το μοντέλο της αναμενόμενης τιμής δεν μπορούσε να ανταποκριθεί σε μια τόσο μεγάλη αύξηση της ζήτησης σε αντίθεση με το στοχαστικό μοντέλο και το μοντέλο DECIS τα οποία κατάφεραν να προσεγγίσουν την αύξηση.

Επιπλέον παρατηρήθηκε ότι σε περιπτώσεις όπου το επικρατέστερο σενάριο ζήτησης ήταν το μεσαίο σενάριο, το στοχαστικό μοντέλο φαίνεται να επιλέγει να διατηρήσει την παραγωγή στα ίδια επίπεδα και να μην προκαλέσει μεταβολές γεγονός το οποίο υποδηλώνει χαμηλή ευελιξία.

Από την άλλη, το μοντέλο DECIS το οποίο χαρακτηρίζεται για την ικανότητά του να διαχειρίζεται αποτελεσματικά στοχαστικά μοντέλα φαίνεται να παρουσιάζει μια καλύτερη προσέγγιση της αβεβαιότητας για όλες τις περιπτώσεις μελέτης. Χαρακτηριστικό επίσης αποτελεί και ο χρόνος επίλυσης, ο οποίος είναι συγκριτικά μικρότερος από τους χρόνους επίλυσης των άλλων μοντέλων. Στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής εργασίας όπου το ντετερμινιστικό μοντέλο αφορά ένα μοντέλο MILP κρίθηκε αναγκαία η μετατροπή του σε ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού (LP) προκειμένου να εφαρμοστεί ο αλγόριθμος DECIS. Η μετατροπή αυτή επηρεάζει σημαντικά την ευελιξία του μοντέλου DECIS καθώς τα περιθώρια αλλαγών και μετατροπών όταν είναι καθορισμένη η αλληλουχία των προϊόντων είναι περιορισμένα.

Συνολικά, τα μαθηματικά μοντέλα που αναπτύχθηκαν αποδείχθηκαν ικανά στο να προσεγγίσουν την αβέβαιη συμπεριφορά της ζήτησης, κάτω από πιο ρεαλιστικές συνθήκες. Η αντιμετώπιση της αβεβαιότητας ως ενιαίο μέρος ενός μοντέλου βελτιστοποίησης του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής αποτελεί κρίσιμο στοιχείο στην βιομηχανία καθώς επηρεάζει σημαντικά την ποιότητα και αποτελεσματικότητα του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής.

5.2 Προτάσεις για περαιτέρω μελέτη

Σε αυτή την ενότητα προτείνονται κάποιες ιδέες για την περαιτέρω μελέτη των προβλημάτων χρονοπρογραμματισμού και στοχαστικού χρονοπρογραμματισμού της μονάδα παραγωγής κονιαμάτων της εταιρίας ISOMAT A.E.

Αρχικά προτείνεται η επέκταση της μελέτης της αβεβαιότητας, αντικαθιστώντας τα τρία μεμονωμένα σενάρια ζήτησης που μελετήθηκαν στην παρούσα διπλωματική με μια πιο λεπτομερή προσέγγιση. Μπορεί να γίνει η θεώρηση ότι η ζήτηση ακολουθεί μια συγκεκριμένη κατανομή πιθανοτήτων. Επιπλέον μπορεί να εξεταστεί το ενδεχόμενο ότι σε κάθε προϊόν η πιθανότητα αύξησης ή μείωσης της ζήτησης είναι διαφορετική, το οποίο επιτρέπει την εξέταση μεμονωμένων προϊόντων, με διαφορετικές μεταβολές στην ζήτηση. Η προσέγγιση αυτή βοηθάει στην καλύτερη και πιο ολοκληρωμένη αντιμετώπιση της αβεβαιότητας και στην λήψη προσαρμοσμένων αποφάσεων.

