



**ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

**ΤΟΜΕΑΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ, ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ & ΡΥΘΜΙΣΗΣ
ΧΗΜΙΚΩΝ ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ**

(Α.Σ.Ρ.Χ.Δ.Ε)

**Βέλτιστος Χρονοπρογραμματισμός Παραγωγής σε Βιομηχανική Μονάδα
Παραγωγής Αναψυκτικών**

Διπλωματική εργασία της

Ελεονώρας Διακουμή

A.E.M.: 5136

Επιβλέπων: Καθηγητής Μιχαήλ Χ. Γεωργιάδης

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ

ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ 2022

Περίληψη

Σήμερα, οι σύγχρονες βιομηχανίες καλούνται να αντιμετωπίσουν πολλαπλά προβλήματα, που αφορούν την παραγωγική διαδικασία, τα οποία πρέπει να διαχειριστούν με τέτοιο τρόπο, ώστε να εξασφαλίσουν τη βιωσιμότητα, την κερδοφορία και την ανάπτυξή τους. Το κυριότερο από αυτά είναι η ικανοποίηση της ζήτησης των πελατών, στο ελάχιστο κόστος, αφού από εκεί προέρχεται ένα μεγάλο ποσοστό των εσόδων τους. Παρ' όλα αυτά, οι απαιτήσεις των καταναλωτών συνεχώς αυξάνονται, οι περιορισμοί της παραγωγής είναι απαιτητικοί, κι έτσι η επίλυση του προβλήματος του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής αποκτά όλο και μεγαλύτερη σημασία για τη βιομηχανία. Στην παρούσα εργασία μελετάται το πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής μια βιομηχανικής μονάδας παραγωγής αναψυκτικών, της Green Cola Hellas. Πιο συγκεκριμένα προτείνεται ένα μαθηματικό μοντέλο μεικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP). Το μοντέλο αυτό στοχεύει στη βελτιστοποίηση του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής της παραγωγικής μονάδας, σε χρονικό ορίζοντα μιας εβδομάδας και ειδικότερα στην ελαχιστοποίηση του χρόνου που αφιερώνεται σε εναλλαγές και υπερωρίες. Το μοντέλο εισάγεται και επιλύεται στο λογισμικό βελτιστοποίησης GAMS, με χρήση του επιλυτή ILOG CPLEX. Το πρόβλημα που μελετάται είναι ένα πρόβλημα δύο σταδίων, που αποτυπώνεται σε μεικτό χρονικό ορίζοντα. Το πρώτο στάδιο περιλαμβάνει την παραγωγή 24 ημέτοιμων προϊόντων – σιροπιών, για το οποίο η μονάδα διαθέτει δύο δεξαμενές, ενώ το δεύτερο στάδιο αφορά τη συσκευασία των 60 τελικών προϊόντων, αξιοποιώντας τρεις διαθέσιμες γραμμές συσκευασίας. Οι εβδομαδιαίες ζητήσεις που μελετώνται, προκύπτουν με βάση εβδομαδιαίες ζητήσεις της πραγματικής παραγωγικής μονάδας, καθώς επίσης, για κάποιες από αυτές, εξετάζεται και ο αντικειμενικός στόχος ελαχιστοποίησης του χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής. Επιπλέον, μελετώνται οι περιπτώσεις αύξησης ζήτησης, που μπορεί να διαχειριστεί η μονάδα, χωρίς τροποποιήσεις, καθώς και το ποσοστό αύξησης της ζήτησης που μπορεί να καλυφθεί στην περίπτωση επέκτασης του ωραρίου λειτουργίας ή του διαθέσιμου εξοπλισμού. Τα αποτελέσματα, που λαμβάνονται από τις μελέτες αυτές, καθιστούν φανερό το γεγονός, ότι στις περιπτώσεις επεκτάσεων δυναμικότητας η μονάδα μπορεί να παράγει σημαντικά μεγαλύτερη ποσότητα προϊόντων, ικανοποιώντας μεγαλύτερες ζητήσεις ή και νέους πελάτες. Συγκεκριμένα η μονάδα μπορεί να καλύψει ζήτηση αυξημένη έως και 220%, σε περιπτώσεις ταυτόχρονης προσθήκης δεξαμενών παραγωγής σιροπιού και γραμμών συσκευασίας. Τέλος, συμπεραίνεται ότι με την ποσοτικοποίηση των μεταβολών αυτών, παρέχονται στη βιομηχανία χρήσιμα εργαλεία, για

τη λήψη αποφάσεων σχετικά με την οργάνωση της παραγωγικής διαδικασίας και των εγκαταστάσεων.

Abstract

Nowadays, modern industries have to deal with multiple problems related to the production process, which should be considered in such a way in order to ensure their sustainability, profitability and development. One of the key challenges faced by modern production industries is customer demand satisfaction at minimum cost, since this is where a large percentage of their income comes from. Nevertheless, customer demands and product quality requirements are constantly increasing under tight plant operating and design constraints. As a result the optimal production scheduling problem is becoming increasingly important for any industry. In this thesis, the optimal production scheduling of an industrial facility, Green Cola Hellas, that produces soft drinks, is studied in details. More specifically, a Mixed Integer Linear Programming (MILP) model is proposed. This model aims to optimize the production schedule of the plant, over a weekly time horizon in order to minimize changeover times and overtimes, under various design and operating constraints. The model is solved using the GAMS optimization software and the ILOG CPLEX solver. The problem under consideration is a two-stage production problem, which is modeled using a mixed time horizon. The first stage includes the production of 24 intermediate products – syrups, which can be produced using the two available tanks, while the second stage focuses on the packaging of 60 final products, in three available packaging lines. The weekly problem demands considered, correspond to actual weekly demands of the real plant. The objective function for selected problems corresponds to the minimization of the makespan time. In addition, several cases of demand increase, are also studied. It was provided that the plant can satisfy certain demand increases without any capacity expansion requirement. Furthermore, the percentage of the demand increase that can be satisfied by considering a capacity expansion, expressed either through the available operation time or by installing new equipment, are additionally studied. The results from these studies reveal that in the cases of capacity extensions the plant can produce a significantly larger amount of products, satisfying larger demands or even new customer orders. Specifically, in the cases of a simultaneous addition of tanks and packaging lines the plant can satisfy demand increase up to 220%. Finally, it is concluded that the proposed framework provides the industry with a decision – making tool to take rigorous decisions about the plant schedule and capacity expansion opportunities under product demand increase.

Ευχαριστίες

Πρώτα από όλους, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά, τον επιβλέποντα της διπλωματικής μου εργασίας, Καθηγητή Μιχαήλ Γεωργιάδη, ο οποίος αποτέλεσε την έμπνευση για την ενασχόλησή με τον τομέα αυτό, από τα πρώτα κιόλας έτη φοίτησής μου. Επιπλέον τον ευχαριστώ ιδιαίτερα για την άψογη συνεργασία που είχαμε, όλο το διάστημα, καθώς επίσης και για τον επαγγελματισμό και τη συνέπεια, που εκτός των άλλων μου δίδαξε. Τον ευχαριστώ επίσης για την ευκαιρία που μου έδωσε να ασχοληθώ με ένα τόσο ενδιαφέρον θέμα, καθώς και για τις σημαντικές γνώσεις, συμβουλές και την καθοδήγηση που μου παρείχε.

Θέλω επίσης να ευχαριστήσω, την υποψήφια διδάκτορα Μαρία – Ελένη Σαμουηλίδου, που καθ' όλη τη διάρκεια της διεξαγωγής της διπλωματικής μου εργασίας, ήταν πάντα πρόθυμη να με βοηθήσει, να με συμβουλέψει και να μοιραστεί τις γνώσεις της μαζί μου. Η καθοδήγηση και η συνεισφορά της ήταν πολύ σημαντική σε όλα τα στάδια της μελέτης και συνέβαλαν στο τελικό αποτέλεσμα της παρούσας εργασίας.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τους ανθρώπους της βιομηχανίας, Green Cola Hellas και ιδιαίτερα τον κ. Περικλή Βενιέρη και τον κ. Αντώνη Δικαιάκο, για την προθυμία τους, εξ' αρχής, για αυτή τη συνεργασία, καθώς και για τον χρόνο τους, για την παροχή των δεδομένων, την επίλυση αποριών κι ευρύτερα αυτή την άψογη συνεργασία.

Δε θα μπορούσα να παραλείψω να αναφέρω, το μεγάλο ευχαριστώ που οφείλω στους γονείς μου και την οικογένειά μου, οι οποίοι στηρίζουν όλα αυτά τα χρόνια, με κάθε τρόπο, τα όνειρα και την προσπάθειά μου.

Τέλος, ευχαριστώ εγκάρδια τους φίλους μου, που ήταν όλα αυτά τα χρόνια δίπλα μου, με κάθε τρόπο και έκαναν τις εμπειρίες μου μοναδικές και αξέχαστες.

Ελεονώρα Διακουμή

Περιεχόμενα

1. Εισαγωγή	1
1.1. Χρονοπρογραμματισμός παραγωγής – Ιστορική αναδρομή	1
1.2. Το λογισμικό GAMS.....	14
2. Περιγραφή της Βιομηχανικής Μονάδας	17
2.1. Στάδια παραγωγικής διαδικασίας.....	17
2.2. Περιγραφή και δεδομένα παραγωγικής διαδικασίας.....	20
3. Μαθηματικό Μοντέλο	24
3.1. Ονοματολογία.....	24
3.2. Μαθηματική διατύπωση μοντέλου.....	27
3.2.1. Περιορισμοί Μαθηματικού Μοντέλου.....	28
3.2.2. Αντικειμενικές Συναρτήσεις	40
4. Αποτελέσματα και Μελέτες Περίπτωσης	42
4.1. Περιπτώσεις εβδομαδιαίων ζητήσεων.....	43
4.1.1. Ελαχιστοποίηση χρόνου εναλλαγών και υπερωριών	43
4.1.2. Ελαχιστοποίηση χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής	61
4.1.3. Σύγκριση αποτελεσμάτων μεταξύ των δύο αντικειμενικών συναρτήσεων	67
4.2. Μελέτη περίπτωσης – Αύξηση ζήτησης	70
4.2.1. Αύξηση ζήτησης 2 ^{ης} εβδομαδιαίας ζήτησης	70
4.2.2. Αύξηση ζήτησης 3 ^{ης} εβδομαδιαίας ζήτησης	73
4.3. Μελέτη περίπτωσης – Επέκταση ωραρίου	76
4.3.1. Μελέτη περίπτωσης επέκτασης ωραρίου – 2 ^η εβδομαδιαία ζήτηση.....	77
4.3.2. Μελέτη περίπτωσης επέκτασης ωραρίου – 3 ^η εβδομαδιαία ζήτηση.....	80
4.4. Μελέτη περίπτωσης – Προσθήκη εξοπλισμού	83

4.4.1. Προσθήκη δεξαμενών – 2 ^η εβδομαδιαία ζήτηση.....	84
4.4.2. Προσθήκη δεξαμενών – 3 ^η εβδομαδιαία ζήτηση.....	87
4.4.3. Προσθήκη γραμμών συσκευασίας - 2 ^η εβδομαδιαία ζήτηση	90
4.4.4. Προσθήκη γραμμών συσκευασίας - 3 ^η εβδομαδιαία ζήτηση	93
4.4.5. Προσθήκη δεξαμενών και γραμμών συσκευασίας - 2 ^η εβδομαδιαία ζήτηση	96
4.4.6. Προσθήκη δεξαμενών και γραμμών συσκευασίας - 3 ^η εβδομαδιαία ζήτηση	99
4.5. Σύγκριση αποτελεσμάτων – μεταβολές ζητήσεων.....	102
5. Συμπεράσματα και Προτάσεις για περαιτέρω μελέτη	104
5.1. Συμπεράσματα	104
5.2. Προτάσεις για περαιτέρω μελέτη.....	106
6. Βιβλιογραφία	109
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α – Δεδομένα παραγωγικής διαδικασίας.....	112
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β – Αποτελέσματα.....	121

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 1.1: Σχηματική απεικόνιση συνεχούς και ασυνεχούς διεργασίας (Murphy et al., 2016)	4
Σχήμα 1.2.: Σχηματική απεικόνιση διακριτής και συνεχούς αναπαράστασης χρονικού ορίζοντα (Floudas και Lin, 2005)	5
Σχήμα 1.3: Σχηματική επεξήγηση διεργασιών ενός σταδίου, πολλαπλών σταδίων και πολλαπλών χρήσεων (Harjunkoski, 2014).....	6
Σχήμα 2.1.α: Σχηματική απεικόνιση σταδίων παραγωγικής διαδικασίας (Μέρος α)..	18
Σχήμα 2.1.β: Σχηματική απεικόνιση σταδίων παραγωγικής διαδικασίας (Μέρος β) ..	19
Σχήμα 2.1.γ: Σχηματική απεικόνιση σταδίων παραγωγικής διαδικασίας (Μέρος γ) ..	19
Σχήμα 3.1: Αναπαράσταση Χρονικού Ορίζοντα	28
Σχήμα 3.2α: Περιγραφή περιορισμών (3.16) και (3.17).....	33
Σχήμα 3.2β: Περιγραφή περιορισμών (3.16) και (3.17).....	33
Σχήμα 3.3: Σχηματική επεξήγηση λειτουργίας περιορισμών (3.31) και (3.32)	37
Σχήμα 3.4: Σχηματική επεξήγηση λειτουργίας περιορισμού (3.34).....	38
Σχήμα 4.1: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής 1ης εβδομαδιαίας ζήτησης	44
Σχήμα 4.2: Ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας, 1η εβδομαδιαία ζήτηση	45
Σχήμα 4.3: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής 2ης εβδομαδιαίας ζήτησης	48
Σχήμα 4.4: Ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας, 2η εβδομαδιαία ζήτηση	49
Σχήμα 4.5: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής 3ης εβδομαδιαίας ζήτησης	51
Σχήμα 4.6: Ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας, 3η εβδομαδιαία ζήτηση	52
Σχήμα 4.7: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής 4ης εβδομαδιαίας ζήτησης	53
Σχήμα 4.8: Ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας, 4η εβδομαδιαία ζήτηση	54

Σχήμα 4.9: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής 5ης εβδομαδιαίας ζήτησης	56
Σχήμα 4.10: Ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας, 5η εβδομαδιαία ζήτηση	57
Σχήμα 4.11: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής 6ης εβδομαδιαίας ζήτησης	59
Σχήμα 4.12: Ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας, 6η εβδομαδιαία ζήτηση	60
Σχήμα 4.13: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής 1ης εβδομαδιαίας ζήτησης, ελαχιστοποιώντας τον χρόνο παραγωγής	62
Σχήμα 4.14: Ελάχιστες ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας, 1η εβδομαδιαία ζήτηση.....	63
Σχήμα 4.15: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής 5ης εβδομαδιαίας ζήτησης, ελαχιστοποιώντας τον χρόνο παραγωγής	65
Σχήμα 4.16: Ελάχιστες ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας, 5η εβδομαδιαία ζήτηση.....	66
Σχήμα 4.17: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής 2ης αυξημένης εβδομαδιαίας ζήτησης.....	71
Σχήμα 4.18: Ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας, αυξημένη 2η εβδομαδιαία ζήτηση.....	72
Σχήμα 4.19: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής 3ης αυξημένης εβδομαδιαίας ζήτησης.....	74
Σχήμα 4.20: Ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας, αυξημένη 3η εβδομαδιαία ζήτηση.....	75
Σχήμα 4.21: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής – επέκταση ωραρίου – 2η εβδομαδιαία ζήτηση.....	78
Σχήμα 4.22: Ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας– επέκταση ωραρίου – 2η εβδομαδιαία ζήτηση.....	79
Σχήμα 4.23: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής – επέκταση ωραρίου – 3η εβδομαδιαία ζήτηση.....	81
Σχήμα 4.24: Ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας– επέκταση ωραρίου – 3η εβδομαδιαία ζήτηση.....	82
Σχήμα 4.25: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής – προσθήκη δεξαμενής – 2η εβδομαδιαία ζήτηση.....	85

Σχήμα 4.26: Ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας – προσθήκη δεξαμενής - 2η εβδομαδιαία ζήτηση.....	86
Σχήμα 4.27: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής – προσθήκη δεξαμενής – 3η εβδομαδιαία ζήτηση.....	88
Σχήμα 4.28: Ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας – προσθήκη δεξαμενής -3η εβδομαδιαία ζήτηση.....	89
Σχήμα 4.29: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής – προσθήκη γραμμών συσκευασίας – 2η εβδομαδιαία ζήτηση.....	91
Σχήμα 4.30: Ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας – προσθήκη γραμμών συσκευασίας - 2η εβδομαδιαία ζήτηση	92
Σχήμα 4.31: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής – προσθήκη γραμμών συσκευασίας – 3η εβδομαδιαία ζήτηση.....	94
Σχήμα 4.32: Ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας – προσθήκη γραμμών συσκευασίας - 3η εβδομαδιαία ζήτηση	95
Σχήμα 4.33: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής – προσθήκη δεξαμενής & γραμμών συσκευασίας – 2η εβδομαδιαία ζήτηση	97
Σχήμα 4.34: Ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας – προσθήκη δεξαμενής & γραμμών συσκευασίας - 2η εβδομαδιαία ζήτηση.....	98
Σχήμα 4.35: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής – προσθήκη δεξαμενής & γραμμών συσκευασίας – 3η εβδομαδιαία ζήτηση	100
Σχήμα 4.36: Ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας – προσθήκη δεξαμενής & γραμμών συσκευασίας - 3η εβδομαδιαία ζήτηση.....	101

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 2.1: Τελικές μορφές συσκευασίας προϊόντων	21
Πίνακας 2.2.: Συνταγές και συσκευασία προϊόντων	22
Πίνακας 4.1: Χρόνοι εναλλαγών (hrs), 1η εβδομαδιαία ζήτηση	46
Πίνακας 4.2: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου, 1η εβδομαδιαία ζήτηση	46
Πίνακας 4.3: Χρόνοι εναλλαγών (hrs), 2η εβδομαδιαία ζήτηση	50
Πίνακας 4.4: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου, 2η εβδομαδιαία ζήτηση	50
Πίνακας 4.5: Χρόνοι εναλλαγών (hrs), 3η εβδομαδιαία ζήτηση	52
Πίνακας 4.6: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου, 3η εβδομαδιαία ζήτηση	53
Πίνακας 4.7: Χρόνοι εναλλαγών (hrs), 4η εβδομαδιαία ζήτηση	55
Πίνακας 4.8: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου, 4η εβδομαδιαία ζήτηση	55
Πίνακας 4.9: Χρόνοι εναλλαγών (hrs), 5η εβδομαδιαία ζήτηση	57
Πίνακας 4.10: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου, 5η εβδομαδιαία ζήτηση	58
Πίνακας 4.11: Χρόνοι εναλλαγών (hrs), 6η εβδομαδιαία ζήτηση	60
Πίνακας 4.12: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου, 6η εβδομαδιαία ζήτηση	61
Πίνακας 4.13: Χρόνοι εναλλαγών (hrs), 1η εβδομαδιαία ζήτηση, ελάχιστος χρόνος παραγωγής	64
Πίνακας 4.14: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου, ελαχιστοποίηση χρόνου παραγωγής – 1η εβδομαδιαία ζήτηση.....	64
Πίνακας 4.15: Χρόνοι εναλλαγών (hrs), 5η εβδομαδιαία ζήτηση, ελάχιστος χρόνος παραγωγής	67
Πίνακας 4.16: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου, ελαχιστοποίηση χρόνου παραγωγής – 5η εβδομαδιαία ζήτηση.....	67
Πίνακας 4.17: Σύγκριση απαιτούμενου χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής, 1η εβδομαδιαία ζήτηση.....	68
Πίνακας 4.18: Σύγκριση απαιτούμενου χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής, 5η εβδομαδιαία ζήτηση.....	69

Πίνακας 4.19: Χρόνος εναλλαγών (hrs), 2η αυξημένη εβδομαδιαία ζήτηση.....	73
Πίνακας 4.20: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου, 2η αυξημένη εβδομαδιαία ζήτηση	73
Πίνακας 4.21: Χρόνος εναλλαγών (hrs), 3η αυξημένη εβδομαδιαία ζήτηση.....	76
Πίνακας 4.22: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου, 3η αυξημένη εβδομαδιαία ζήτηση	76
Πίνακας 4.23: Χρόνος εναλλαγών (hrs) – επέκταση ωραρίου – 2η εβδομαδιαία ζήτηση	80
Πίνακας 4.24: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου– επέκταση ωραρίου – 2η εβδομαδιαία ζήτηση.....	80
Πίνακας 4.25: Χρόνος εναλλαγών (hrs) – επέκταση ωραρίου – 3η εβδομαδιαία ζήτηση	83
Πίνακας 4.26: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου– επέκταση ωραρίου – 3η εβδομαδιαία ζήτηση.....	83
Πίνακας 4.27: Χρόνοι εναλλαγών (hrs) – προσθήκη δεξαμενής - 2η εβδομαδιαία ζήτηση.....	87
Πίνακας 4.28: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου – προσθήκη δεξαμενής - 2η εβδομαδιαία ζήτηση.....	87
Πίνακας 4.29: Χρόνοι εναλλαγών (hrs) – προσθήκη δεξαμενής - 3η εβδομαδιαία ζήτηση.....	89
Πίνακας 4.30: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου – προσθήκη δεξαμενής - 3η εβδομαδιαία ζήτηση.....	90
Πίνακας 4.31: Χρόνοι εναλλαγών (hrs) – προσθήκη γραμμών συσκευασίας - 2η εβδομαδιαία ζήτηση.....	93
Πίνακας 4.32: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου – προσθήκη γραμμών συσκευασίας - 2η εβδομαδιαία ζήτηση	93
Πίνακας 4.33: Χρόνοι εναλλαγών (hrs) – προσθήκη γραμμών συσκευασίας - 3η εβδομαδιαία ζήτηση.....	96
Πίνακας 4.34: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου – προσθήκη γραμμών συσκευασίας - 3η εβδομαδιαία ζήτηση	96
Πίνακας 4.35: Χρόνοι εναλλαγών (hrs) – προσθήκη δεξαμενής & γραμμών συσκευασίας - 2η εβδομαδιαία ζήτηση	99

Πίνακας 4.36: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου – προσθήκη δεξαμενής & γραμμών συσκευασίας - 2η εβδομαδιαία ζήτηση	99
Πίνακας 4.37: Χρόνοι εναλλαγών (hrs) – προσθήκη δεξαμενής & γραμμών συσκευασίας- 3η εβδομαδιαία ζήτηση	102
Πίνακας 4.38: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου – προσθήκη δεξαμενής & γραμμών συσκευασίας - 3η εβδομαδιαία ζήτηση	102
Πίνακας 4.39: Σύνοψη αποτελεσμάτων αύξησης εβδομαδιαίων ζητήσεων.....	103
Πίνακας A.1: Εβδομαδιαίες ζητήσεις παραγωγής όλων των προϊόντων (Μέρος A)	113
Πίνακας A.1: Εβδομαδιαίες ζητήσεις παραγωγής όλων των προϊόντων (Μέρος B)	114
Πίνακας A.2: Ρυθμός συσκευασίας προϊόντων, σε cases/hr	115
Πίνακας A.3: Απαιτούμενη ποσότητα σιροπιού I, για την παραγωγή μιας μονάδας προϊόντος j, σε L (Μέρος A).....	116
Πίνακας A.3: Απαιτούμενη ποσότητα σιροπιού I, για την παραγωγή μιας μονάδας προϊόντος j, σε L (Μέρος B).....	117
Πίνακας A.3: Απαιτούμενη ποσότητα σιροπιού I, για την παραγωγή μιας μονάδας προϊόντος j, σε L (Μέρος Γ)	118
Πίνακας A.3: Απαιτούμενη ποσότητα σιροπιού I, για την παραγωγή μιας μονάδας προϊόντος j, σε L (Μέρος Δ).....	119
Πίνακας A.4: Χρόνος παραγωγής μιας μονάδας προϊόντος j, στη γραμμή m, σε hr.	120
Πίνακας B.1: Ώρες λειτουργίας γραμμών και υπερωρίες παραγωγικής μονάδας, ανά ημέρα, 1 ^η εβδομαδιαία ζήτηση	121
Πίνακας B.2: Ώρες λειτουργίας γραμμών και υπερωρίες παραγωγικής μονάδας, ανά ημέρα, 2 ^η εβδομαδιαία ζήτηση	122
Πίνακας B.3: Ώρες λειτουργίας γραμμών και υπερωρίες παραγωγικής μονάδας, ανά ημέρα, 3 ^η εβδομαδιαία ζήτηση	122
Πίνακας B.4: Ώρες λειτουργίας γραμμών και υπερωρίες παραγωγικής μονάδας, ανά ημέρα, 4 ^η εβδομαδιαία ζήτηση	122
Πίνακας B.5: Ώρες λειτουργίας γραμμών και υπερωρίες παραγωγικής μονάδας, ανά ημέρα, 5 ^η εβδομαδιαία ζήτηση	123
Πίνακας B.6: Ώρες λειτουργίας γραμμών και υπερωρίες παραγωγικής μονάδας, ανά ημέρα, 6 ^η εβδομαδιαία ζήτηση	123

Πίνακας Β.7: Ελάχιστες ώρες λειτουργίας γραμμών ανά ημέρα, 1 ^η εβδομαδιαία ζήτηση	123
Πίνακας Β.8: Ελάχιστες ώρες λειτουργίας γραμμών ανά ημέρα, 5 ^η εβδομαδιαία ζήτηση	124
Πίνακας Β.9: Σύγκριση χρόνου εναλλαγών προϊόντων, 1 ^η και 5 ^η εβδομαδιαία ζήτηση	124
Πίνακας Β.10: Σύγκριση ανάγκης σε υπερωρίες, 1 ^η και 5 ^η εβδομαδιαία ζήτηση	124
Πίνακας Β.11: Ώρες λειτουργίας γραμμών και υπερωρίες παραγωγικής μονάδας, ανά ημέρα, 2 ^η αυξημένη εβδομαδιαία ζήτηση.....	125
Πίνακας Β.12: Ώρες λειτουργίας γραμμών και υπερωρίες παραγωγικής μονάδας, ανά ημέρα, 3 ^η αυξημένη εβδομαδιαία ζήτηση.....	125
Πίνακας Β.13: Ώρες λειτουργίας γραμμών και υπερωρίες παραγωγικής μονάδας, ανά ημέρα – επέκταση ωραρίου – 2 ^η εβδομαδιαία ζήτηση	125
Πίνακας Β.14: Ώρες λειτουργίας γραμμών και υπερωρίες παραγωγικής μονάδας, ανά ημέρα – επέκταση ωραρίου – 3 ^η εβδομαδιαία ζήτηση	126
Πίνακας Β.15: Ώρες λειτουργίας γραμμών και υπερωρίες παραγωγικής μονάδας, ανά ημέρα – προσθήκη δεξαμενής– 2 ^η εβδομαδιαία ζήτηση	126
Πίνακας Β.16: Ώρες λειτουργίας γραμμών και υπερωρίες παραγωγικής μονάδας, ανά ημέρα – προσθήκη δεξαμενής– 3 ^η εβδομαδιαία ζήτηση	126
Πίνακας Β.17: Ώρες λειτουργίας γραμμών και υπερωρίες παραγωγικής μονάδας – προσθήκη γραμμών συσκευασίας– 2 ^η εβδομαδιαία ζήτηση.....	127
Πίνακας Β.18: Ώρες λειτουργίας γραμμών και υπερωρίες παραγωγικής μονάδας – προσθήκη γραμμών συσκευασίας– 3 ^η εβδομαδιαία ζήτηση.....	127
Πίνακας Β.19: Ώρες λειτουργίας γραμμών και υπερωρίες παραγωγικής μονάδας – προσθήκη δεξαμενών & γραμμών συσκευασίας– 2 ^η εβδομαδιαία ζήτηση.....	127
Πίνακας Β.20: Ώρες λειτουργίας γραμμών και υπερωρίες παραγωγικής μονάδας – προσθήκη δεξαμενών & γραμμών συσκευασίας– 3 ^η εβδομαδιαία ζήτηση.....	128

1. Εισαγωγή

1.1. Χρονοπρογραμματισμός παραγωγής – Ιστορική αναδρομή

Με την πάροδο των χρόνων η βιομηχανία έρχεται αντιμέτωπη με ολοένα και περισσότερες προκλήσεις. Ο ανταγωνισμός αυξάνεται συνεχώς, οι οικονομικές συνθήκες μεταβάλλονται με ταχείς ρυθμούς, οι καταναλωτές, έχοντας πρόσβαση σε περισσότερες πληροφορίες, γίνονται όλο και απαιτητικότεροι και οι βιομηχανίες καλούνται να ανταπεξέλθουν σε όλες αυτές τις αλλαγές. Ως κερδοσκοπικοί οργανισμοί όμως, εκτός από το να ανταπεξέρχονται, έχουν ως βασικό στόχο τους την αύξηση των κερδών τους, ώστε να μπορούν να επιβιώνουν και να εξελίσσονται. Στην επίτευξη του στόχου αυτού πρέπει να είναι σε θέση να διαχειρίζονται τις νέες τεχνολογίες και να είναι συνεπείς στην παράδοση των παραγγελιών. Σημαντική πρόκληση επίσης, αποτελεί και η καλή διαχείριση των μέσων και των πόρων που διαθέτουν, με σκοπό την όσο το δυνατόν πιο έγκαιρη ολοκλήρωση της παραγωγής. Όταν η ζήτηση καλύπτεται στον μικρότερο δυνατό χρόνο υπάρχει δυνατότητα για συνεργασία με μεγαλύτερες αγορές και νέους πελάτες, γεγονός που αυξάνει τα περιθώρια κέρδους. Οι βιομηχανίες λοιπόν, οδηγούνται στην ανάγκη επένδυσης σε μεθόδους χρονοπρογραμματισμού παραγωγής, προκειμένου να έχουν μεγαλύτερο όφελος.

Όσον αφορά τώρα τη βιομηχανία αναψυκτικών, συγκεκριμένα, αυτή αποτελείται από εταιρείες που παράγουν, που συσκευάζουν, πουλάνε και διανέμουν μη αλκοολούχα ποτά και ανθρακούχα αναψυκτικά. Υπάρχουν γενικά πολλές μικρές τοπικές επιχειρήσεις, αλλά το μεγαλύτερο ποσοστό της αγοράς κατέχουν ορισμένες διεθνώς αναγνωρισμένες επωνυμίες. Σημαντικό για την εξέλιξη και τη διατήρηση της θέσης τους στην αγορά είναι η επίτευξη ανάπτυξης και βελτίωση της αποδοτικότητας και της κερδοφορίας τους, όπως ισχύει και γενικά στη βιομηχανία. Τροχοπέδη στην εξέλιξη αυτή όμως, αποτελούν η μεγάλη ποικιλία προϊόντων, που πλέον προσφέρονται στους καταναλωτές, η πολυπλοκότητα των σύγχρονων γραμμών συσκευασίας και η μεγάλη κλίμακα των μονάδων, που δεν καθιστούν εύκολη τη διαχείριση και τον προγραμματισμό της παραγωγής με εμπειρικούς τρόπους. Επομένως, οδηγούνται, πράγματι, στην ανάγκη υιοθέτησης τεχνικών χρονοπρογραμματισμού παραγωγής. (Ferreira D., Morabito R. και Rangel S., 2009)

Ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής, όπως έχει οριστεί από τον Pinedo (2012), είναι μια διαδικασία λήψης αποφάσεων που εφαρμόζεται τακτικά από πληθώρα βιομηχανιών. Ασχολείται με την κατανομή των διαθέσιμων πόρων στις εργασίες που πρέπει να ολοκληρωθούν σε ορισμένες χρονικές περιόδους και έχει ως σκοπό την βελτιστοποίηση ενός ή περισσότερων στόχων. Οι πόροι μπορούν να έχουν πολλές διαφορετικές μορφές, το ίδιο και οι διεργασίες. Συγκεκριμένα στη βιομηχανία, πόροι μπορεί να είναι τα μηχανήματα, οι πρώτες ύλες, οι βοηθητικές παροχές, το εργατικό δυναμικό κ.α., ενώ διεργασίες οι λειτουργίες των μηχανημάτων στις γραμμές παραγωγής. Κάθε διεργασία χαρακτηρίζεται από ορισμένους περιορισμούς, όπως για παράδειγμα η συγκεκριμένη σειρά προτεραιότητας, ο συντομότερος δυνατός χρόνος έναρξης και ο ορισμένος χρόνος ολοκλήρωσης. Ο στόχος που πρόκειται να βελτιστοποιηθεί μπορεί να αφορά, για παράδειγμα, την ελαχιστοποίηση της ολοκλήρωσης των εργασιών. Γίνεται λοιπόν αντιληπτό, ότι ο προγραμματισμός παραγωγής ως διαδικασία λήψης αποφάσεων έχει σημαντικό ρόλο σε πολλές περιπτώσεις παραγωγής, επεξεργασίας δεδομένων, δικτύων διανομής και σε άλλου είδους υπηρεσίες. (Pinedo, 2012)

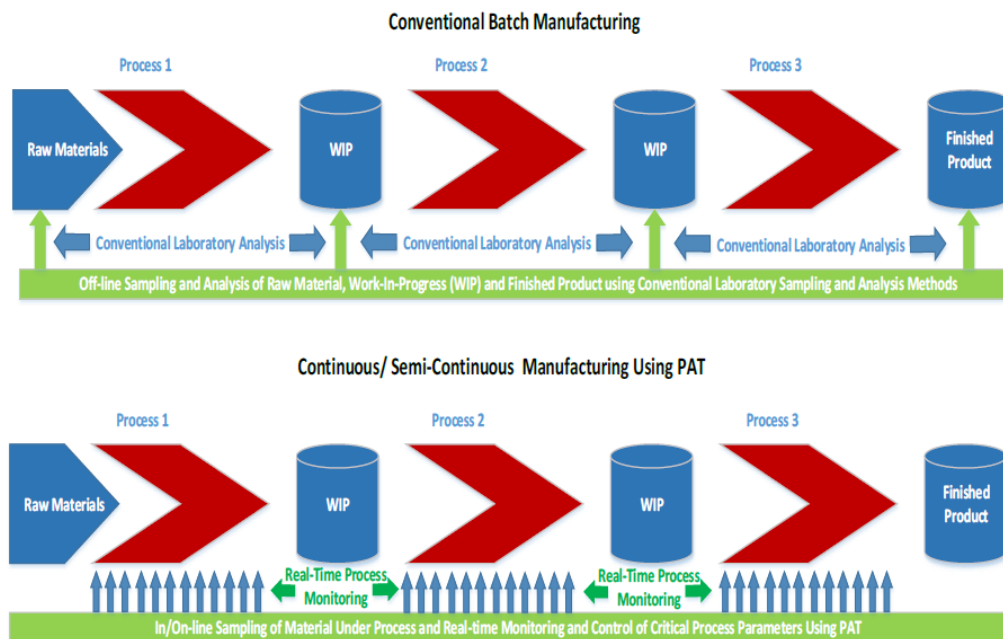
Με άλλα λόγια, σύμφωνα με τους Floudas και Lin (2004) ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής ως διαδικασία λήψης αποφάσεων πρέπει να καθορίσει πότε, πώς και πού θα παραχθεί ένα σύνολο προϊόντων. Τα προϊόντα αυτά συνοδεύονται από συγκεκριμένες απαιτήσεις σε ορισμένο χρονικό ορίζοντα, περιορισμένους πόρους και συγκεκριμένες συνταγές επεξεργασίας. Στόχο των προβλημάτων χρονοπρογραμματισμού παραγωγής μπορεί να αποτελεί η ελαχιστοποίηση του χρόνου ολοκλήρωσης των διεργασιών (makespan) ή η ελαχιστοποίηση των καθυστερήσεων και του κόστους, καθώς και η μεγιστοποίηση των κερδών. Στα προβλήματα αυτά υπάρχει συχνά ανάγκη λήψης διακριτών αποφάσεων (π.χ. ανάθεση εργασιών στον διαθέσιμο εξοπλισμό), γεγονός που τα καθιστά ιδιαίτερα πολύπλοκα υπολογιστικά. (Floudas και Lin, 2004)

Προκειμένου να πραγματοποιηθεί ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής και να είναι κατανοητά τα μοντέλα που καταστρώνονται για την υλοποίησή του είναι σημαντικό να διευκρινιστούν κάποιες έννοιες. Συγκεκριμένα μια παραγωγική διαδικασία μπορεί να χαρακτηριστεί ως συνεχής, ημι – συνεχής ή διαλείπουσα. (Koranos, 2010) Χαρακτηριστικά των συνεχών και ασυνεχών διεργασιών αναπαρίστανται και σχηματικά στο Σχήμα 1.1.

Συνεχείς διεργασίες: Πρόκειται για διεργασίες, στις οποίες εισέρχεται συνεχώς τροφοδοσία κι αντίστοιχα εξέρχεται από αυτές προϊόν με σταθερή ροή. Στις περιπτώσεις παραγωγής μεγάλων ποσοτήτων όμοιων προϊόντων, με τις συνεχείς διεργασίες μπορεί να επιτευχθεί σταθερά υψηλότερη ποιότητα προϊόντων, μειώνοντας σημαντικά το κόστος παραγωγής και τα απόβλητα που προκύπτουν από αυτές. Σημειώνεται όμως, ότι όταν πρόκειται να πραγματοποιηθούν εναλλαγές ανάμεσα σε προϊόντα ή συντήρηση των γραμμών παραγωγής, απαιτείται ιδιαίτερη μεταχείριση, καθώς αυτές συμβαίνουν κατά τη διάρκεια της συνεχούς ροής. (Koranos, 2010)

Ημι – συνεχείς διεργασίες: Με τις ημι – συνεχείς διεργασίες είναι δυνατόν να αντιμετωπιστούν κατάλληλα δυναμικές διεργασίες, σε ιδιαίτερα αβέβαια περιβάλλοντα. Τέτοιες διεργασίες χαρακτηρίζονται από τον ρυθμό επεξεργασίας τους και λειτουργούν συνεχώς με περιοδικές εκκινήσεις και τερματισμούς. Οι χρόνοι λειτουργίας των ημι – συνεχών διεργασιών είναι σχετικά μεγάλες χρονικές περίοδοι, διάρκειας από μερικές ώρες έως και αρκετές ημέρες, που ονομάζονται καμπάνιες και η κάθε μία εξ αυτών είναι αφιερωμένη στην παραγωγή ενός μόνο προϊόντος. Πολλές μονάδες παραγωγής χρησιμοποιούν τέτοιου είδους διεργασίες, καθώς η παραγωγή σε αυτές είναι περισσότερο ευέλικτη και δίνεται η δυνατότητα αξιοποίησης του εξοπλισμού με πιο αποτελεσματικό τρόπο. (Koranos, 2010)

Διαλείπουσες διεργασίες: Το βασικό χαρακτηριστικό των διαλείπουσών (ασυνεχών) διεργασιών είναι ότι για να πραγματοποιηθεί μια διεργασία πρέπει πρώτα να έχει ολοκληρωθεί η προηγούμενη. Τέτοιου είδους διεργασίες είναι δημοφιλείς σε φαρμακοβιομηχανίες, καθώς και σε άλλες μονάδες παραγωγής προϊόντων που χαρακτηρίζονται από αβεβαιότητα στη ζήτηση. Σημαντικό πλεονέκτημα των ασυνεχών διεργασιών αποτελεί το γεγονός ότι με την επιλογή τους περιορίζεται η αρχική δαπάνη για εξοπλισμό, αφού με μια μόνο γραμμή μπορεί να ολοκληρωθεί η παραγωγή περισσότερων από ένα προϊόντων, γι' αυτό και συναντώνται συχνά σε μικρές επιχειρήσεις, οι οποίες δεν μπορούν να συντηρήσουν συνεχείς γραμμές παραγωγής. (Koranos, 2010)



Σχήμα 1.1: Σχηματική απεικόνιση συνεχούς και ασυνεχούς διεργασίας (Murphy et al., 2016)