Εκτός του στοχαστικού προγραμματισμού μπορεί να εξεταστεί και ο δυναμικός προγραμματισμός της παραγωγής, ο οποίος αφορά την ικανότητα προσαρμογής του χρονοπρογραμματισμού σε αλλαγές και απρόβλεπτα γεγονότα που συμβαίνουν στην βιομηχανία

Τέλος θα μπορούσαν να ενσωματωθούν πληροφορίες που αφορούν το λειτουργικό κόστος, στο μαθηματικό μοντέλο προκειμένου να προκύψουν πιο βιώσιμα προγράμματα παραγωγής.

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Elekidis, A. P., Corominas, F., & Georgiadis, M. C. (2019). Production Scheduling of Consumer Goods Industries. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 58(51), 23261–23275. <https://doi.org/10.1021/acs.iecr.9b04907>
- Floudas, C. A., & Lin, X. (2005). Mixed Integer Linear Programming in Process Scheduling: Modeling, Algorithms, and Applications. In *Annals of Operations Research* (Vol. 139).
- Georgiadis, G. P., Elekidis, A. P., & Georgiadis, M. C. (2019). Optimization-based scheduling for the process industries: From theory to real-life industrial applications. *Processes*, 7(7). <https://doi.org/10.3390/pr7070438>
- Giannelos, N. F., & Georgiadis, M. C. (2002). A Novel Event-Driven Formulation for Short-Term Scheduling of Multipurpose Continuous Processes. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 41(10), 2431–2439. <https://doi.org/10.1021/ie0105573>
- Infanger, G. *Planning under uncertainty solving large-scale stochastic linear programs*. United States: N. p., 1992. Web. doi:10.2172/6169922.
- Kalvelagen, E. (2003). *TWO STAGE STOCHASTIC LINEAR PROGRAMMING WITH GAMS*. Amsterdam Optimization Modeling Group LLC, Washington DC/The Hague
- Kondili, E., Pantelidest, C. C., & Sargent, R. W. H. (1993). A GENERAL ALGORITHM FOR SHORT-TERM SCHEDULING OF BATCH OPERATIONS-I. MILP FORMULATION. In *Computers chem. Engng* (Vol. 17, Issue 2).
- Kopanos, G. M. (2010). *Techniques for the Efficient Solution of Large-scale Production Scheduling & Planning Problems in the Process Industries*. Universitat Politècnica de Catalunya.
- Li, J., Xiao, X., Tang, Q., & Floudas, C. A. (2012). Production Scheduling of a Large-Scale Steelmaking Continuous Casting Process via Unit-Specific Event-Based Continuous-Time Models: Short-Term and Medium-Term Scheduling. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 51(21), 7300–7319. <https://doi.org/10.1021/ie2015944>
- Li, Z., & Ierapetritou, M. G. (2007). Process scheduling under uncertainty using

- multiparametric programming. *AIChE Journal*, 53(12), 3183–3203.
<https://doi.org/10.1002/aic.11351>
- Mendez, C. A., & Cerda, J. (2002). An efficient MILP continuous-time formulation for short-term scheduling of multiproduct continuous facilities. *Computers & Chemical Engineering*, 26(4–5), 687–695.
- Moniz, S., Barbosa-Póvoa, A. P., de Sousa, J. P., & Duarte, P. (2014). Solution Methodology for Scheduling Problems in Batch Plants. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 53(49), 19265–19281. <https://doi.org/10.1021/ie403129y>
- Pantelides, C. (1994). *Unified Frameworks for Optimal Process Planning and Scheduling*.
- Pinedo, M. (2012). *Scheduling: Theory, Algorithms and Systems Development*. Springer.
- Stefansson, H., Sigmarsdottir, S., Jensson, P., & Shah, N. (2011). Discrete and continuous time representations and mathematical models for large production scheduling problems: A case study from the pharmaceutical industry. *European Journal of Operational Research*, 215(2), 383–392. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2011.06.021>
- Westerlund, J., Hästbacka, M., Forssell, S., & Westerlund, T. (2007). Mixed-time mixed-integer linear programming scheduling model. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 46(9), 2781–2796. <https://doi.org/10.1021/ie060991a>
- Αρβανίτης, Κ. (2011). *ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΜΟΝΑΔΑΣ ΑΦΑΛΑΤΩΣΗΣ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ ΟΣΜΩΣΗΣ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ*. ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ.
- Σαμουηλίδου, Μ. Ε. (2021). *Χρονοπρογραμματισμός Παραγωγής Βιομηχανικών Διεργασιών Πολλαπλών Σταδίων και Προϊόντων: Σύγκριση μεταξύ Τεχνικών Βελτιστοποίησης και Μεθόδων Προσομοίωσης*. Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης.