Η βελτιστοποίηση του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής, μέσω μαθηματικών μοντέλων, βασίζεται σε ορισμένα χαρακτηριστικά στοιχεία, όπως η αναπαράσταση του χρόνου, η προσέγγιση του ισοζυγίου μάζας των υλικών και η αντικειμενική συνάρτηση. (Κορανός, 2010)

Η αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα, κατά τον χρονοπρογραμματισμό παραγωγής, μέσω μαθηματικών μοντέλων, είναι απαραίτητη, γιατί οι διεργασίες αλληλεπιδρούν μεταξύ τους λόγω των κοινών πόρων που χρησιμοποιούν, κι έτσι δημιουργείται ανάγκη παρακολούθησης των πιθανών ασυνεχειών που δημιουργούνται. Απώτερος σκοπός είναι η διασφάλιση της ολοκλήρωσης της παραγωγής στον επιθυμητό χρόνο, χωρίς υπέρβαση των διαθέσιμων πόρων. (Κορανός, 2010) Οι τρεις διαθέσιμοι τρόποι αναπαράστασης του χρόνου παρουσιάζονται στη συνέχεια:

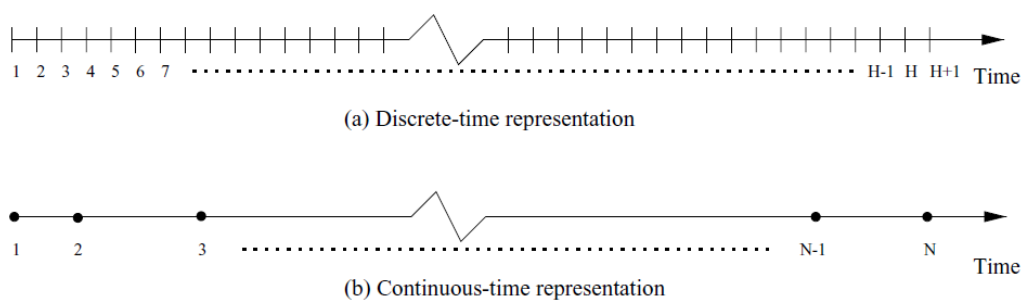
Διακριτή αναπαράσταση χρόνου: Κατά την αναπαράσταση αυτή, ο χρονικός ορίζοντας διαιρείται σε έναν αριθμό διαστημάτων, ίσης μεταξύ τους διάρκειας, στα πλαίσια των οποίων πραγματοποιούνται όλες οι διαδικασίες. (Κορανός, 2010) Το πρόβλημα που δημιουργείται από την αναπαράσταση αυτή είναι ότι η πολυπλοκότητα του μοντέλου

εξαρτάται από τον αριθμό των διαστημάτων που ορίζονται. Επίσης, πρόβλημα αποτελεί το γεγονός ότι μπορεί να προκύψουν μη βέλτιστες λύσεις στα μαθηματικά μοντέλα ή ακόμα και αδύνατα μαθηματικά μοντέλα. Τέτοιου είδους αναπαράσταση, παρ' όλα αυτά, αποτελεί μια επιλογή που οδηγεί σε σχετικά απλά μοντέλα όταν το πρόβλημα μπορεί να αναπαρασταθεί με έναν λογικό αριθμό χρονικών διαστημάτων. (Mendez et al., 2006)

Συνεχής αναπαράσταση χρόνου: Στην περίπτωση αυτή ο χρονικός ορίζοντας χωρίζεται πάλι σε χρονικά διαστήματα, λιγότερα αυτή τη φορά, των οποίων η διάρκεια αποτελεί μεταβλητή που λαμβάνεται από την επίλυση του μαθηματικού μοντέλου. (Koranos, 2010) Ουσιαστικά επιτρέπεται σε γεγονότα, όπως η αρχή και το τέλος των διεργασιών να πραγματοποιούνται σε οποιοδήποτε σημείο του χρονικού ορίζοντα, με τη χρήση συνεχών μεταβλητών. Το γεγονός αυτό καθιστά τη δομή του προβλήματος πιο απλή και εύκολη να λυθεί. (Mendez et al., 2006)

Μεικτή αναπαράσταση χρόνου: Αποτελεί συνδυασμό των προηγούμενων δύο περιπτώσεων. Ειδικότερα ο αριθμός των χρονικών διαστημάτων είναι προκαθορισμένος, αλλά η διάρκειά τους όχι. (Koranos, 2010)

Η διακριτή και η συνεχής αναπαράσταση του χρόνου παρουσιάζονται σχηματικά στη συνέχεια, στο Σχήμα 1.2.

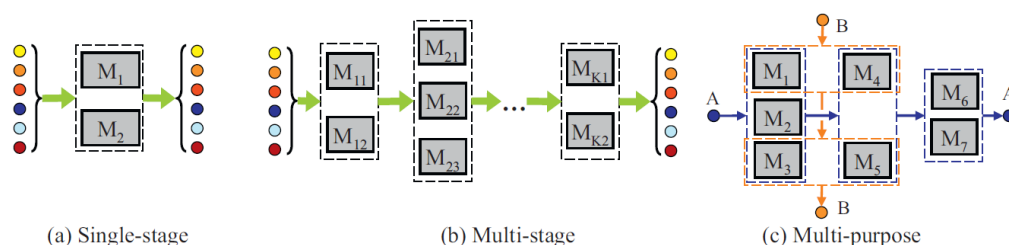


Σχήμα 1.2.: Σχηματική απεικόνιση διακριτής και συνεχούς αναπαράστασης χρονικού ορίζοντα (Floudas και Lin, 2005)

Όσον αφορά στη διαχείριση των υλικών και συγκεκριμένα τη διαχείριση των παρτίδων και του μεγέθους τους, υφίστανται δύο προσεγγίσεις:

Απεικόνιση δικτύου (Network – based formulation): Η κατηγορία αυτή αναφέρεται σε προσεγγίσεις, οι οποίες ασχολούνται ταυτόχρονα με το μέγεθος της παρτίδας και το πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού. Τέτοιες μέθοδοι είναι δυνατόν να αντιμετωπίσουν διεργασίες δικτύου, οι οποίες συμπεριλαμβάνουν σύνθετες συνταγές, για την παραγωγή προϊόντων. Παρ' όλα αυτά, τα χαρακτηριστικά των προσεγγίσεων αυτών, οδηγούν συχνά σε μεγάλα μοντέλα και κατ' επέκταση μπορούν να εφαρμοστούν μόνο σε περιπτώσεις, όπου περιλαμβάνεται μικρός αριθμός διεργασιών και κατά προτίμηση μικροί χρονικοί ορίζοντες προγραμματισμού. (Koranos, 2010)

Απεικόνιση παρτίδων (Batch – based formulation): Η κατηγορία αυτή αναφέρεται σε προσεγγίσεις που βασίζονται σε παρτίδες και χρησιμοποιούνται για διεργασίες ενός σταδίου ή πολλαπλών σταδίων και πολλαπλών χρήσεων, οι οποίες εξηγούνται σχηματικά στο Σχήμα 1.3. Στις διεργασίες αυτές οι παρτίδες επεξεργάζονται διαδοχικά, δεν επιτρέπεται ο διαχωρισμός ή η ανάμειξη παρτίδων και δεν υπάρχουν καθόλου ροές ανακύκλωσης. Το πρόβλημα μεγέθους παρτίδων λοιπόν, δεν υφίσταται στην περίπτωση αυτή, καθώς το μέγεθός τους είναι ήδη καθορισμένο εκ των προτέρων. Με τη μέθοδο αυτή, είναι δυνατόν να αντιμετωπιστούν προβλήματα μεγαλύτερης κλίμακας και κυρίως προβλήματα που περιλαμβάνουν μεγάλο αριθμό διαλειπουσών διεργασιών και σχετίζονται με διαφορετικά ενδιάμεσα και τελικά προϊόντα. (Koranos, 2010)



Σχήμα 1.3: Σχηματική επεξήγηση διεργασιών ενός σταδίου, πολλαπλών σταδίων και πολλαπλών χρήσεων (Harjunkoski, 2014)

Κατά την απεικόνιση δικτύου συχνά υιοθετείται η αναπαράσταση STN (State – Task Network) ή RTN (Resource – Task Network) προκειμένου να αναπαρασταθεί επίσημα το πρόβλημα. (Koranos, 2010)

State – Task Network: Κατά την αναπαράσταση STN οι διεργασίες αναπαρίστανται ως ένα σύνολο διαφορετικών υλικών που μετασχηματίζονται με τη βοήθεια των διεργασιών,

οι οποίες εκτελούνται από τις μονάδες εξοπλισμού. Οι πληροφορίες σχετικά με τον εξοπλισμό που απαιτείται για την εκτέλεση μιας διεργασίας ορίζονται από σύνολα. (Harjunkoski, 2014) Για την ακρίβεια ο συγκεκριμένος τρόπος αναπαράστασης προτάθηκε για πρώτη φορά από τους Kondili et al. (1993) προκειμένου να μπορούν να απεικονιστούν ακόμη και πολύπλοκα μοντέλα. Για την απεικόνιση αυτή, προτάθηκε η αναπαράσταση των «καταστάσεων» (states) ως κύκλους και των «έργων» (tasks) ως παραλληλόγραμμα, τα οποία συνδέονται μεταξύ τους με βέλη που υποδηλώνουν την ροή των υλικών. Ένα από τα πλεονεκτήματα, που παρουσιάζει η μέθοδος αυτή, είναι ότι μπορεί με απλό τρόπο να αναπαραστήσει πολύπλοκες καταστάσεις, που μπορεί να συμβαίνουν, όπως διασταύρωση γραμμών προϊόντων ή ακόμα ανάμιξη, διάσπαση και ανακύκλωση ρευμάτων, παρ' όλα αυτά, διεργασίες όπως εναλλαγή ή μεταφορά προϊόντων δεν μπορεί να τις απεικονίσει. (Kondili et al., 1993)

Resource – Task Network: Κατά την αναπαράσταση αυτή, όλα τα στοιχεία αντιμετωπίζονται ως πόροι, οι οποίοι είτε παράγονται είτε καταναλώνονται από τις διεργασίες. (Harjunkoski, 2014) Η απεικόνιση αυτή, προτάθηκε για πρώτη φορά από τον Pantelides το 1994 και στην περίπτωση αυτή, οι κύκλοι δεν αναφέρονται μόνο σε «καταστάσεις» (states), όπως στην απεικόνιση STN, αλλά και σε άλλους πόρους που χρειάζονται για την πραγματοποίηση της διεργασίας, όπως οι μονάδες εξοπλισμού κ.λπ.. Το σημείο, στο οποίο πλεονεκτούν οι RTN απεικονίσεις, σε σχέση με τις STN απεικονίσεις, είναι ότι μπορούν να εφαρμοστούν σε μεγάλο αριθμό σύνθετων διεργασιών, λόγω της απλούστερης μορφής που προκύπτει. (Koranos, 2010)

Μια επιπλέον ταξινόμηση των μαθηματικών μοντέλων και συγκεκριμένα των μοντέλων εκείνων που βασίζονται στην μοντελοποίηση της αλληλουχίας των διεργασιών που λαμβάνουν χώρα, γίνεται στις εξής κατηγορίες:

Μοντέλα γενικής προτεραιότητας (General Precedence Models): Στα μοντέλα αυτά εξετάζεται η προτεραιότητα των διεργασιών σε σχέση με όλες τις υπόλοιπες διεργασίες κι όχι μόνο με αυτές που βρίσκονται ακριβώς προηγουμένως. Με τη συγκεκριμένη μοντελοποίηση προκύπτουν μοντέλα με μικρό αριθμό μεταβλητών, γεγονός που οδηγεί σε περιορισμό του υπολογιστικού κόστους που απαιτείται για την επίλυσή τους. (Georgiadis et al., 2019)

Μοντέλα άμεσης προτεραιότητας (Immediate Precedence Models): Στα μοντέλα άμεσης προτεραιότητας εξετάζεται η σχέση ανάμεσα σε ένα συγκεκριμένο ζευγάρι διαδοχικών διεργασιών. Επίσης, στις περιπτώσεις αυτές, δε λαμβάνεται υπόψη αν οι διεργασίες έχουν ανατεθεί στην ίδια μονάδα εξοπλισμού. (Korpanos, 2010)

Μοντέλα γενικής προτεραιότητας για κάθε συσκευή (Unit – Specific general Precedence Models): Στα μοντέλα αυτά εξετάζεται η σχέση σε ένα συγκεκριμένο ζευγάρι διαδοχικών διεργασιών, με τη διαφορά σε σχέση με τα προηγούμενα μοντέλα, ότι λαμβάνεται υπόψη μόνο η άμεση προτεραιότητα των παρτίδων, που ανατίθενται, αυτή τη φορά, στην ίδια μονάδα εξοπλισμού. (Korpanos, 2010)

Ενδιαφέρον παρουσιάζεται, επίσης, στην παρατήρηση της εξέλιξη των μαθηματικών μοντέλων, που αξιοποιούνται για τον χρονοπρογραμματισμό της παραγωγής, με την πάροδο των χρόνων. Παρατηρώντας τα μοντέλα αυτά, διαπιστώνεται η χρησιμότητα και η αποτελεσματικότητα των προαναφερθέντων προσεγγίσεων, καθώς και η εφαρμοσιμότητά τους σε βιομηχανίες διαφόρων ειδών.

Το 1997, οι Fleischmann και Meyr αναφέρονται στο μοντέλο GLSP (General Lotsizing and Scheduling Problem). Το μοντέλο αυτό, δύναται να αντιμετωπίσει προβλήματα, όπως η ενσωμάτωση διάφορων προϊόντων σε μια μόνο μηχανή, με αντικειμενική συνάρτηση, που ελαχιστοποιεί το κόστος διατήρησης αποθεμάτων. Ο χρονικός ορίζοντας διαιρείται σε μακρο – περιόδους, οι οποίες χωρίζονται περαιτέρω σε μικρο – περιόδους, προκειμένου να ορίζεται η σειρά με την οποία παράγονται τα προϊόντα.

Οι Brown et al. (2001) παρουσίασαν δύο μοντέλα προγραμματισμού παραγωγής της εταιρείας Kellogg. Πρόκειται για γραμμικά μοντέλα μεγάλης κλίμακας και πολλαπλών περιόδων με σκοπό, τον χρονοπρογραμματισμό παραγωγής, καθώς και την λήψη αποφάσεων, σχετικά με τη διανομή των δημητριακών και των υπολοίπων προϊόντων της εταιρείας. Το ένα από τα μοντέλα εξυπηρετεί, σε εβδομαδιαία βάση, τον ορισμό παραγωγής των προϊόντων στις μηχανές, καθώς και τις αποφάσεις αποστολής των τελικών προϊόντων μεταξύ των μονάδων και των κέντρων διανομής. Το δεύτερο μοντέλο, σε μηνιαία βάση, συμβάλλει στην καθιέρωση προϋπολογισμού για τις μονάδες και στη λήψη αποφάσεων, για επεκτάσεις παραγωγής. Τα μοντέλα αυτά οδήγησαν τελικά σε σημαντική μείωση του κόστους παραγωγής, αποθήκευσης αποθεμάτων και διανομής των προϊόντων.

Οι Méndez και Cerdá (2002) παρουσίασαν ένα νέο μαθηματικό μοντέλο Μεικτού Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού (MILP) για τον χρονοπρογραμματισμό παραγωγής μονάδων παραγωγής συνεχούς λειτουργίας με περιορισμένους πόρους. Στο μοντέλο αυτό, οι δεξαμενές αποθήκευσης μπορούν να αξιοποιηθούν για προσωρινή αποθήκευση ημι – έτοιμων προϊόντων, προκειμένου να περιοριστεί ο χρόνος που ο εξοπλισμός παραμένει σε αδράνεια. Στόχο του μοντέλου αποτέλεσε η μεγιστοποίηση της οικονομικής απόδοσης της μονάδας, ικανοποιώντας παράλληλα τις ελάχιστες απαιτήσεις σε προϊόντα. Συγκρινόμενη με προσεγγίσεις που είχαν προταθεί στο παρελθόν, η προσέγγιση αυτή, αποτελεί μια πολύ απλούστερη αναπαράσταση του προβλήματος, με περιορισμένο αριθμό δυαδικών μεταβλητών και περιορισμών αλληλουχίας, γεγονός που ελαττώνει το υπολογιστικό κόστος επίλυσής της.

Το 2002 οι Giannelos και Georgiadis παρουσίασαν μια, επίσης καινούργια, μέθοδο χρονοπρογραμματισμού συνεχών διεργασιών πολλαπλών σταδίων. Η νέα αυτή αναπαράσταση είναι βασισμένη στην αναπαράσταση STN (state – task network), σε συνδυασμό με συνεχή αναπαράσταση χρόνου, με ορισμό χρονικών σημείων βασισμένα σε συμβάντα. Διάφορες παραλλαγές, μεσαίας έως μεγάλης κλίμακας συνεχών παραγωγικών διεργασιών, εξετάζονται ώστε να αποδειχθεί η εφαρμοσιμότητα, καθώς και η αποτελεσματικότητα της μεθόδου αυτής.

Οι Bongers και Bakker (2006) μελέτησαν ένα απλοποιημένο μοντέλο για μια μονάδα παραγωγής παγωτού, μεσαίου μεγέθους. Συγκεκριμένα κατασκευάστηκε ένα μοντέλο χρονοπρογραμματισμού παραγωγής, πολλαπλών σταδίων, στο οποίο απεικονίζεται η δομή και η λειτουργία της μονάδας, καθώς και τα προϊόντα που παράγονται. Με την απεικόνιση αυτή και την διαχείριση του χρονοπρογραμματισμού της μονάδας, ως σύνολο, μέσω του προτεινόμενου μοντέλου, είναι δυνατόν να αυξηθεί η δυναμικότητά της σε σημαντικό βαθμό.

Το 2010, οι Liu et al. πρότειναν ένα μοντέλο μεικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP), βασισμένο στον διαχωρισμό των προϊόντων σε ομάδες. Το μοντέλο αυτό προτάθηκε για την επίλυση του προβλήματος βραχυπρόθεσμου προγραμματισμού, μιας μονάδας απόσπησης βρώσιμου ελαίου, ενός σταδίου. Στη συγκεκριμένη μονάδα μπορούν να υποστούν κατεργασία πολλά προϊόντα, που ανήκουν σε διάφορες ομάδες. Μάλιστα οι εναλλαγές ανάμεσα σε προϊόντα από την μία ομάδα στην άλλη σχετίζονται άμεσα με τη σειρά που πραγματοποιούνται. Το προτεινόμενο μοντέλο

εφαρμόστηκε σε μια πραγματική μονάδα παραγωγής 70 προϊόντων και σε σύγκριση με προηγούμενα μοντέλα παρουσίασε βελτιωμένη απόδοση.

Οι Koranos et al. (2010) παρουσίασαν μια μελέτη σχετικά με το πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής μιας γαλακτοβιομηχανίας και συγκεκριμένα μιας γραμμής παραγωγής γιαουρτιών, πολλαπλών προϊόντων. Το πρόβλημα που μελετήθηκε επικεντρώθηκε στο στάδιο της συσκευασίας, ενώ τα στάδια παστερίωσης ομογενοποίησης και ζύμωσης συμπερηλήφθηκαν μέσω περιορισμών. Στα πλαίσια της μελέτης αυτής, προτάθηκαν πολλά μοντέλα μεικτού αέριου γραμμικού προγραμματισμού, με μεικτή αναπαράσταση χρονικού ορίζοντα (συνεχή και διακριτή), βασισμένα στη φιλοσοφία των οικογενειών προϊόντων. Τα κόστη και οι χρόνοι, οι οποίοι εξαρτώνται από την σειρά παραγωγής, λαμβάνονται υπόψη στο προτεινόμενο μοντέλο, μέσω του οποίου εντοπίζονται τα σημεία συμφόρησης. Τέλος, το μοντέλο αυτό έχει εφαρμοστεί και έχει δώσει λύση σε διάφορες, μεγάλης κλίμακας, βιομηχανικές μονάδες.