Παράρτημα – Δεδομένα παραγωγικής Διαδικασίας

Στο Παράρτημα αυτό παρουσιάζονται συγκεντρωτικοί πίνακες, που φέρουν δεδομένα που αφορούν την ζήτηση των επιμέρους προϊόντων κατά την διάρκεια των τριών υπό μελέτη εβδομάδων και πώς η παραγωγή τους κατανέμεται στις τρεις διαθέσιμες γραμμές παραγωγής.

1^η Εβδομάδα

ΓΡΑΜΜΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ 1 (Line 1/J1)				
Προϊόν	Αριθμός τεμαχίων	Προτεραιότητα	Ρυθμός συσκευασίας (τεμάχια/ώρα)	Βάρος συσκευασίας (κιλά)
P17	2389	4	1231	25
P22	1573	3	1127	25
P25	152	5	304	12.9
P26	1171	5	1280	25
P30	2942	4	1316	25
P91	1599	3	1134	25
P93	794	3	911	25
P95	2015	3	1269	25
P104	8711	4	997	25
P114	1253	5	1166	25
P115	702	3	1189	25
P119	18888	4	1380	25
P121	1628	3	1172	27.5
P123	2101	4	1235	25
P126	16028	5	1336	25
P133	762	5	711	25
P137	2872	5	1020	20
P157	3200	4	1245	25
P160	31339	3	1394	25
P163	8864	3	1381	25
P420	1249	3	1249	25
P429	972	5	1157	25
P431	972	5	877	25

ΓΡΑΜΜΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ 2 (Line 2/J2)				
Προϊόν	Αριθμός τεμαχίων	Προτεραιότητα	Ρυθμός συσκευασίας (τεμάχια/ώρα)	Βάρος συσκευασίας (κιλά)
P22	1573	3	695	25
P26	1171	5	900	25
P30	2942	4	842	25
P60	417	3	462	25
P62	1	3	5	1000
P72	2037	4	650	25
P91	1599	3	717	25
P92	1	3	5	1000
P93	794	3	610	25
P95	2015	3	798	25
P104	8711	4	550	25
P114	1253	5	724	25
P115	702	3	723	25
P119	18888	4	779	25
P121	1628	3	1172	27.5
P123	2101	4	669	25
P126	16028	5	784	25
P137	2872	5	673	20
P148	382	3	375	25
P150	2556	5	591	25
P157	3200	4	755	25
P160	31339	3	724	25
P163	8864	3	830	25
P218	385	3	718	25
P237	501	5	402	20
P413	389	4	531	25
P420	1249	3	815	25

ΓΡΑΜΜΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ 3 (Line 3/J3)				
Προϊόν	Αριθμός τεμαχίων	Προτεραιότητα	Ρυθμός συσκευασίας (τεμάχια/ώρα)	Βάρος συσκευασίας (κιλά)
P1	1441	3	551	1
P78	3306	3	710	1
P98	3200	4	677	5
P117	788	4	752	5
P127	1188	3	680	5
P142	1080	4	644	5
P174	584	5	716	5
P175	3862	5	775	5
P181	982	5	750	5
P189	288	5	892	5
P195	194	5	556	5
P198	1474	5	836	5
P203	216	5	432	5
P206	205	5	410	5
P207	212	5	424	5
P212	217	5	434	5
P213	583	5	799	5
P279	1468	4	936	2
P285	1280	3	709	5
P323	712	3	911	2
P324	1466	5	893	4
P327	728	4	965	2
P341	732	4	816	4
P343	384	4	703	4
P366	740	3	727	4
P378	720	4	796	2
P395	737	3	623	4