Το 2011 οι Koranos et al. παρουσίασαν ένα νέο μοντέλο μεικτού αέριου γραμμικού προγραμματισμού (MILP) με σκοπό τη βελτιστοποίηση χρονοπρογραμματισμού μιας μονάδας παραγωγής τροφίμων πολλαπλών σταδίων και πολλαπλών προϊόντων. Το μαθηματικό μοντέλο βασίζεται σε αποτελεσματική μοντελοποίηση των αποφάσεων αλληλουχίας και την ολοκληρωμένη μοντελοποίηση όλων των σταδίων της παραγωγικής διαδικασίας. Το γεγονός αυτό, κατά την βελτιστοποίηση, οδηγεί σε αύξηση παραγωγικότητας της μονάδας, ελαττώνοντας το κόστος παραγωγής των τελικών προϊόντων.

Επίσης το 2011, οι Gellert et al. μελέτησαν ένα πρόβλημα αλληλουχίας και χρονοπρογραμματισμού παραγωγής, που συναντάται στις γραμμές πλήρωσης μιας γαλακτοβιομηχανίας. Για την ακρίβεια, στη μελέτη τους αυτή, διερεύνησαν πώς ο γενικός γενετικός αλγόριθμος με χρήση, για προβλήματα αλληλουχίας, συνοδευόμενος από αλγόριθμο χρονοπρογραμματισμού προβλημάτων συγκεκριμένης αλληλουχίας, που είχε προταθεί στο παρελθόν, μπορεί τώρα να εφαρμοστεί σε περιπτώσεις γραμμών πλήρωσης. Ο αλγόριθμος αυτός, εφαρμόστηκε τώρα για τη γραμμή πλήρωσης, στην οποία δημιουργούταν συμφόρηση και αξιολογήθηκε υπολογιστικά, υπερτερώντας συγκρινόμενος με πιο περίπλοκους αλγόριθμους και δίνοντας σημαντικές κατευθυντήριες οδούς για τη μελλοντική έρευνα.

Οι Basso και Varas (2017) μελέτησαν το πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής που συναντάται στις μονάδες παραγωγής κρασιού, όταν η ζήτηση των πελατών πρέπει να κατανεμηθεί στις γραμμές παραγωγής. Τέτοια προβλήματα συναντώνται σε μεγάλη ποικιλία βιομηχανιών, αλλά κυρίως στις μονάδες συσκευασίας τροφίμων. Για το σκοπό αυτό, πρότειναν ένα μοντέλο μεικτού ακέραιου προγραμματισμού (MIP), για την κατασκευή του οποίου έλαβαν υπόψη τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της συγκεκριμένης μονάδας, όπως τους διαφορετικούς τύπους προμήθειας κρασιού και περιορισμούς που σχετίζονται με την οινολογία. Παράλληλα χρησιμοποίησαν κι έναν επιπλέον αλγόριθμο προκειμένου να εντοπίζονται εφικτές λύσεις χρονοπρογραμματισμού της συσκευασίας σε μικρό υπολογιστικό χρόνο.

Το 2021, οι Georgiadis et al., μελέτησαν τη βελτιστοποίηση του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής σε μια μονάδα παραγωγής μπύρας. Το πρόβλημα αυτό χαρακτηριζόταν από ιδιαίτερη πολυπλοκότητα, καθώς συμπεριλάμβανε πολλαπλά στάδια παραγωγής, αρκετές μονάδες εξοπλισμού, κοινόχρηστους πόρους, αυστηρούς περιορισμούς και εκτός από τα τελικά, συμπεριλάμβανε και ενδιάμεσα, προϊόντα. Ιδιαίτερη μεταχείριση, σε τέτοιου είδους βιομηχανίες, χρειάζεται κατά τον συγχρονισμό των σταδίων, καθώς απαιτούνται πολύ μεγάλοι χρόνοι για τη ζύμωση και την ωρίμαση της μπύρας. Επομένως, προτάθηκε από τους Georgiadis et al. (2002) ένα μοντέλο μεικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP) άμεσης προτεραιότητας και με μεικτή αναπαράσταση χρόνου, με απώτερο σκοπό την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους παραγωγής. Προκειμένου να αντιμετωπιστούν προβλήματα μεγάλης κλίμακας και να μπορούν να συμπεριλαμβάνονται οι περιορισμοί που θέτει η βιομηχανία, αναπτύχθηκε μια νέα στρατηγική λύσης μεικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP). Μάλιστα, το μοντέλο εφαρμόστηκε σε πραγματικής κλίμακας βιομηχανία με επιτυχία, αποδίδοντας σχεδόν βέλτητα αποτελέσματα σε αποδεκτούς χρόνους.

Όσον αφορά συγκεκριμένα τις βιομηχανίες παραγωγής αναψυκτικών, αξίζει να αναφερθούν χρονολογικά κάποια από τα βήματα που έχουν πραγματοποιηθεί, κατά την εξέλιξη των μαθηματικών μοντέλων και τις αφορούν.

Οι Toledo et al. (2006), μελέτησαν ένα πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής μονάδων παραγωγής αναψυκτικών, πολλαπλών σταδίων, με παράλληλη λειτουργία μηχανών, περιορισμούς δυναμικότητας και κόστη και χρόνους εκκίνησης που εξαρτώνται από την αλληλουχία των διεργασιών. Στη βιομηχανία των αναψυκτικών η

παραγωγική διαδικασία αποτελείται από δύο στάδια. Οι πρώτες ύλες επεξεργάζονται σε δεξαμενές, από τις οποίες, στη συνέχεια οδηγούνται στις γραμμές συσκευασίας. Αυτό που αποτελεί πρόκληση, στην περίπτωση αυτή, είναι ο ταυτόχρονος καθορισμός του μεγέθους παρτίδας και ο χρονοπρογραμματισμός στις δεξαμενές και τις γραμμές εμφιάλωσης. Ονόμασαν το πρόβλημα αυτό «συγχρονισμένο και ολοκληρωμένο πρόβλημα δύο σταδίων μεγέθους παρτίδας και χρονοπρογραμματισμού παραγωγής» (Synchronized and Integrated Two-Level Lot Sizing and Scheduling Problem (SITLSP)). Για την επίλυση του προβλήματος, προτάθηκε ένα μοντέλο μεικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP), το οποίο περιλάμβανε πολλούς συνδυασμένους περιορισμούς προκειμένου να συγχρονιστούν τα δύο στάδια.

Το 2009 οι Ferreira et al. παρουσίασαν ένα μοντέλο μεικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP), το οποίο ενσωμάτωνε αποφάσεις, όπως το μέγεθος παρτίδων και του χρονοπρογραμματισμού μονάδων παραγωγής αναψυκτικών, όπου το κόστος και οι χρόνοι παραγωγής εξαρτιόνταν από τη σειρά των διεργασιών. Στο μοντέλο αυτό θεωρήθηκε, επίσης, ότι η διαδικασία παραγωγής αναψυκτικών αποτελείται από δύο στάδια, την προετοιμασία του υγρού σιροπιού και τη συσκευασία και ότι μπορεί να δημιουργείται συμφόρηση σε οποιοδήποτε από τα δύο στάδια. Επίσης, μέσω του μοντέλου, εξασφαλίστηκε ο συγχρονισμός ανάμεσα στα δύο στάδια. Εφαρμόζοντας το μοντέλο σε δεδομένα πραγματικής μονάδας παραγωγής διαπιστώθηκε ότι μπορεί να προσφέρει καλύτερα αποτελέσματα από αυτά που η εταιρεία συνήθιζε να έχει.

Οι Sadi-Nezhad και Darian (2010) παρουσίασαν ένα μοντέλο χρονοπρογραμματισμού παραγωγής πολλαπλών προϊόντων σε διαφορετικές συσκευασίες και ξεχωριστές γραμμές παραγωγής, για μια μονάδα παραγωγής χυμών. Για τα προϊόντα αυτά είχε σημασία η σειρά παραγωγής. Το μοντέλο ήταν ένα μοντέλο μεικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP), το οποίο περιλάμβανε χρόνους εκκινήσεων και κόστη. Επίσης, το μοντέλο συνοδευόταν από ένα σύστημα υποστήριξης λήψης αποφάσεων, προκειμένου να βοηθάει τον υπεύθυνο στον τομέα αυτόν. Το μοντέλο αυτό εφαρμόστηκε σε παραγωγική μονάδα χυμών και τονίστηκε η χρησιμότητά του για τη βιωσιμότητα της εταιρείας στην ανταγωνιστική αγορά.

Οι Ferreira et al. (2012) μελέτησαν βιομηχανικές διαδικασίες παραγωγής αναψυκτικών που διεξάγονται σε δύο στάδια. Συγκεκριμένα, προτείναν τέσσερα μοντέλα ενός σταδίου, στο οποίο θα συμπεριλαμβάνονταν συγχρονισμένα τα άλλα δύο. Τα πρώτα

δύο μοντέλα αποτελούν παραλλαγές του γενικού προβλήματος μεγέθους παρτίδας και χρονοπρογραμματισμού παραγωγής (General Lot Sizing and Scheduling Problem (GLSP)), με χρόνους και κόστος παραγωγής, που εξαρτώνται από την αλληλουχία των διεργασιών, ενώ τα άλλα δύο βασιζόταν στο μοντέλο (Asymmetric Travelling Salesman Problem (ATSP)). Τα μοντέλα αυτά ελέγχθηκαν με δεδομένα από πραγματικές μονάδες παραγωγής και απέδειξαν την υπεροχή τους έναντι του μοντέλου δύο σταδίων, όπως διατυπώθηκε από τους Ferreira et al. (2009). Επίσης αποδείχθηκε το πόσο συντομότερα μπορούν να παρέχουν αποτελέσματα τα μοντέλα ATSP.

Οι Leiva και Albornoz (2016) πρότειναν ένα μοντέλο μεικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP) για εφαρμογή σε μονάδα παραγωγής αναψυκτικών. Το μοντέλο αυτό θεωρούσε την παραγωγή ως δύο συγχρονισμένα στάδια και προσδιόριζε τη σειρά παραγωγής των προϊόντων σε κάθε στάδιο. Σκοπός του ήταν η ελαχιστοποίηση του χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής θεωρώντας, εκτός των άλλων, τη δυνατότητα διαχωρισμού των εργασιών στο πρώτο στάδιο, γεγονός που περιόρισε σημαντικά τους χρόνους αναμονής στις γραμμές συσκευασίας.

Επίσης το 2016, οι Pagliarussi et al. μελέτησαν το πρόβλημα μεγέθους παρτίδας και χρονοπρογραμματισμού παραγωγής μιας μονάδας παραγωγής μη αλκοολούχων χυμών φρούτων. Το χαρακτηριστικό του προβλήματος αυτού είναι ότι πρόκειται για ένα πρόβλημα πολλαπλών περιόδων. Η παραγωγική διαδικασία, αυτού του προβλήματος, αποτελείται από διαφορετικές μηχανές, περιορισμούς δυναμικότητας και χρόνους εκκίνησης ανεξάρτητους από τη σειρά παραγωγής. Τα μοντέλα που προτάθηκαν αποτελούν παραλλαγές των μοντέλων μεικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού, που υπήρχαν έως τότε στην σχετική βιβλιογραφία και αντί για τη θεώρηση πολλαπλών παράλληλων μηχανών, για την παραγωγική διαδικασία μελέτησαν διαφορετικούς τρόπους απεικόνισης του εξοπλισμού. Το μοντέλο εφαρμόστηκε σε μονάδα παραγωγής χυμών φρούτων στη Βραζιλία και τα αποτελέσματά του κρίθηκαν αρκετά καλά, χαρακτηρίζοντας το μοντέλο κατάλληλο για πρακτικές εφαρμογές.

Τέλος, το 2022, οι Mediouni et al. πρότειναν ένα μοντέλο μεικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP) για τα προβλήματα μεγέθους παρτίδας και χρονοπρογραμματισμού σε παραγωγικές διαδικασίες μη αλκοολούχων γαλακτοκομικών ποτών. Το μοντέλο αυτό θεωρεί περιορισμένη διάρκεια ζωής των υγρών γεύσεων στις δεξαμενές, καθώς και ότι η συμφόρηση παραγωγής μπορεί να εναλλάσσεται σε

οποιοδήποτε από τα δύο στάδια από τα οποία αυτή αποτελείται. Σημειώνεται ότι το μοντέλο αυτό εφαρμόστηκε σε συνδυασμό με μια μέθοδο προσέγγισης λύσεων, σε δέκα αντιπροσωπευτικά παραδείγματα κι έτσι διαπιστώθηκε η συνολική δυναμικότητα της παραγωγικής μονάδας.

Στη συγκεκριμένη μελέτη, και κατ' αντιστοιχία με τα παραπάνω, καταστρώνεται ένα μοντέλο μεικτού ακέрайου γραμμικού προγραμματισμού (MILP), για την επίλυση του προβλήματος παραγωγής μιας μονάδας παραγωγής αναψυκτικών. Το μοντέλο αυτό εισάγεται στο περιβάλλον βελτιστοποίησης GAMS.

1.2. Το λογισμικό GAMS

Το λογισμικό General Algebraic Modeling System (GAMS) αποτελεί ένα περιβάλλον μαθηματικής βελτιστοποίησης, το οποίο δίνει τη δυνατότητα επίλυσης γραμμικών ή και μη γραμμικών μοντέλων. Το GAMS γενικά πλεονεκτεί, σε σχέση με άλλα λογισμικά, καθώς μπορεί να επιλύει προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού μεγάλης κλίμακας, προβλήματα ακέрайου γραμμικού προγραμματισμού, καθώς επίσης έχει τη δυνατότητα να βρίσκει τοπικές ή καθολικές βέλτιστες λύσεις προβλημάτων μη γραμμικού και μεικτού ακέрайου προγραμματισμού ποικίλης πολυπλοκότητας. Ένα από τα σημαντικότερα πλεονεκτήματά του είναι ότι έχει ιδιαίτερη χρησιμότητα στην επίλυση πραγματικών, μεγάλης κλίμακας και μεγάλης πολυπλοκότητας προβλημάτων βελτιστοποίησης. (Andrei N., 2017)

Ένα από τα γενικά χαρακτηριστικά της γλώσσας, που χρησιμοποιείται στο λογισμικό GAMS, είναι ότι ένα μοντέλο στο GAMS αποτελεί μια σειρά από δηλώσεις στη γλώσσα αυτή, με μοναδικό περιορισμό τη σειρά εμφάνισής τους. Δηλαδή οτιδήποτε χρησιμοποιείται, πρέπει πρώτα να δηλωθεί η ύπαρξή του κι έπειτα να αναφερθεί σε άλλα σημεία του μοντέλου. Επίσης, κάθε δήλωση τερματίζεται με ερωτηματικό, δε γίνεται διάκριση ανάμεσα σε πεζά και κεφαλαία γράμματα κατά τη σύνταξη του μοντέλου, είναι επιτρεπτές οι πολλαπλές δηλώσεις ανά γραμμή και οι πολλαπλές γραμμές ανά δήλωση, καθώς επίσης υπάρχει δυνατότητα προσθήκης σχολίων με δύο τρόπους. Τέλος, γενικά η δημιουργία των στοιχείων εισόδου αποτελείται από δύο στάδια, τη δήλωσή τους, δηλαδή τη δήλωση ύπαρξής τους και την εκχώρηση ή ορισμό τους, δηλαδή την απόδοση συγκεκριμένης τιμής ή μορφής στα στοιχεία αυτά. (Andrei N., 2017)

Η δομή ενός σύνθετου μαθηματικού μοντέλου βελτιστοποίησης στο GAMS αποτελείται, κατά κύριο λόγο, από σύνολα, δεδομένα, μεταβλητές και περιορισμούς. Για τη διάκριση των δεδομένων, των μεταβλητών και των περιορισμών χρησιμοποιούνται δείκτες. Τον ρόλο αυτόν έχουν τα σύνολα. Τα αριθμητικά δεδομένα στο GAMS διακρίνονται σε τρεις κατηγορίες, στα βαθμωτά δεδομένα, τις παραμέτρους και τους πίνακες, κατηγορίες οι οποίες χωρίζονται ανάλογα με το πλήθος τους και τους δείκτες που χαρακτηρίζουν τα συγκεκριμένα δεδομένα, στα οποία επιθυμείται να δοθούν τιμές. Όσον αφορά τις μεταβλητές, σε κάθε μεταβλητή αντιστοιχεί ένα όνομα, ένας τομέας, αν χρειάζεται, και προαιρετικά μια περιγραφή. Στα μοντέλα βελτιστοποίησης, οι μεταβλητές είναι ένας άγνωστος, μια «απόφαση» που πρέπει να εξεταστεί. Όταν το GAMS επιλύει ένα μοντέλο βελτιστοποίησης, ο επιλυτής βρίσκει κατάλληλες τιμές για τις μεταβλητές, τέτοιες ώστε να ικανοποιούνται οι περιορισμοί του μοντέλου. Σχετικά με τις εξισώσεις, σε αυτές συμπεριλαμβάνονται τόσο ισότητες όσο και ανισότητες. Τόσο η αντικειμενική συνάρτηση, όσο και οι περιορισμοί εισάγονται με τη λέξη «equations». Αντίστοιχα με τις μεταβλητές, για τη δήλωση των εξισώσεων απαιτείται από το GAMS να έχουν ένα όνομα. Για τη δήλωση των εξισώσεων πρώτα αναφέρεται το όνομα, ακολουθεί ο τομέας, ο τομέας περιορισμού, το σύμβολο «..», η έκφραση του πρώτου μέλους της εξίσωσης, ο τελεστής σχέσης =L= (\leq), =E= (=) ή =G= (\geq) και η έκφραση του δεύτερου μέλους της εξίσωσης. Τέλος, συντάσσονται ορισμένες διευκρινίσεις για το μοντέλο, οι οποίες αποσκοπούν στο να συγκεντρώσουν τους περιορισμούς και τις μεταβλητές που είναι απαραίτητες για την επίλυσή του, καθώς και να επικοινωνήσουν πληροφορίες που αφορούν τα γνωρίσματα του μοντέλου από και στον εκάστοτε επιλυτή. (Andrei N., 2017)

Τα μοντέλα Μεικτού Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού (MILP) είναι μοντέλα που περιέχουν γραμμικούς περιορισμούς, συμπεριλαμβανομένης της αντικειμενικής συνάρτησης και ορισμένες μεταβλητές είναι διακριτές, ακέραιες ή δυαδικές. Τέτοιου είδους μοντέλα είναι ιδιαίτερα χρονοβόρα και κυρίως σε περιπτώσεις που περιλαμβάνουν μεγάλο αριθμό μεταβλητών και περιορισμών. Για MILP μοντέλα ένας από τους πιο εξειδικευμένους επιλυτές είναι ο CPLEX. (Andrei N., 2017)

Στην εργασία αυτή αντικείμενο μελέτης αποτελεί ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής της βιομηχανίας παραγωγής αναψυκτικών, Green Cola Hellas, με στόχο τη βελτιστοποίησή του. Πιο συγκεκριμένα στόχος της βελτιστοποίησης αυτής είναι η ελαχιστοποίηση των χρόνων εναλλαγών μεταξύ των προϊόντων που παράγονται, σε συνδυασμό με την ελαχιστοποίηση των διαθέσιμων υπερωριών που απαιτούνται για την

κάλυψη της ζήτησης, καθώς γίνονται και μελέτες με σκοπό την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου παραγωγής. Για τον σκοπό αυτό, αναπτύσσεται, όπως έχει ήδη αναφερθεί, ένα μοντέλο μεικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP). Το πρόβλημα της συγκεκριμένης βιομηχανικής μονάδας είναι ένα πρόβλημα δύο σταδίων που αποτυπώνεται σε μεικτό χρονικό ορίζοντα. Για την επίλυση του μαθηματικού μοντέλου αξιοποιείται το περιβάλλον βελτιστοποίησης GAMS.

Αναλυτικότερα στα τμήματα της μελέτης που ακολουθούν παρουσιάζονται τα εξής θέματα. Στο Κεφάλαιο 2 διατυπώνεται και εξηγείται το μαθηματικό μοντέλο, που χρησιμοποιείται για την επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής της μονάδας παραγωγής των αναψυκτικών. Στο Κεφάλαιο 3 περιγράφεται η βιομηχανική μονάδα, η αλληλουχία των διεργασιών και ορισμένα δεδομένα, για τη λειτουργία της και τις διεργασίες. Στο Κεφάλαιο 4 παρουσιάζονται και σχολιάζονται τα αποτελέσματα των διάφορων περιπτώσεων, που μελετήθηκαν και τέλος, στο Κεφάλαιο 5 συνοψίζονται τα συμπεράσματα που προκύπτουν από τη μελέτη αυτή, καθώς και προτάσεις για μελέτη που θα μπορούσαν να υλοποιηθούν μελλοντικά. Παρατίθενται, επίσης, παραρτήματα με τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται και τα αποτελέσματα που προκύπτουν.