2^η Εβδομάδα

ΓΡΑΜΜΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ 1 (Line 1/J1)				
Προϊόν	Αριθμός τεμαχίων	Προτεραιότητα	Ρυθμός συσκευασίας (τεμάχια/ώρα)	Βάρος συσκευασίας (κιλά)
P16	844	5	900	20
P17	2438	5	1231	25
P33	500	4	980	30
P63	1188	4	1440	25
P70	877	5	1093	25
P90	801	5	977	25
P91	3179	5	1134	25
P95	1603	4	1269	25
P101	800	5	900	25
P102	798	5	750	27.5
P104	3328	5	997	25
P107	845	5	770	25
P111	1616	5	1167	25
P115	2455	5	1189	25
P118	801	5	1278	15
P119	8603	4	1380 / 779	25
P120	7975	4	1130	25
P121	1600	4	1172 / 1172	27.5
P123	2077	5	1235 / 669	25
P124	1211	5	1228 / 689	25
P126	9926	5	1336 / 784	25
P133	1554	5	711	25
P146	792	5	1537 / 722	25
P156	1180	5	1113	25
P157	2457	5	1245 / 755	25
P159	1178	5	1193	25
P160	16326	5	1394 / 724	25
P163	3221	4	1381 / 830	25
P166	393	5	1053	25
P223	3041	3	1165 / 732	25
P225	384	3	1145 / 857	30
P417	782	5	1159 / 650	25
P429	972	5	1157	25

ΓΡΑΜΜΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ 2 (Line 2/J2)				
Προϊόν	Αριθμός τεμαχίων	Προτεραιότητα	Ρυθμός συσκευασίας (τεμάχια/ώρα)	Βάρος συσκευασίας (κιλά)
P15	27	5	12	1000
P16	844	5	900 / 534	20
P42	785	5	471	25
P45	791	5	561	25
P46	464	5	630	25
P48	777	5	637	25
P60	461	5	462	25
P63	1188	4	1440 / 782	25
P72	1618	5	650	25
P85	768	5	473	25
P90	801	5	977 / 648	25
P91	3179	5	1134 / 717	25
P95	1603	4	1269 / 798	25
P99	792	5	664	25
P101	800	5	900 / 721	25
P102	798	5	750 / 645	27.5
P104	3328	5	997 / 550	25
P107	845	5	770 / 580	25
P111	1616	5	1167 / 674	25
P115	2455	5	1189 / 723	25
P118	801	5	1278 / 712	15
P119	8603	4	1380 / 779	25
P121	1600	4	1172 / 1172	27.5
P123	2077	5	1235 / 669	25
P124	1211	5	1228 / 689	25
P126	9926	5	1336 / 784	25
P146	792	5	1537 / 722	25
P154	352	5	621	25
P157	2457	5	1245 / 755	25
P160	16326	5	1394 / 724	25
P163	3221	4	1381 / 830	25
P171	392	5	760	25
P222	1205	3	685	25
P223	3041	3	1165 / 732	25
P225	384	3	1145 / 857	30
P229	470	5	489	25
P232	2037	3	576	25
P234	842	3	557	25

P235	980	5	554	25
P237	207	4	402	20
P417	782	5	1159 / 650	25
P424	579	3	383	25
P439	1188	3	642	25
P440	2416	3	744	25

ΓΡΑΜΜΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ 3 (Line 3/J3)				
Προϊόν	Αριθμός τεμαχίων	Προτεραιότητα	Ρυθμός συσκευασίας (τεμάχια/ώρα)	Βάρος συσκευασίας (κιλά)
P28	652	5	365	5
P57	736	4	746	5
P122	1988	4	729	5
P142	1976	5	644	5
P242	1470	4	915	2
P244	2111	3	834	5
P255	2104	3	791	5
P271	734	5	865	2
P325	731	5	934	2
P329	2221	4	943	2
P338	733	5	992	2
P340	709	5	908	2
P342	734	4	1030	2
P343	372	5	703	4
P346	2240	4	821	4
P351	733	2	807	2
P355	730	5	855	2