2. Περιγραφή της Βιομηχανικής Μονάδας

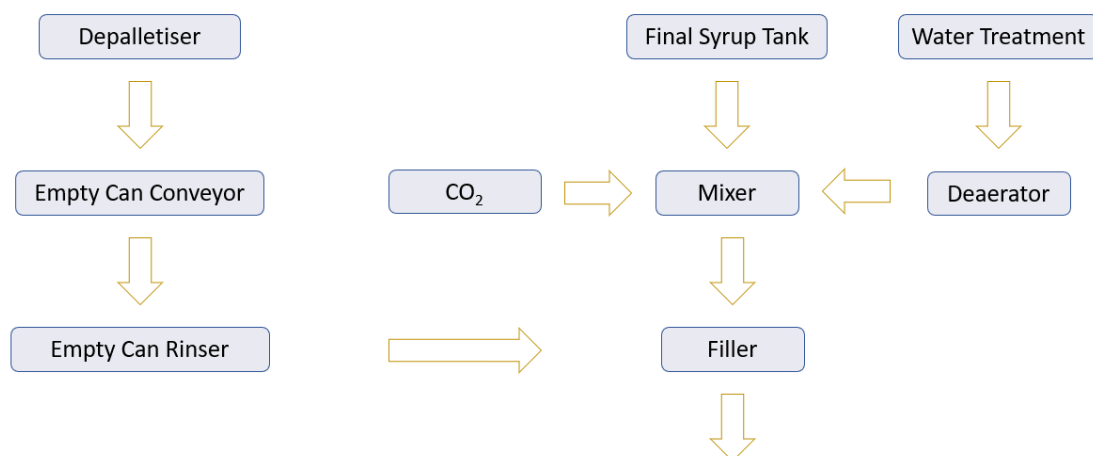
Η παρούσα μελέτη, έχει στόχο τη βελτιστοποίηση του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής μιας μονάδας παραγωγής αναψυκτικών. Σημειώνεται, επίσης, ότι η μελέτη πραγματοποιείται αντλώντας δεδομένα από την ελληνική βιομηχανία παραγωγής αναψυκτικών Green Cola Hellas και συγκεκριμένα μίας εκ των παραγωγικών μονάδων της. Για τη διαφύλαξη των δεδομένων της εταιρείας, κατά την παρουσίαση της παραγωγικής διαδικασίας κι ευρύτερα κατά την αναφορά στα προϊόντα και τις διαδικασίες που ακολουθούνται από τη μονάδα, αυτά θα αναφέρονται ενδεικτικά, περιληπτικά και κωδικοποιημένα. Στο κεφάλαιο αυτό αναφέρονται τα στάδια παραγωγής των αναψυκτικών, ο εξοπλισμός και ορισμένα δεδομένα που αφορούν τη συγκεκριμένη μονάδα παραγωγής. Τα δεδομένα αυτά αξιοποιούνται για τη δημιουργία του μαθηματικού μοντέλου προκειμένου να επιλυθεί το πρόβλημα βελτιστοποίησης του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής της μονάδας.

2.1. Στάδια παραγωγικής διαδικασίας

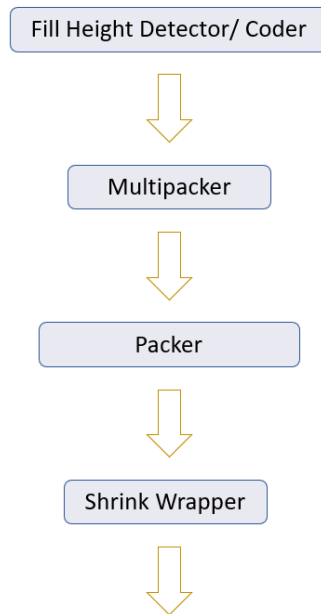
Συνολικά η παραγωγική διαδικασία αποτελείται από μια σειρά σταδίων, των οποίων η ακολουθία περιγράφεται στη συνέχεια. Αρχικά, πραγματοποιείται αποπαλλετοποίηση των κενών κουτιών και μεταφορά τους στις κατάλληλες γραμμές συσκευασίας, όπου ξεπλένονται με συγκεκριμένο τρόπο. Παράλληλα πραγματοποιείται επεξεργασία του νερού με τέτοιο τρόπο, ώστε να είναι δυνατή η ανάμιξή του στη συνέχεια με το σιρόπι, που έχει παραχθεί στις δεξαμενές. Στο σημείο αυτό εκτός από το νερό, αναμιγνύεται με το σιρόπι και διοξείδιο του άνθρακα κι έτσι το μίγμα είναι έτοιμο για εμφιάλωση. Στη συνέχεια, κατά την εμφιάλωση πραγματοποιείται έλεγχος στάθμης στις συσκευασίες κι έπειτα προσθήκη ετικέτας και εκτύπωση μηνύματος. Ακολουθεί η δημιουργία πολυσυσκευασιών, οι οποίες έπειτα συμπεριλαμβάνονται στη δημιουργία κιβωτίων. Το επόμενο στάδιο είναι η τοποθέτηση των κιβωτίων σε παλέτες, η κάλυψή τους με ειδική ελαστική μεμβράνη και η αποθήκευσή τους ως τελικά προϊόντα. Τέλος, και ανάλογα με τη ζήτηση των πελατών, πραγματοποιείται η διανομή.

Τα στάδια της παραγωγικής διαδικασίας παρουσιάζονται ονομαστικά παρακάτω και σχηματικά στα Σχήματα 2.1α-γ και είναι τα εξής:

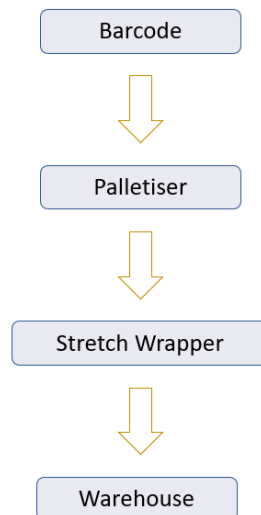
- Αποπαλλετοποιητής κενού κουτιού
- Αερομεταφορά κενού κουτιού
- Ανάμιξη σιροπιού με νερό και προσθήκη CO₂
- Καθαρισμός κενού κουτιού
- Μηχανή πλήρωσης – εμφιάλωση κουτιού(filler)
- Έλεγχος στάθμης
- Εκτύπωση μηνύματος
- Δημιουργία πολυσυσκευασίας
- Δημιουργία κιβωτίου
- Θερμοσυρρίκνωση μεμβράνης κιβωτίου
- Εκτύπωση Barcode κιβωτίου
- Παλλετοποίηση
- Προσθήκη ελαστικής μεμβράνης στην τελική παλέτα
- Αποθήκευση τελικού προϊόντος
- Διανομή



Σχήμα 2.1.α: Σχηματική απεικόνιση σταδίων παραγωγικής διαδικασίας (Μέρος α)



Σχήμα 2.1.β: Σχηματική απεικόνιση σταδίων παραγωγικής διαδικασίας (Μέρος β)



Σχήμα 2.1.γ: Σχηματική απεικόνιση σταδίων παραγωγικής διαδικασίας (Μέρος γ)

2.2. Περιγραφή και δεδομένα παραγωγικής διαδικασίας

Τα δύο βασικά στάδια παραγωγής, που θεωρούνται στη συγκεκριμένη μελέτη, είναι η παραγωγή των σιροπιών και η συσκευασία των τελικών προϊόντων. Πρώτο στάδιο της παραγωγικής διαδικασίας αποτελεί το στάδιο παραγωγής του σιροπιού και το στάδιο αυτό είναι μια διεργασία διαλείπουσας λειτουργίας. Το δεύτερο στάδιο της παραγωγής είναι το στάδιο της συσκευασίας, που είναι συνεχούς λειτουργίας.

Στο πρώτο στάδιο της παραγωγικής διαδικασίας, στην συγκεκριμένη παραγωγική μονάδα, υπάρχουν διαθέσιμες δύο δεξαμενές παραγωγής σιροπιού. Στις δεξαμενές αυτές παράγοντα τα σιρόπια, που πρόκειται να συσκευαστούν, τα οποία αντιστοιχούν σε 24 διαφορετικές συνταγές. Κάθε δεξαμενή μπορεί να παράγει οποιοδήποτε από τα σιρόπια με ελάχιστη ποσότητα τα 8000L και μέγιστη τα 12000L. Ο χρόνος που απαιτείται για την παραγωγή ενός σιροπιού είναι 2 ώρες ανεξαρτήτως παραγόμενης ποσότητας. Κάθε δεξαμενή μπορεί να τροφοδοτεί μόνο μία από τις γραμμές συσκευασίας τη φορά και δεν μπορεί να καθαριστεί ή να παράγει νέο σιρόπι αν πρώτα δεν έχει αδειάσει. Τέλος, σημειώνεται ότι δεν υφίσταται πρόβλημα διαθεσιμότητας πρώτων υλών στο στάδιο αυτό.

Στο δεύτερο στάδιο της παραγωγικής διαδικασίας, στη μονάδα αυτή, υπάρχουν τρεις γραμμές συσκευασίας. Η κάθε γραμμή παράγει συγκεκριμένο τύπο προϊόντων, ανάλογα με το είδος της συσκευασίας. Πιο συγκεκριμένα τα είδη που μπορούν να παραχθούν είναι μεταλλικά κουτιά (canning line), πλαστικά μπουκάλια (pet line) και γυάλινα μπουκάλια (glass line) με διαφορετικές τελικές μορφές συσκευασίας, προς αποθήκευση, όπως φαίνεται στο Πίνακα 2.1. Τα προϊόντα συσκευάζονται με διαφορετικό ρυθμό ανάλογα με το μέγεθος και το είδος τους. Ο ρυθμός συσκευασίας για κάθε προϊόν παρατίθεται στον Πίνακα A.2, στο Παράρτημα A. Κάθε γραμμή συσκευασίας μπορεί να συνδεθεί μόνο με μία δεξαμενή παραγωγής σιροπιού τη φορά. Όσον αφορά τις 24 διαφορετικές συνταγές, που μπορούν να παραχθούν στο πρώτο στάδιο, σε συνδυασμό με την μορφή συσκευασίας και την ετικέτα, οδηγούν σε 60 διαφορετικά τελικά προϊόντα, όπως εμφανίζονται στον Πίνακα 2.2. Η ποσότητα του σιροπιού που απαιτείται για την παραγωγή μιας μονάδας προϊόντος φαίνεται αναλυτικά, για κάθε προϊόν, στον Πίνακα A.3, στο Παράρτημα A και ο χρόνος που απαιτείται για την παραγωγή μιας μονάδας προϊόντος φαίνεται στον Πίνακα A.4, επίσης στο Παράρτημα A. Σχετικά με την εναλλαγή των προϊόντων στις γραμμές συσκευασίας, απαιτείται ορισμένος χρόνος, που εξαρτάται από το μέγεθος των συσκευασιών, για την εναλλαγή των οποίων απαιτείται από 1hr έως 4hr, τη

συνταγή από την οποία αυτό παράγεται, της οποίας ο χρόνος εναλλαγής ποικίλει, και τέλος, την αλλαγή των ετικετών, για τις οποίες απαιτείται χρόνος 10 mins. Τέλος, αναφέρεται ότι για να ξεκινήσει μια γραμμή συσκευασίας τη συσκευασία ενός προϊόντος, απαιτείται πρώτα να έχει ολοκληρωθεί η παραγωγή του απαραίτητου σιροπιού.

Πίνακας 2.1: Τελικές μορφές συσκευασίας προϊόντων

Γραμμή Συσκευασίας	Μορφή Συσκευασίας (case)
Canning Line	24×330mL
>>	4×6×330mL
>>	6×4×330mL
>>	3×8×330mL
Pet Line	6×4×330mL
>>	6×4×500mL
>>	6×1000mL
>>	6×1500mL
Glass Line	24×250mL
>>	12×250mL

Πίνακας 2.2.: Συνταγές και συσκευασία προϊόντων

Προϊόν	Συνταγή	Γραμμή Συσκευασίας	Μορφή Συσκευασίας	Προϊόν	Συνταγή	Γραμμή Συσκευασίας	Μορφή Συσκευασίας
P01	R01	Can	4×6×330mL	P31	R14	Can	4×6×330mL
P02	R02	Can	4×6×330mL	P32	R14	Can	4×6×330mL
P03	R03	Can	4×6×330mL	P33	R01	Can	4×6×330mL
P04	R04	Can	4×6×330mL	P34	R15	Can	24×330mL
P05	R05	Can	4×6×330mL	P35	R13	Can	24×330mL
P06	R06	Can	4×6×330mL	P36	R16	Pet	6×1500mL
P07	R07	Can	4×6×330mL	P37	R17	Glass	24×250mL
P08	R08	Can	4×6×330mL	P38	R01	Glass	24×250mL
P09	R09	Can	4×6×330mL	P39	R01	Can	4×6×330mL
P10	R10	Can	6×4×330mL	P40	R01	Pet	6×1500mL
P11	R10	Can	6×4×330mL	P41	R01	Pet	6×1500mL
P12	R11	Can	6×4×330mL	P42	R01	Pet	6×1500mL
P13	R11	Can	6×4×330mL	P43	R07	Can	6×4×330mL
P14	R09	Can	6×4×330mL	P44	R14	Can	4×6×330mL
P15	R05	Can	6×4×330mL	P45	R11	Can	6×4×330mL
P16	R01	Can	3×8×330mL	P46	R10	Can	6×4×330mL
P17	R01	Pet	6×4×500mL	P47	R05	Can	6×4×330mL
P18	R01	Pet	6×4×500mL	P48	R09	Can	6×4×330mL
P19	R12	Pet	6×1500mL	P49	R14	Glass	24×250mL
P20	R13	Pet	6×1500mL	P50	R04	Pet	6×1500mL
P21	R13	Pet	6×1500mL	P51	R02	Can	24×330mL
P22	R06	Pet	6×1500mL	P52	R12	Can	4×6×330mL
P23	R03	Pet	6×1500mL	P53	R08	Glass	24×250mL
P24	R09	Can	4×6×330mL	P54	R18	Can	4×6×330mL
P25	R09	Can	24×330mL	P55	R19	Pet	6×1500mL
P26	R08	Can	4×6×330mL	P56	R20	Glass	24×250mL
P27	R05	Can	24×330mL	P57	R21	Pet	6×1500mL
P28	R05	Can	6×4×330mL	P58	R22	Pet	6×1500mL
P29	R06	Can	6×4×330mL	P59	R23	Glass	24×250mL
P30	R14	Can	24×330mL	P60	R24	Pet	6×1500mL

Αξίζει επίσης να σημειωθεί ότι τα μεγέθη των παρτίδων βασίζονται στη ζήτηση των πελατών. Επιπλέον η μονάδα λειτουργεί 5 ημέρες ανά εβδομάδα και 8 ώρες ανά ημέρα, τις καθημερινές. Παρ' όλα αυτά υπάρχει δυνατότητα λειτουργίας σε υπερωρίες και συγκεκριμένα έως 4 ώρες τις καθημερινές και επιπλέον μία 8ωρη βάρδια το Σάββατο. Επίσης, σημειώνεται ότι υπάρχει απεριόριστη αποθηκευτική δυναμικότητα των τελικών προϊόντων και ότι ο χρόνος που απαιτείται για την έναρξη της παραγωγής δεν υπολογίζεται στη διάρκεια της παραγωγικής διαδικασίας, αλλά πραγματοποιείται εκτός ωραρίου, όπως επίσης και ο καθαρισμός του εξοπλισμού που έχει χρησιμοποιηθεί την ημέρα που πέρασε. Τέλος, οι εργασίες συντήρησης του εξοπλισμού πραγματοποιούνται κι αυτές εκτός

ωραρίου παραγωγής, αν δηλαδή για παράδειγμα μία μέρα παράγονται προϊόντα μόνο στην can line και την pet line τότε στην glass line μπορεί να γίνει συντήρηση.

Συνοψίζοντας λοιπόν, αυτό που αφορά τη βιομηχανική μονάδα και αντιμετωπίζεται ως πρόβλημα στη συγκεκριμένη εργασία είναι να καλύπτεται η ζήτηση των πελατών, παράγοντας τα προϊόντα στις κατάλληλες ποσότητες. Αυτό πρέπει να επιτυγχάνεται όμως, με την καλύτερη δυνατή διαχείριση των πόρων, πρώτων υλών και μηχανών, και με την κατάλληλη αλληλουχία, ώστε να μην συμβαίνουν σπατάλες χρόνου και υλικών. Η μελέτη αυτή λοιπόν εστιάζει στο ζήτημα αυτό, καθώς επίσης και στη μελέτη της ανταπόκρισης της συγκεκριμένης μονάδας σε μεταβολές της ζήτησης, αλλά και στη δυνατότητα κάλυψης αυξημένων ζητήσεων σε περιπτώσεις επεκτάσεών της.

3. Μαθηματικό Μοντέλο

Το μαθηματικό μοντέλο, που παρουσιάζεται στην ενότητα αυτή, αποτελεί ένα μοντέλο Μεικτού Ακέραιο Γραμμικού Προγραμματισμού (MILP). Το μοντέλο αναπτύχθηκε με βάση αυτά που προτείνονται από τους Ferreira D. et.al., 2009 σε συνδυασμό με στοιχεία από το μοντέλο που προτείνεται από τους Mediouni A. et.al., 2021 για βιομηχανίες παραγωγής αναψυκτικών. Για την επίλυση του μοντέλου αυτού, χρησιμοποιείται το λογισμικό βελτιστοποίησης GAMS και συγκεκριμένα ο επιλυτής ILOG CPLEX.

Αξίζει να αναφερθεί ότι σε παραμέτρους ή μεταβλητές, οι οποίες αναφέρονται σε μονάδες μέτρησης ποσότητας προϊόντος, αυτές ποικίλουν ανάλογα με το προϊόν, στο οποίο αναφέρονται κάθε φορά. Συγκεκριμένα μία μονάδα (1case) μπορεί να αναφέρεται σε 4 εξάδες μεταλλικών κουτιών των 330mL ($4 \times 6 \times 330\text{mL}$), ή μία 24άδα μεταλλικών κουτιών των 330mL κ.α. ($24 \times 330\text{mL}$). Αναλυτικότερα οι μονάδες για κάθε προϊόν φαίνονται στον Πίνακα 2.2 του Κεφαλαίου 2.

Με βάση τα προαναφερθέντα παρουσιάζεται το μαθηματικό μοντέλο, όπως έχει προσαρμοστεί, ώστε να εξυπηρετεί το πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού της συγκεκριμένης βιομηχανίας παραγωγής αναψυκτικών.

3.1. Ονοματολογία

Σύνολα

$j, jj, i, ii \in J$	Σύνολο τελικών προϊόντων
$u, e \in U$	Σύνολο δεξαμενών (δοχείων) παρασκευής σιροπιού
$m, mm \in M$	Σύνολο γραμμών συσκευασίας προϊόντων
$l, k \in L$	Σύνολο σιροπιών (γεύσεων)
$t, tt \in T$	Σύνολο μακρο – περιόδων
$s, ss \in S$	Σύνολο μικρο – περιόδων
$f, ff \in F$	Σύνολο τρόπων συσκευασίας

Υποσύνολα

$P_{s,t}$	Σύνολο πρώτων μικρο – περιόδων s της περιόδου t , $P_{s,t} \subseteq S$
$St_{s,t}$	Σύνολο μικρο – περιόδων s της περιόδου t , $St_{s,t} \subseteq S$
$JM_{j,m}$	Σύνολο προϊόντων j που μπορούν να παραχθούν στη γραμμή m , $JM_{j,m} \subseteq J$
$MJ_{m,j}$	Σύνολο γραμμών συσκευασίας m που μπορούν να παράγουν το προϊόν j , $MJ_{m,j} \subseteq M$
$LU_{l,u}$	Σύνολο σιροπιών l που μπορούν να παραχθούν στην δεξαμενή u , $LU_{l,u} \subseteq L$
$UL_{u,l}$	Σύνολο δεξαμενών u που μπορούν να παράγουν το σιρόπι l , $UL_{u,l} \subseteq U$
$JML_{j,l}$	Σύνολο προϊόντων j που για την παραγωγή τους απαιτείται το σιρόπι l , $JML_{j,l} \subseteq J$
$JF_{j,f}$	Σύνολο προϊόντων που συσκευάζονται με τον τρόπο f , $JF_{j,f} \subseteq J$

Παράμετροι

$d_{j,t}$	Ζήτηση του προϊόντος j τη χρονική περίοδο t , σε μονάδες μέτρησης ποσότητας προϊόντων.
$b_{k,l}$	Χρόνος εναλλαγής από το σιρόπι k στο l , σε ώρες
$bb_{i,j}$	Χρόνος εναλλαγής από το προϊόν i στο j , σε ώρες
$a_{m,j}$	Χρόνος παραγωγής μιας μονάδας προϊόντος j , στη γραμμή m , σε ώρες
Ku_u	Συνολική δυναμικότητα της δεξαμενής u , σε λίτρα
$w_{m,t}$	Συνολικός διαθέσιμος χρόνος λειτουργίας της γραμμής m τη χρονική περίοδο t , σε ώρες
$r_{j,l}$	Απαιτούμενη ποσότητα σιροπιού l για την παραγωγή μιας μονάδας προϊόντος j , σε λίτρα
$q_{l,u}$	Ελάχιστη παραγόμενη ποσότητα σιροπιού l στη δεξαμενή u , σε λίτρα

$bsize_{f,ff}$	Χρόνος εναλλαγής από τον τρόπο συσκευασίας f στον τρόπο συσκευασίας ff , σε ώρες
$blabel$	Χρόνος εναλλαγής ετικέτας, σε ώρες
tr	Χρόνος προετοιμασίας σιροπιού, σε ώρες

Συνεχείς Μεταβλητές

$chs_{m,s}$	Χρόνος εναλλαγής στη γραμμή συσκευασίας m , τη μικρο – περίοδο s , σε ώρες
$In_{j,t}$	Απόθεμα προϊόντος j , στο τέλος της χρονικής περιόδου t , σε μονάδες μέτρησης ποσότητας προϊόντων
On_t	Υπερωρίες στην περίοδο t , σε ώρες
$Qlp_{l,s}$	Παραγόμενη ποσότητα σιροπιού l , τη μικροπερίοδο s , σε λίτρα
$Rch_{m,s}$	Πραγματικός χρόνος εναλλαγής στη γραμμή συσκευασίας m , τη μικρο – περίοδο s , σε ώρες
$T_{j,j,m}$	Χρόνος συσκευασίας ενός προϊόντος j , σε μια γραμμή συσκευασίας m , σε μία μικρο – περίοδο s , σε ώρες
$Ts_{m,s}$	Συνολικός χρόνος λειτουργίας της γραμμής m , τη μικρο – περίοδο s , σε ώρες
$x_{m,j,s}$	Παραγόμενη ποσότητα στη γραμμή συσκευασίας m , του προϊόντος j , τη μικρο – περίοδο s , σε μονάδες μέτρησης ποσότητας προϊόντων
$WH_{m,t}$	Χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγικής διαδικασίας σε μία περίοδο t , σε μια γραμμή συσκευασίας m , σε ώρες

Δυαδικές Μεταβλητές

$Yl_{u,l,s}$	Λαμβάνει την τιμή 1, αν υπάρχει παραγωγή στη δεξαμενή u του σιροπιού l τη μικρο – περίοδο s
$Yum_{u,m,l,s}$	Λαμβάνει την τιμή 1, αν η δεξαμενή u παράγει το σιρόπι l για τη γραμμή συσκευασίας m τη μικρο – περίοδο s

$Y_{m,j,s}$	Λαμβάνει την τιμή 1, αν η γραμμή συσκευασίας m χρησιμοποιείται για την παραγωγή του προϊόντος j τη μικρο – περίοδο s
$Z_{u,k,l,s}$	Λαμβάνει την τιμή 1, αν υπάρχει εναλλαγή στη δεξαμενή u από το σιρόπι k στο σιρόπι l τη μικρο – περίοδο s
$Z_{m,i,j,s}$	Λαμβάνει την τιμή 1, αν υπάρχει εναλλαγή στη γραμμή συσκευασίας m από το προϊόν i στο προϊόν j στην αρχή της μικρο – περιόδου s
$Z_{ijm,i,j,s}$	Λαμβάνει την τιμή 1, αν υπάρχει εναλλαγή στη γραμμή συσκευασίας m από το προϊόν i στο j εντός της μικρο – περιόδου s
$V_{m,s}$	Λαμβάνει την τιμή 1, αν η γραμμή συσκευασίας m βρίσκεται σε λειτουργία τη μικρο – περίοδο s
$Z_{um,u,m,k,l,s}$	Λαμβάνει την τιμή 1, αν υπάρχει εναλλαγή στη δεξαμενή u από το σιρόπι k στο σιρόπι l , το οποίο προορίζεται για τη γραμμή m τη μικρο – περίοδο s
$B_{um,u,m,k,l,s}$	Λαμβάνει την τιμή 1, αν υπάρχει εναλλαγή στη δεξαμενή u από το σιρόπι k στο l και εναλλαγή μεταξύ των προϊόντων $i \in \{k\}$ και $j \in \{l\}$ στη γραμμή m τη μικρο – περίοδο s

3.2. Μαθηματική διατύπωση μοντέλου

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζεται η μαθηματική διατύπωση του μοντέλου που αξιοποιείται για την επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης.

Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι ο χρονικός ορίζοντας διαιρείται σε μακρο – περιόδους (περιόδους). Στη συγκεκριμένη περίπτωση αυτές αντιστοιχούν στις ημέρες της εβδομάδας, τις οποίες λειτουργεί η μονάδα, δηλαδή σε έξι μακρο – περιόδους. Οι μακρο – περίοδοι χωρίζονται περαιτέρω σε μικρο – περιόδους (υποδιαστήματα), δηλαδή σε διαστήματα στα οποία μπορεί να συμβεί το πολύ μία παρασκευή σιροπιού σε κάθε δεξαμενή. Τα διαστήματα αυτά δεν έχουν σταθερή διάρκεια, αλλά η διάρκειά τους εξαρτάται από το μέγεθος της παρτίδας που παράγεται σε αυτά και είναι ίδια για το πρώτο και το δεύτερο στάδιο, αλλά μπορεί να διαφέρουν από συσκευή προς συσκευή εξοπλισμού. Η αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα απεικονίζεται στο Σχήμα 3.1.



Σχήμα 3.1: Αναπαράσταση Χρονικού Ορίζοντα

Επιπλέον, οι εξισώσεις – περιορισμοί που συνιστούν το μοντέλο χωρίζονται σε δύο κατηγορίες ανάλογα με το στάδιο της παραγωγής, στο οποίο αναφέρονται. Ειδικότερα χωρίζονται σε περιορισμούς πρώτου σταδίου, δηλαδή περιορισμούς που αναφέρονται στην παραγωγή του σιροπιού στις δεξαμενές και περιορισμούς δευτέρου σταδίου που αναφέρονται στην συσκευασία των τελικών προϊόντων.

3.2.1. Περιορισμοί Μαθηματικού Μοντέλου

Περιορισμοί 1^{ου} Σταδίου

Περιορισμοί κατανομής προϊόντων στις δεξαμενές

Ο περιορισμός (3.1) εξασφαλίζει ότι σε κάθε δεξαμενή u , σε κάθε υποδιάστημα s μπορεί να παραχθεί το πολύ ένα σιρόπι $l \in LU_{l,u}$.

$$\sum_{l \in LU_{l,u}} Yl_{u,l,s} \leq 1, \forall u, s \quad (3.1)$$

Ο περιορισμός (3.2) εξασφαλίζει ότι μία δεξαμενή u , σε κάθε υποδιάστημα s , μπορεί να παρέχει το πολύ ένα σιρόπι $l \in LU_{l,u}$ σε μια γραμμή συσκευασίας m .

$$\sum_{m, l \in LU_{l,u}} Yum_{u,m,l,s} \leq 1, \forall u, s \quad (3.2)$$

και αντίστροφα ο περιορισμός (3.3) εξασφαλίζει ότι μια γραμμή συσκευασίας m , σε κάθε υποδιάστημα s , μπορεί να λάβει το πολύ ένα σιρόπι $l \in LU_{l,u}$, από μία δεξαμενή u .

$$\sum_{l, u \in UL_{u,l}} Yum_{u,m,l,s} \leq 1, \forall m, s \quad (3.3)$$

Ο περιορισμός (3.4) ορίζει ότι εάν παραχθεί ένα σιρόπι $l \in LU_{l,u}$, σε μια δεξαμενή u , σε ένα υποδιάστημα s , τότε αυτό θα μεταφερθεί σε μία μόνο γραμμή συσκευασίας m .

$$\sum_m Yum_{u,m,l,s} = Yl_{u,l,s}, \forall u, s, l \in LU_{l,u} \quad (3.4)$$

Στην Ενότητα 4.1.1., στην μελέτη της 1^{ης} εβδομαδιαίας ζήτησης, η έννοια της μεταβλητής Yum , εξηγείται περαιτέρω μέσω παραδείγματος, που προκύπτει από την εφαρμογή του μοντέλου αυτού.

Περιορισμοί μεγέθους παρτίδας

Οι περιορισμοί (3.5) και (3.6) ορίζουν ότι σε κάθε μικρο – περίοδο s , η ποσότητα του σιροπιού που παράγεται δεν πρέπει να υπερβαίνει δυναμικότητα της δεξαμενής $u \in UL_{u,l}$.

$$\sum_{j \in JML_{j,l} \cap JM_{j,m}} r_{j,l} \cdot x_{m,j,s} \leq \sum_{u \in UL_{u,l}} Ku_u \cdot Yum_{u,m,l,s}, \forall m, s, l \quad (3.5)$$

$$\sum_{j \in JML_{j,l} \cap JM_{j,m}} r_{j,l} \cdot x_{m,j,s} \geq \sum_{u \in UL_{u,l}} q_{l,u} \cdot Yum_{u,m,l,s}, \forall s, m, l \quad (3.6)$$

Περιορισμοί εναλλαγών στις δεξαμενές

Με τον περιορισμό (3.7) ορίζεται η έννοια της εναλλαγής μεταξύ διαδοχικών προϊόντων, στις δεξαμενές παραγωγής σιροπιού. Ειδικότερα, αν σε μια δεξαμενή u , σε δύο διαδοχικές μικρο – περιόδους s , που ανήκουν στην ίδια περίοδο, παράγονται δύο διαφορετικά σιρόπια $k \in LU_{k,u}$ και $l \in LU_{l,u}$, δηλαδή οι δυαδικές μεταβλητές $Yl_{u,k,s-1}$ και

$Yl_{u,l,s}$ πάρουν την τιμή 1, τότε μεταξύ τους υφίσταται εναλλαγή και κατ' επέκταση και η αντίστοιχη μεταβλητή εναλλαγής $Zl_{u,k,l,s}$ παίρνει την τιμή 1.

$$Zl_{u,k,l,s} \geq Yl_{u,k,s-1} + Yl_{u,l,s} - 1, \forall u, s, k \in LU_{k,u}, l \in LU_{l,u} \quad (3.7)$$

Με τον περιορισμό (3.8) εξασφαλίζεται ότι σε κάθε δεξαμενή παραγωγής σιροπιού u , σε κάθε υποδιάστημα $s \in St_{s,t}$, μπορεί να γίνει το πολύ μία εναλλαγή μεταξύ δύο σιροπιών.

$$\sum_{k \in LU_{k,u}, l \in LU_{l,u}} Zl_{u,k,l,s} \leq 1, \forall u, t, s \in St_{s,t} \quad (3.8)$$

Οι περιορισμοί (3.9) και (3.10) εξασφαλίζουν ότι για να πραγματοποιηθεί εναλλαγή μεταξύ δύο διαφορετικών σιροπιών $k, l, k \neq l$, σε μια δεξαμενή u , σε ένα υποδιάστημα s , πρέπει να παράγονται και τα δύο αυτά σιρόπια.

$$Zl_{u,k,l,s} \leq Yl_{u,l,s}, \forall u, k, l, k \neq l, s \quad (3.9)$$

$$Zl_{u,k,l,s} \leq Yl_{u,k,s-1}, \forall u, k, l, k \neq l, s \quad (3.10)$$

Αν, για παράδειγμα, υπάρχει εναλλαγή μεταξύ των σιροπιών k και l στο υποδιάστημα s , δηλαδή η δυαδική μεταβλητή $Zl_{u,k,l,s}$ πάρει την τιμή 1, τότε αναγκαστικά οι δυαδικές μεταβλητές $Yl_{u,k,s-1}$ και $Yl_{u,l,s}$ παίρνουν κι αυτές την τιμή 1, γεγονός που σημαίνει ότι παράγονται και τα δύο σιρόπια k και l .

Περιορισμοί 2^ο Σταδίου

Περιορισμός ισοζυγίου μάζας προϊόντων

Με τον περιορισμό (3.11) εξασφαλίζεται ότι η ζήτηση των πελατών μπορεί να ικανοποιηθεί, γεγονός που έχει κυρίαρχη σημασία για τη βιομηχανία. Συγκεκριμένα, για κάθε προϊόν j , σε κάθε χρονική περίοδο t , εξασφαλίζεται ότι το απόθεμα $In_{j,t-1}$ του προϊόντος j τη χρονική περίοδο $t - 1$, μαζί με το άθροισμα της ποσότητας του προϊόντος j που παράγεται σε όλες τις γραμμές συσκευασίας, όπου αυτό είναι δυνατό, $m \in MJ_{m,j}$ και

σε όλες τις μικρο – περιόδους της συγκεκριμένης χρονικής περιόδου $s \in St_{s,t}$, θα ισούται με τη ζήτηση του προϊόντος αυτού και το απόθεμα που απομένει για το προϊόν την συγκεκριμένη χρονική περίοδο t .

$$In_{j,t-1} + \sum_{m \in M} \sum_{j,m,s \in St_{s,t}} x_{m,j,s} = In_{j,t} + d_{j,t}, \forall j, t \quad (3.11)$$

Χρονικός περιορισμός

Ο περιορισμός (3.12) εξασφαλίζει την ολοκλήρωση των διεργασιών που σχετίζονται με μια γραμμή συσκευασίας m , στα πλαίσια του διαθέσιμου ωραρίου, της κάθε περιόδου t . Ειδικότερα, το άθροισμα του χρόνου, που απαιτείται για να προετοιμαστεί το σιρόπι, που θα μεταφερθεί στη δεξαμενή, $tr \cdot \sum_{u,l,s \in St_{s,t}} Yum_{u,m,l,s}$, του χρόνου συσκευασίας των προϊόντων που πρόκειται να παραχθούν από το σιρόπι αυτό, $\sum_{j \in JM} \sum_{j,m,s \in St_{s,t}} a_{m,j} \cdot x_{m,j,s}$, των εναλλαγών των προϊόντων σε σχέση με το προηγούμενο υποδιάστημα, και των εναλλαγών των προϊόντων στο συγκεκριμένο υποδιάστημα $\sum_{s \in St_{s,t}} Rch_{m,s}$, δεν πρέπει να υπερβαίνουν τις διαθέσιμες ώρες λειτουργίας των γραμμών συσκευασίας $w_{m,t}$ και τις διαθέσιμες υπερωρίες Ov_t .

$$\begin{aligned} tr \cdot \sum_{u,l,s \in St_{s,t}} Yum_{u,m,l,s} + \sum_{j \in JM} \sum_{j,m,s \in St_{s,t}} a_{m,j} \cdot x_{m,j,s} + \sum_{s \in St_{s,t}} Rch_{m,s} \\ \leq w_{m,t} + Ov_t, \forall m, t \quad (3.12) \end{aligned}$$

Περιορισμοί μεγέθους παρτίδας

Με τις ανισώσεις (3.13) και (3.14) ορίζεται το ανώτατο όριο της ποσότητας των προϊόντων $j \in JM_{j,m}$, που μπορούν να παραχθούν σε κάθε γραμμή συσκευασίας m . Συγκεκριμένα ο περιορισμός (3.13) εξασφαλίζει ότι αν το προϊόν $j \in JM_{j,m}$ παράγεται στη γραμμή m , τη μικρο – περίοδο $s \in St_{s,t}$, τότε η ποσότητα που παράγεται είναι τέτοια, ώστε να μπορεί να παραχθεί τις διαθέσιμες ώρες λειτουργίας της γραμμής. Ο περιορισμός (3.14) εξασφαλίζει ότι αν το προϊόν $j \in JM_{j,m}$ παράγεται στη γραμμή m , τη μικρο – περίοδο

$s \in St_{s,t}$, τότε η ποσότητα που παράγεται περιορίζεται από μία πολύ μεγάλη τιμή. Αντίστοιχα με την εξίσωση (3.15) εξασφαλίζεται ότι αν το προϊόν $j \in JM_{j,m}$ παράγεται στη γραμμή m , τη μικρο – περίοδο $s \in St_{s,t}$, τότε η ποσότητα που παράγεται περιορίζεται από μία τιμή μικρότερη της ελάχιστης ζήτησης. Οι εξισώσεις (3.14) και (3.15) αποσκοπούν στην σωστή λειτουργία της δυαδικής μεταβλητής $Y_{m,j,s}$.

$$x_{m,j,s} \leq \frac{w_{m,t}}{a_{m,j}} \cdot Y_{m,j,s} + \frac{Ov_t}{a_{m,j}}, \forall m, j \in JM_{j,m}, t, s \in St_{s,t} \quad (3.13)$$

$$x_{m,j,s} \leq 6000 \cdot Y_{m,j,s}, \quad \forall m, j \in JM_{j,m}, t, s \in St_{s,t} \quad (3.14)$$

$$x_{m,j,s} \geq 100 \cdot Y_{m,j,s}, \quad \forall m, j \in JM_{j,m}, s \quad (3.15)$$

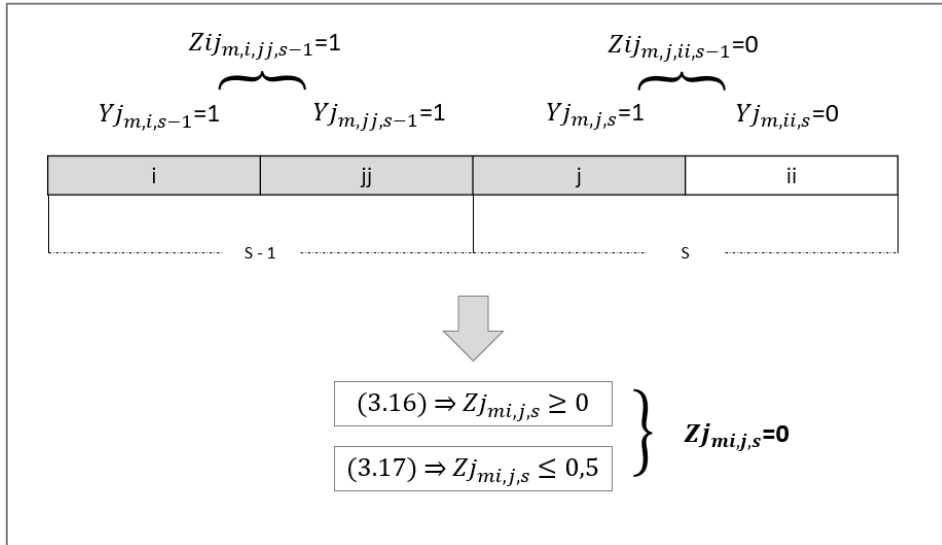
Περιορισμοί εναλλαγών στις γραμμές συσκευασίας

Με τους περιορισμούς (3.16) και (3.17) ορίζεται η έννοια της εναλλαγής ανάμεσα σε δύο προϊόντα. Ειδικότερα, προκειμένου να πραγματοποιείται εναλλαγή σε μια γραμμή συσκευασίας m , από ένα προϊόν $i \in JM_{i,m}$ σε ένα προϊόν $j \in JM_{j,m}$, σε ένα υποδιάστημα s , θα πρέπει το προϊόν i να παράγεται τελευταίο στο διάστημα $s - 1$, δηλαδή να μην παράγεται κάποιο άλλο προϊόν μετά από αυτό, στο ίδιο διάστημα κι επίσης το προϊόν j να παράγεται πρώτο στο διάστημα s , δηλαδή να μην παράγεται κάποιο προϊόν πριν από αυτό, στο συγκεκριμένο διάστημα. Για την διατύπωση του παραπάνω χρησιμοποιείται ένα «τέχνασμα» με το οποίο επιτρέπεται στη δυαδική μεταβλητή $Z_{mi,j,s}$ να πάρει μόνο μια συγκεκριμένη τιμή, όπως περιγράφεται και στα Σχήματα 3.2α και 3.2β.