3^η Εβδομάδα

ΓΡΑΜΜΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ 1 (Line 1/J1)				
Προϊόν	Αριθμός τεμαχίων	Προτεραιότητα	Ρυθμός συσκευασίας (τεμάχια/ώρα)	Βάρος συσκευασίας (κιλά)
P17	1537	4	1231	25
P19	1145	5	1035	25
P30	1163	4	1316 / 842	25
P63	1191	5	1440 / 782	25
P91	1606	5	1134 / 717	25
P95	1600	5	1269 / 798	25
P96	458	5	1489 / 725	27.5
P102	782	5	750 / 645	27.5
P104	5660	5	997 / 550	25
P109	594	5	1083 / 623	25
P110	787	5	1179 / 763	25
P112	799	5	1250 / 689	25
P114	1252	5	1166 / 724	25
P116	1168	5	1161 / 739	25
P119	8058	5	1380 / 779	25
P123	1694	5	1235 / 669	25
P126	12134	5	1336 / 784	25
P128	1153	5	853	25
P130	806	4	868	25
P132	740	5	740	25
P133	1222	5	711	25
P157	3220	5	1245 / 755	25
P159	1170	4	1193	25
P160	10288	4	1394 / 724	25
P162	1165	5	1341 / 853	25
P163	3150	5	1381 / 830	25
P427	1241	4	1117	25
P431	972	5	877	25

ΓΡΑΜΜΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ 2 (Line 2/J2)				
Προϊόν	Αριθμός τεμαχίων	Προτεραιότητα	Ρυθμός συσκευασίας (τεμάχια/ώρα)	Βάρος συσκευασίας (κιλά)
P24	15	5	4	1000
P30	1163	4	1316 / 842	25
P48	863	5	637	25
P63	1191	5	1440 / 782	25
P91	1606	5	1134 / 717	25
P95	1600	5	1269 / 798	25
P96	458	5	1489 / 725	27.5
P102	782	5	750 / 645	27.5
P104	5660	5	997 / 550	25
P109	594	5	1083 / 623	25
P110	787	5	1179 / 763	25
P112	799	5	1250 / 689	25
P114	1252	5	1166 / 724	25
P116	1168	5	1161 / 739	25
P119	8058	5	1380 / 779	25
P123	1694	5	1235 / 669	25
P126	12134	5	1336 / 784	25
P135	863	5	679	25
P139	794	4	695	25
P157	3220	5	1245 / 755	25
P160	10288	4	1394 / 724	25
P162	1165	5	1341 / 853	25
P163	3150	5	1381 / 830	25
P215	180	5	564	25
P272	101	5	225	25
P330	132	5	467	20
P412	396	5	661	25
P428	646	5	528	20

ΓΡΑΜΜΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ 3 (Line 3/J3)				
Προϊόν	Αριθμός τεμαχίων	Προτεραιότητα	Ρυθμός συσκευασίας (τεμάχια/ώρα)	Βάρος συσκευασίας (κιλά)
P18	1652	4	760	5
P144	800	4	680	5
P172	896	5	809	5
P175	596	5	775	5
P182	600	5	877	5
P186	297	5	799	5
P188	298	5	707	5
P190	196	5	576	5
P198	600	5	836	5
P200	903	5	893	5
P201	296	5	813	5
P202	1008	5	540	5
P204	298	5	761	5
P209	903	5	812	5
P210	296	5	852	5
P213	600	5	799	5
P214	294	5	869	5
P361	480	5	987	2
P377	1248	5	708	4
P389	739	5	889	2
P393	1885	4	772	4
P435	1978	4	736	4
P441	1920	4	698	5
P18	1652	4	760	5
P144	800	4	680	5
P172	896	5	809	5
P175	596	5	775	5
P182	600	5	877	5
P186	297	5	799	5
P188	298	5	707	5
P190	196	5	576	5
P198	600	5	836	5
P200	903	5	893	5