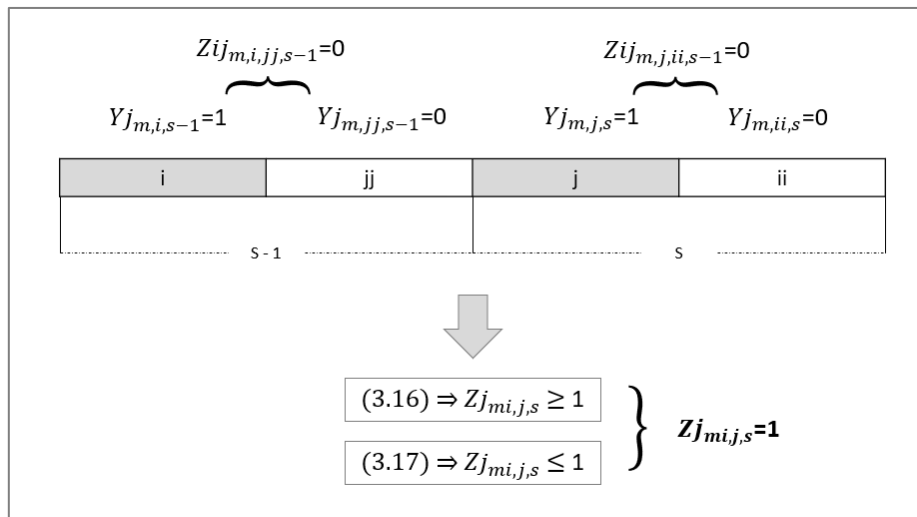
$$Z_{mi,j,s} \geq Y_{m,i,s-1} + Y_{m,j,s} - 1 - \sum_{jj \in JM_{jj,m}, i \neq jj} Z_{ijm,i,jj,s-1} - \sum_{ii \in JM_{ii,m}, j \neq ii} Z_{ijm,ii,j,s},$$

$$\forall m, i \in JM_{i,m}, j \in JM_{j,m}, i \neq j, s \quad (3.16)$$

$$Z_{j_{m,i,j,s}} \leq 0.5 + \left(Y_{j_{m,i,s-1}} + Y_{j_{m,j,s}} - 1 - \sum_{j \in JM_{jj,m}, i \neq jj} Z_{ij_{m,i,jj,s-1}} - \sum_{ii \in JM_{ii,m}, j \neq ii} Z_{ij_{m,ii,j,s}} \right) / 2, \quad \forall m, i \in JM_{i,m}, j \in JM_{j,m}, i \neq j, s \quad (3.17)$$



Σχήμα 3.2α: Περιγραφή περιορισμών (3.16) και (3.17)



Σχήμα 3.2β: Περιγραφή περιορισμών (3.16) και (3.17)

Μέσω των περιορισμών (3.18) και (3.19) εξασφαλίζεται ότι σε κάθε γραμμή συσκευασίας m και για κάθε μικρο – περίοδο s , αν κάποιο από τα προϊόντα $i \in JM_{i,m}$ και $j \in JM_{j,m}$ δεν παράγεται στα διαστήματα $s - 1$ και s αντίστοιχα, τότε δεν μπορεί να υφίσταται εναλλαγή μεταξύ αυτών.

$$Z_{j,m,i,j,s} \leq Y_{j,m,i,s-1}, \quad \forall m, i \in JM_{i,m}, j \in JM_{j,m}, i \neq j, s \quad (3.18)$$

$$Z_{j,m,i,j,s} \leq Y_{j,m,j,s}, \quad \forall m, i \in JM_{i,m}, j \in JM_{j,m}, i \neq j, s \quad (3.19)$$

Με τη βοήθεια των περιορισμών (3.20) και (3.21) εξασφαλίζεται, αντίστοιχα, ότι σε κάθε γραμμή συσκευασίας m και για κάθε μικρο – περίοδο s , αν κάποιο από τα προϊόντα $i \in JM_{i,m}$ και $j \in JM_{j,m}$ δεν παράγεται στο υποδιάστημα s , αυτή τη φορά, τότε δεν μπορεί να υφίσταται εναλλαγή μεταξύ αυτών.

$$Z_{ij,m,i,j,s} \leq Y_{j,m,i,s}, \quad \forall m, i \in JM_{i,m}, j \in JM_{j,m}, i \neq j, s \quad (3.20)$$

$$\sum_{i \in JM_{i,m}, i \neq j} Z_{ij,m,i,j,s} \leq Y_{j,m,j,s}, \quad \forall m, j \in JM_{j,m}, s \quad (3.21)$$

Ο περιορισμός (3.22) επιβάλλει την πραγματοποίηση μόνο μία εκ των εναλλαγών i, j και j, i σε κάθε υποδιάστημα s και κάθε γραμμή συσκευασίας m .

$$Z_{ij,m,i,j,s} \leq 1 - Z_{ij,m,j,i,s}, \quad \forall m, i \in JM_{i,m}, j \in JM_{j,m}, i \neq j, s \quad (3.22)$$

Περιορισμοί αλληλουχίας και κατανομής προϊόντων

Με τον περιορισμό (3.23) ορίζεται ότι σε κάθε γραμμή συσκευασίας m και σε κάθε υποδιάστημα s , μπορεί να παραχθεί το πολύ ένα προϊόν αμέσως μετά από ένα άλλο

$$\sum_{j \in JM_{j,m}, j \neq i} Z_{ij,m,i,j,s} \leq 1, \quad \forall m, i \in JM_{i,m}, s \quad (3.23)$$

και αντίστοιχα με τον περιορισμό (3.24) ορίζεται ότι σε κάθε γραμμή συσκευασίας m και σε κάθε υποδιάστημα s , μπορεί να παραχθεί το πολύ ένα προϊόν, αμέσως πριν από ένα άλλο.

$$\sum_{j \in JM_{j,m}, j \neq i} Z_{ij_{m,j,i,s}} \leq 1, \quad \forall m, i \in JM_{i,m}, s \quad (3.24)$$

Ο περιορισμός (3.25) εξασφαλίζει ότι εάν, σε μια γραμμή συσκευασίας m και ένα υποδιάστημα s , παράγονται περισσότερα από ένα διαφορετικά προϊόντα $j \in JM_{j,m}$ και $jj \in JM_{jj,m}$, τότε κάθε προϊόν παράγεται μετά ή πριν από ένα άλλο.

$$\sum_{i \in JM_{i,m}, i \neq j} Z_{ij_{m,i,j,s}} + \sum_{ii \in JM_{ii,m}, ii \neq j} Z_{ij_{m,j,ii,s}} + 1 \geq Y_{j_{m,j,s}} + Y_{j_{m,jj,s}},$$

$$\forall m, j \in JM_{j,m}, jj \in JM_{jj,m}, j \neq jj, s \quad (3.25)$$

Με τον περιορισμό (3.26) ορίζεται ότι μια γραμμή συσκευασίας m βρίσκεται σε λειτουργία, σε κάποιο υποδιάστημα s , εφόσον κάποιο προϊόν j συσκευάζεται σε αυτή.

$$V_{m,s} \geq Y_{j_{m,j,s}}, \quad \forall m, j, s \quad (3.26)$$

Σύμφωνα με τον περιορισμό (3.27) σε μια γραμμή συσκευασίας m και ένα υποδιάστημα s , ο αριθμός των εναλλαγών των προϊόντων, αν σε αυτόν προστεθεί η δυαδική μεταβλητή λειτουργίας της γραμμής, ισούται με τον αριθμό των προϊόντων που παράγονται σε αυτή, στο συγκεκριμένο υποδιάστημα.

$$\sum_{i \in JM_{i,m}, j \in JM_{j,m}} Z_{ij_{m,i,j,s}} + V_{m,s} = \sum_{j \in JM_{j,m}} Y_{j_{m,j,s}}, \quad \forall m, s \quad (3.27)$$

Ο περιορισμός (3.28) εξασφαλίζει ότι σε κάθε γραμμή συσκευασίας και σε κάθε υποδιάστημα $s \in St_{s,t}$, που ανήκει στην περίοδο t , οι μικρο – περίοδοι αξιοποιούνται κατά αύξουσα σειρά. Δηλαδή δεν μπορεί να παραχθεί κάποιο προϊόν στη μικρο – περίοδο s_2 αν δεν έχει παραχθεί πρώτα κάποιο στην s_1 . Τα προϊόντα συσκευάζονται δηλαδή, πρώτα στο s_1 , έπειτα στο s_2 και τέλος στο s_3 , όταν πρόκειται για την πρώτη περίοδο και αντίστοιχα συμβαίνει και στις επόμενες. Προφανώς για να παραχθεί ένα προϊόν στο υποδιάστημα s_4 , δεν χρειάζεται να έχει παραχθεί κάποιο άλλο στο s_3 , αφού το s_4 είναι το πρώτο υποδιάστημα μιας νέας (της δεύτερης) περιόδου.

$$V_{m,s-1} \geq V_{m,s}, \quad \forall m, s \in St_{s,t} \cap P_{s,t}^c, t \quad (3.28)$$

Περιορισμός σύσφιξης

Ο περιορισμός (3.29) αποτελεί περιορισμό σύσφιξης για τον συνολικό χρόνο παραγωγής σε μια γραμμή συσκευασίας m και μία περίοδο – ημέρα t . Συγκεκριμένα, ορίζει ότι ο χρόνος που απαιτείται για την παραγωγή της παραγόμενης ποσότητας του προϊόντος j , στη γραμμή συσκευασίας m , θα είναι ίσος ή μικρότερος από τον συνολικό χρόνο παραγωγής στη γραμμή αυτή σε μία μέρα.

$$WH_{m,t} \geq \sum_{j \in JM_{j,m^s} \in St_{s,t}} a_{m,j} \cdot x_{m,j,s}, \quad \forall m, t \quad (3.29)$$

Περιορισμοί συγχρονισμού των δύο σταδίων

Ο περιορισμός (3.30) εξασφαλίζει ότι η μεταβλητή $Zum_{u,m,k,l,s}$ παίρνει την τιμή 1, αν υπάρχει εναλλαγή μεταξύ δύο σιροπιών k, l στη δεξαμενή $u \in UL_{u,l} \cap UL_{u,k}$ και το τελευταίο μεταφέρεται στη γραμμή συσκευασίας m για συσκευασία κάποιου προϊόντος.

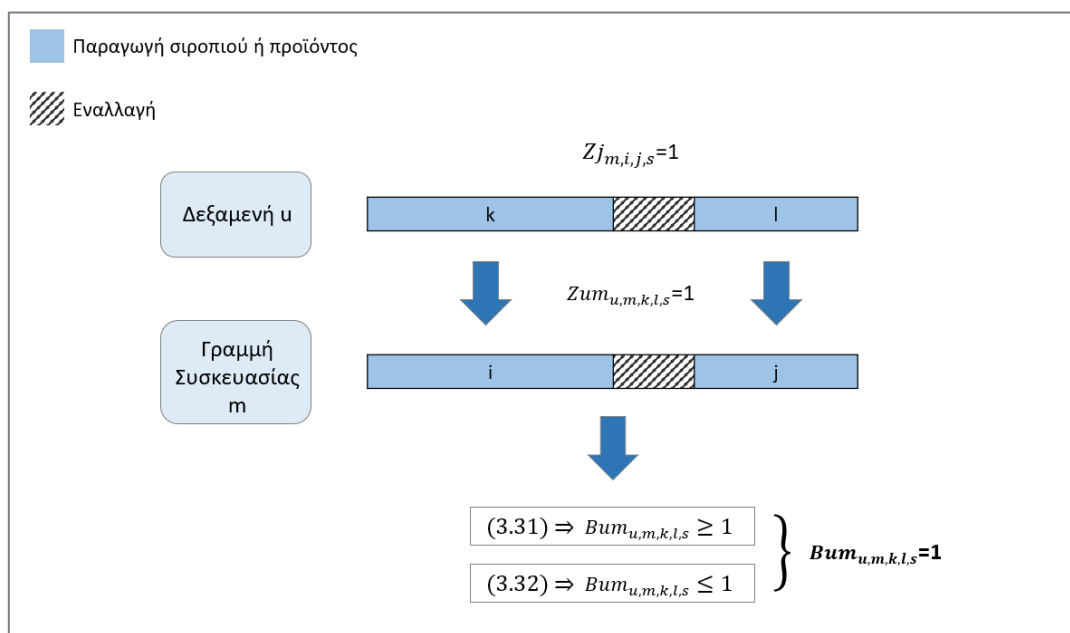
$$Zum_{u,m,k,l,s} \geq Zl_{u,k,l,s} + Yum_{u,m,l,s} - 1, \quad \forall u \in UL_{u,l} \cap UL_{u,k}, m, k, l, k \neq l, s \quad (3.30)$$

Στην Ενότητα 4.1.1., στη μελέτη της 1^{ης} εβδομαδιαίας ζήτησης, η έννοια της μεταβλητής Zum , εξηγείται περαιτέρω, μέσω παραδείγματος, που προκύπτει από την εφαρμογή του μοντέλου αυτού.

Ο περιορισμός (3.31) σε συνδυασμό με τον (3.32) εξασφαλίζει ότι η δυαδική μεταβλητή $Bum_{u,m,k,l,s}$ λαμβάνει την τιμή 1, όταν πραγματοποιείται εναλλαγή μεταξύ δύο σιροπιών k, l σε κάποια δεξαμενή $u \in UL_{u,l} \cap UL_{u,k}$ και των αντίστοιχων προϊόντων $i \in JML_{i,k}, j \in JML_{j,l}$, που χρησιμοποιούν τα παραπάνω σιρόπια, σε κάποια γραμμή συσκευασίας m . Για την έκφραση της παραπάνω έννοιας στα πλαίσια του μαθηματικού μοντέλου, χρησιμοποιείται το ίδιο «τέχνασμα» με αυτό που έχει ήδη αναφερθεί, για την διατύπωση των περιορισμών (3.16) και (3.17), διατυπωμένο αντίστοιχα, με το οποίο επιτρέπεται στη δυαδική μεταβλητή $Bum_{u,m,k,l,s}$ να πάρει μόνο μια συγκεκριμένη τιμή. Για να γίνει καλύτερα αντιληπτός ο συγκεκριμένος συνδυασμός περιορισμών αναπαρίσταται σχηματικά στο Σχήμα 3.3.

$$Bum_{u,m,k,l,s} \geq \sum_{i \in JML_{i,k}, j \in JML_{j,l}, i \neq j} Zj_{m,i,j,s} + Zum_{u,m,k,l,s} - 1, \quad \forall u \in UL_{u,l} \cap UL_{u,k}, m, k, l, k \neq l, s \quad (3.31)$$

$$Bum_{u,m,k,l,s} \leq 0.5 + \left(\sum_{i \in JML_{i,k}, j \in JML_{j,l}, i \neq j} Zj_{m,i,j,s} + Zum_{u,m,k,l,s} - 1 \right) / 2, \quad \forall u \in UL_{u,l} \cap UL_{u,k}, m, k, l, k \neq l, s \quad (3.32)$$



Σχήμα 3.3: Σχηματική επεξήγηση λειτουργίας περιορισμών (3.31) και (3.32)

Στην Ενότητα 4.1.1., στην μελέτη της 1^{ης} εβδομαδιαίας ζήτησης, η έννοια της μεταβλητής Bum , εξηγείται περαιτέρω μέσω παραδείγματος που προκύπτει από την εφαρμογή του μοντέλου αυτού.

Με τους περιορισμούς (3.33) και (3.33α) εξασφαλίζεται ότι αν το σιρόπι l δε μεταφέρεται στη γραμμή m , τότε η εναλλαγή μεταξύ των δύο σιροπιών k και l δεν μπορεί να αφορά τη γραμμή m .

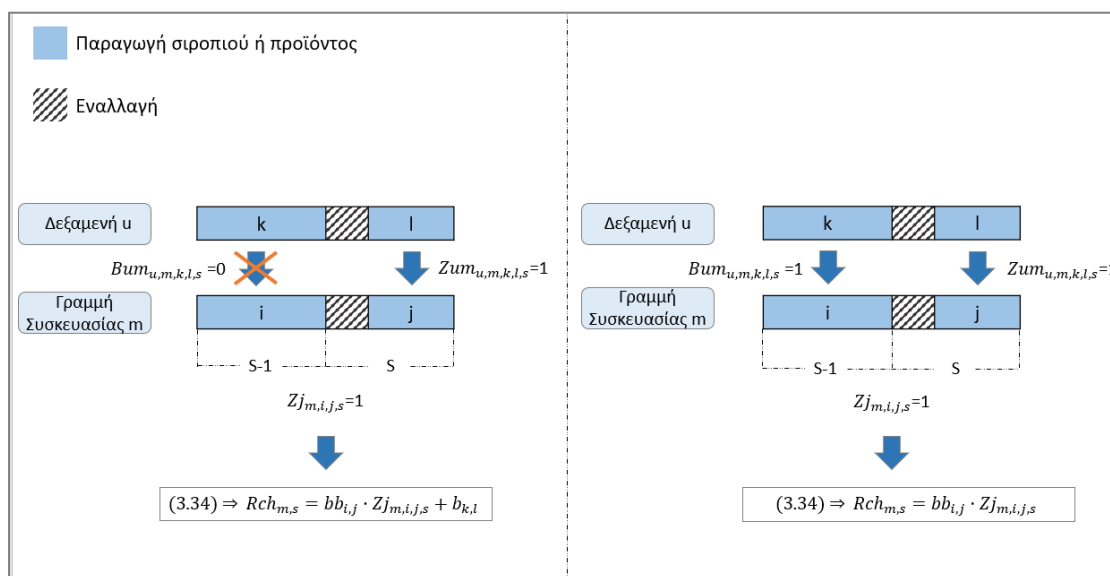
$$Zum_{u,m,k,l,s} \leq Yum_{u,m,l,s}, \quad \forall u \in UL_{u,l} \cap UL_{u,k}, m, k, l, k \neq l, s \quad (3.33)$$

$$Zum_{u,m,k,l,s} \leq Yl_{u,k,s-1}, \quad \forall u \in UL_{u,l} \cap UL_{u,k}, m, k, l, k \neq l, s \quad (3.33\alpha)$$

Ορισμοί χρόνων

Ο περιορισμός (3.34) ορίζει τον πραγματικό χρόνο που αφιερώνεται σε εναλλαγές για τη γραμμή συσκευασίας m στο υποδιάστημα s . Γενικά η εναλλαγή μεταξύ δύο προϊόντων σε μια γραμμή συσκευασίας διαρκεί πάντα περισσότερο από ότι η αντίστοιχη εναλλαγή σιροπιών στις δεξαμενές. Για τον λόγο αυτό ως χρόνος εναλλαγής υπολογίζεται ο μεγαλύτερος εκ των δύο, δηλαδή ο χρόνος που απαιτείται για εναλλαγή προϊόντων στη γραμμή συσκευασίας. Προκειμένου ο περιορισμός αυτός να γίνει καλύτερα αντιληπτός αναπαρίσταται σχηματικά στο Σχήμα 3.4.

$$Rch_{m,s} = \sum_{i \in JM_{i,m}, j \in JM_{j,m}, i \neq j} bb_{i,j} \cdot Zj_{m,i,j,s} + \sum_{i \in JM_{i,m}, j \in JM_{j,m}, i \neq j} bb_{i,j} \cdot Zij_{m,i,j,s} + \sum_{k,l,k \neq l,u} b_{k,l} \cdot (Zum_{u,m,k,l,s} - Bum_{u,m,k,l,s}), \quad \forall m, s \quad (3.34)$$



Σχήμα 3.4: Σχηματική επεξήγηση λειτουργίας περιορισμού (3.34)

Με τον περιορισμό (3.35) ορίζεται ο συνολικός χρόνος λειτουργίας κάθε γραμμής συσκευασίας m , σε κάθε υποδιάστημα s . Ο χρόνος αυτός συμπεριλαμβάνει την προετοιμασία του σιροπιού, τον χρόνο συσκευασίας της ποσότητας του προϊόντος που παράγεται, καθώς και τις εναλλαγές που πραγματοποιούνται.

$$Ts_{m,s} = tr \cdot \sum_{u,l} Yum_{u,m,l,s} + \sum_{j \in JM_{j,m}} a_{m,j} \cdot x_{m,j,s} + Rch_{m,s}, \quad \forall m, s \quad (3.35)$$

Η εξίσωση (3.36) ορίζει τον συνολικό χρόνο λειτουργίας της γραμμής συσκευασίας m , σε μία ημέρα t . Ο χρόνος αυτός προκύπτει αθροίζοντας τον συνολικό χρόνο λειτουργίας της κάθε γραμμής συσκευασίας m για κάθε υποδιάστημα s της περιόδου t .

$$WH_{m,t} = \sum_{s \in St_{s,t}} TS_{m,s}, \forall m, t \quad (3.36)$$

Με την εξίσωση (3.37) ορίζεται ο χρόνος που απαιτείται για τη συσκευασία των προϊόντων $j \in JM_{j,m}$, που παράγονται σε μια γραμμή m και σε ένα υποδιάστημα s . Ο χρόνος αυτός υπολογίζεται ως το γινόμενο του χρόνου που απαιτείται για την συσκευασία μιας μονάδας προϊόντος, $a_{m,j}$ με την ποσότητα του προϊόντος που συσκευάζεται στη γραμμή αυτή, στο συγκεκριμένο υποδιάστημα, $x_{m,j,s}$.

$$Tj_{m,j,s} = a_{m,j} \cdot x_{m,j,s}, \quad \forall m, j \in JM_{j,m}, s \quad (3.37)$$

Ο περιορισμός (3.38) ορίζει τον συνολικό χρόνο εναλλαγών σε ένα υποδιάστημα. Συγκεκριμένα αφορά το άθροισμα των χρόνων που αφιερώνονται σε εναλλαγές στην αρχή του υποδιαστήματος s , σε μια γραμμή συσκευασίας m , καθώς και το σύνολο αυτών που πραγματοποιούνται κατά τη διάρκειά του, στη γραμμή αυτή.

$$chs_{m,s} = \sum_{i \in JM_{i,m}, j \in JM_{j,m}} bb_{i,j} \cdot Zj_{m,i,j,s} + \sum_{i \in JM_{i,m}, j \in JM_{j,m}} bb_{i,j} \cdot Zij_{m,i,j,s}, \forall m, s \quad (3.38)$$

Ορισμός ποσότητας σιροπιού

Με την εξίσωση (3.39) ορίζεται η ποσότητα του σιροπιού l , που παράγεται τη μικρο – περίοδο s , σε λίτρα. Ειδικότερα η ποσότητα του σιροπιού που παράγεται ορίζεται ως το άθροισμα του γινομένου της απαιτούμενης ποσότητας σιροπιού για την παραγωγή μιας μονάδας προϊόντος $j \in JML_{j,l} \cap JM_{j,m}$ σε lt , $r_{j,l}$ με την παραγόμενη ποσότητα του προϊόντος την μικρο – περίοδο αυτή, $x_{m,j,s}$.

$$Qlp_{l,s} = \sum_{j \in JML_{j,l} \cap JM_{j,m}} r_{j,l} \cdot x_{m,j,s}, \forall s, l \quad (3.39)$$

2.2.2. Αντικειμενικές Συναρτήσεις

Η αντικειμενική συνάρτηση που εφαρμόζεται κατά κύριο λόγο στο συγκεκριμένο μαθηματικό μοντέλο, του προβλήματος βελτιστοποίησης, στοχεύει στην ελαχιστοποίηση των εναλλαγών κατά την παραγωγή σιροπιών και προϊόντων και παράλληλα στην ελαχιστοποίηση των υπερωριών.

$$\begin{aligned}
 OBJ = & \sum_t Ov_t + \sum_{s,m,i \in JM_{i,m}, j \in JM_{j,m}} 10 \cdot bb_{i,j} \cdot Zj_{m,i,j,s} \\
 & + \sum_{s,m,i \in JM_{i,m}, j \in JM_{j,m}} 10 \cdot bb_{i,j} \cdot Zij_{m,i,j,s} \\
 & + \sum_{s,u,k \in LU_{k,u}, l \in LU_{l,u}} 10 \cdot b_{k,l} \cdot Zl_{u,k,l,s} \quad (3.40)
 \end{aligned}$$

Γενικά ένα από τα ζητήματα που αφορούν κυρίως τη βιομηχανία είναι η ελαχιστοποίηση των εξόδων της. Ο στόχος αυτός μπορεί να επιτευχθεί με διάφορους τρόπους κάποιοι εκ των οποίων συνοψίζονται στην παραπάνω αντικειμενική συνάρτηση. Όταν επιτυγχάνεται ελαχιστοποίηση των απαιτούμενων υπερωριών τότε το κεφάλαιο που αποδίδεται για πληρωμές προσωπικού, για παράδειγμα, ελαττώνεται αντίστοιχα. Ανάλογα συμβαίνει και κατά την ελαχιστοποίηση των εναλλαγών. Για τον λόγο αυτό τίθεται ως στόχος η πραγματοποίηση όσο το δυνατόν λιγότερων εναλλαγών και η επιλογή τέτοιων εναλλαγών που διαρκούν κατά το δυνατόν λιγότερο χρόνο ή να απαιτούν τα λιγότερα μέσα.

Εκτός της παραπάνω αντικειμενικής συνάρτησης, μελετήθηκαν και τα αποτελέσματα της αντικειμενικής συνάρτησης ελαχιστοποίησης του χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγικής διαδικασίας σε κάθε γραμμή συσκευασίας, κάθε χρονική περίοδο, δηλαδή κάθε ημέρα λειτουργίας της μονάδας.

$$OBJ = \sum_{m,t} WH_{m,t} \quad (3.41)$$

Ένα τέτοιο πρόβλημα βελτιστοποίησης είναι ιδιαίτερα ενδιαφέρον για τη βιομηχανία, καθώς σχετίζεται άμεσα, αντίστοιχα όπως η προηγούμενη περίπτωση βελτιστοποίησης, με

ζητήματα όπως η απασχόληση προσωπικού, η κάλυψη της ζήτησης και κυρίως τα έξοδα της εταιρίας.

4. Αποτελέσματα και Μελέτες Περίπτωσης

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν από το πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής της βιομηχανικής μονάδας παραγωγής αναψυκτικών, όπως περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 2. Συγκεκριμένα, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την επίλυση του μαθηματικού μοντέλου, που έχει προταθεί, με στόχο την ελαχιστοποίηση των εναλλαγών μεταξύ των προϊόντων και των υπερωριών και δεδομένα εβδομαδιαίας ζήτησης. Παρουσιάζονται επίσης αντίστοιχα αποτελέσματα του μαθηματικού μοντέλου, για κάποιες από τις εβδομαδιαίες ζητήσεις, με αντικειμενική συνάρτηση αυτή τη φορά, η οποία ελαχιστοποιεί τον χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται αποτελέσματα μελετών, για τις προαναφερθείσες ζητήσεις, σχετικά με το ποσοστό αύξησης της ζήτησης, που μπορεί να καλυφθεί από τη συγκεκριμένη εγκατάσταση. Εκτός των παραπάνω, μελετώνται περιπτώσεις επέκτασης ωραρίου και προσθήκης νέου εξοπλισμού, για ορισμένες από τις ζητήσεις, οι οποίες έχουν ήδη μελετηθεί.

Η λύση του μαθηματικού μοντέλου, σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις, πραγματοποιείται στο περιβάλλον βελτιστοποίησης του λογισμικού GAMS. Ο επιλυτής που χρησιμοποιείται στις περιπτώσεις αυτές είναι ο επιλυτής ILOG CPLEX, ο οποίος είναι ένας από τους κατάλληλους για την επίλυση προβλημάτων μεικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού. Επίσης δίνεται το περιθώριο, στον επιλυτή, σε όλες τις περιπτώσεις που παρουσιάζονται παρακάτω, να καταλήξει σε λύση, η οποία αποκλίνει από τη βέλτιστη το πολύ 2%. Το γεγονός αυτό αποτελεί σημαντικό πλεονέκτημα του μοντέλου, καθώς σημαίνει ότι, παρά την πολυπλοκότητά του, λόγω των πολλών δυαδικών μεταβλητών που περιλαμβάνει, όλα τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται αποκλίνουν ελάχιστα από τη βέλτιστη λύση.

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τον χρονοπρογραμματισμό παραγωγής αναπαρίστανται σε διαγράμματα Gantt (Gantt Charts). Τα διαγράμματα αυτά στην προκειμένη περίπτωση κατασκευάστηκαν με τη χρήση του λογισμικού MATLAB. Διαγράμματα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής (Gantt Charts) χρησιμοποιούνται συχνά για την απεικόνιση της σειράς και της διάρκειας των διεργασιών που πραγματοποιούνται κατά την παραγωγική διαδικασία. Όσον αφορά στη μορφή τους, στον οριζόντιο άξονά τους απεικονίζεται ο χρόνος και συγκεκριμένα ο χρονικός ορίζοντας του προβλήματος, δηλαδή στη συγκεκριμένη περίπτωση 144 ώρες (6 ημέρες). Στον κατακόρυφο άξονά τους

απεικονίζεται ο εξοπλισμός, ο οποίος αξιοποιείται για την παραγωγική διαδικασία. Τέλος, οι γκρι περιοχές αντιστοιχούν στις ώρες που η μονάδα δε λειτουργεί και με τις έγχρωμες περιοχές απεικονίζεται η παραγωγή σιροπιών και προϊόντων, καθώς και οι εναλλαγές που πραγματοποιούνται.

4.1. Περιπτώσεις εβδομαδιαίων ζητήσεων

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των εβδομαδιαίων ζητήσεων. Πρόκειται λοιπόν για αποτελέσματα μελετών που προκύπτουν από δεδομένα ζήτησης προϊόντων, ομαδοποιημένα αντίστοιχα με τον τρόπο ομαδοποίησης στην πραγματική παραγωγική μονάδα, που αφορούν παραγωγική διαδικασία μιας εβδομάδας. Τα δεδομένα αυτά παρουσιάζονται αναλυτικά στον πίνακα A.1. στο Παράρτημα A. Οι τιμές που παρουσιάζονται στον πίνακα των δεδομένων δεν αντιστοιχούν σε Ιt προϊόντος, αλλά σε «cases», τα οποία εξαρτώνται από τον τύπο προϊόντος στον οποίο αναφέρονται και φαίνονται για το κάθε προϊόν στον Πίνακα 2.2 του Κεφαλαίου 2. Για την απεικόνιση της παραγωγής όλων των προϊόντων, στις αντίστοιχες ποσότητες που παράγει η εταιρεία, λοιπόν, παρουσιάζονται έξι εβδομαδιαία διαγράμματα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής. Το μαθηματικό μοντέλο που επιλύεται, είναι το μαθηματικό μοντέλο, όπως περιεγράφηκε στο Κεφάλαιο 3, με αντικειμενική συνάρτηση που ελαχιστοποιεί τον χρόνο εναλλαγών μεταξύ των προϊόντων και τις απαραίτητες υπερωρίες. Στη συνέχεια, για κάποιες από τις ζητήσεις αυτές, επιλύεται το μοντέλο με αντικειμενική συνάρτηση, αυτή τη φορά, που ελαχιστοποιεί τον συνολικό απαιτούμενο χρόνο για την παραγωγή των προϊόντων της ζήτησης, σε μία ημέρα και σε κάθε γραμμή συσκευασίας.

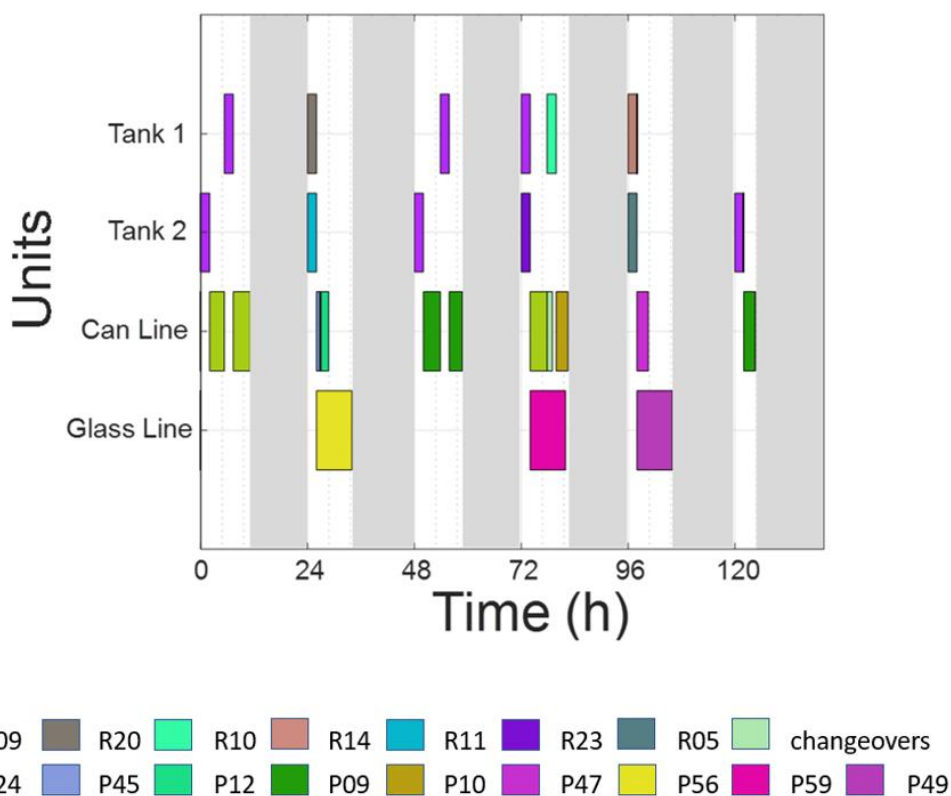
4.1.1. Ελαχιστοποίηση χρόνου εναλλαγών και υπερωριών

Ο λόγος για τον οποίο επιλέγεται η συγκεκριμένη αντικειμενική συνάρτηση, ως κύρια αντικειμενική συνάρτηση της συγκεκριμένης μελέτης είναι ότι οι εναλλαγές των προϊόντων συνδέονται με την ικανοποίηση της ζήτησης των πελατών. Όσο καλύτερα κατανέμονται οι διαθέσιμοι πόροι (εξοπλισμός και πρώτες ύλες) και δεν υπάρχουν, για παράδειγμα, μεγάλα κενά στην παραγωγή, τόσο πιο γρήγορα ετοιμάζονται τα απαραίτητα προϊόντα. Με αυτόν τον τρόπο μπορούν να συνεχίζουν να εξυπηρετούνται οι ήδη

υπάρχοντες πελάτες κι ακόμα υπάρχει πιθανόν η δυνατότητα ανάληψης νέων, γεγονός που συνεπάγεται αύξηση των εσόδων. Όλα αυτά όμως σε συνδυασμό με έναν ακόμη όρο, να εκπληρώνονται τα παραπάνω αξιοποιώντας όσο γίνεται λιγότερες από τις διαθέσιμες υπερωρίες, καθώς αυτές συνδέονται με τη δημιουργία εξόδων. Όπως είναι λοιπόν αντιληπτό, τέτοιες παράμετροι μπορούν να οδηγήσουν σε αποτελέσματα, ιδιαίτερα ενδιαφέροντα για τη βιομηχανία.

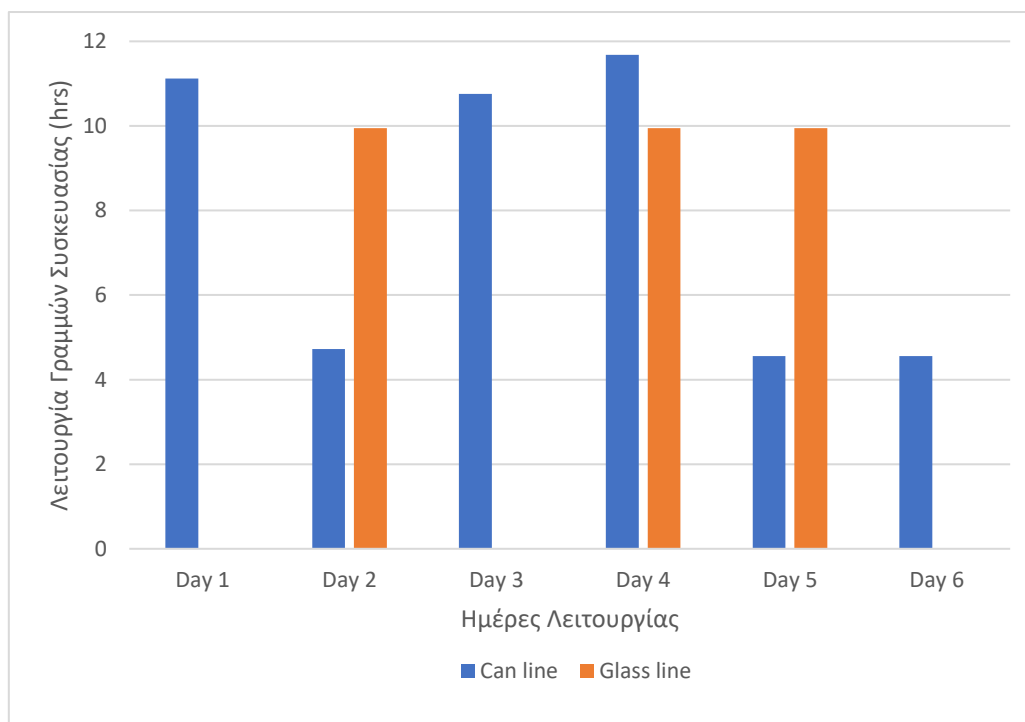
1^η εβδομαδιαία ζήτηση

Στο Σχήμα 4.1 φαίνεται ο εβδομαδιαίος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής, που προκύπτει από την επίλυση του μαθηματικού μοντέλου με την αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης του χρόνου εναλλαγών και των υπερωριών, για τη 1^η εβδομαδιαία ζήτηση, όπως παρουσιάζεται στον πίνακα A.1, στο Παράρτημα A.



Σχήμα 4.1: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής 1ης εβδομαδιαίας ζήτησης

Όπως παρατηρείται στο Σχήμα 4.1, για την παραγωγή της συγκεκριμένης ζήτησης, απαιτούνται έξι ημέρες λειτουργίας της μονάδας. Το γεγονός αυτό σημαίνει χρήση της βάρδιας υπερωριών του Σαββάτου. Επισημαίνεται επίσης ξανά, ότι οι γκρι περιοχές του διαγράμματος αντιστοιχούν σε ώρες, τις οποίες η μονάδα δε λειτουργεί. Όσον αφορά τις ώρες λειτουργίας της μονάδας, αυτές αναπαρίστανται στο διάγραμμα του Σχήματος 4.2.



Σχήμα 4.2: Ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας, 1η εβδομαδιαία ζήτηση

Σύμφωνα με το Σχήμα 4.2, παρατηρείται ότι η γραμμή συσκευασίας μεταλλικών κουτιών (can line) χρησιμοποιείται καθημερινά, ενώ η γραμμή συσκευασίας γυάλινων μπουκαλιών (glass line) χρησιμοποιείται τρεις φορές την εβδομάδα. Επιπλέον, πέραν του Σαββάτου, που έχει ήδη αναφερθεί, παρατηρείται ότι υπερωρίες λειτουργίας απαιτούνται όλες τις μέρες της εβδομάδας. Αυτό συμπεραίνεται αφού σε όλες τις καθημερινές (Day 1 – Day 5), τουλάχιστον σε μία από τις δύο γραμμές συσκευασίας, απαιτείται χρόνος λειτουργίας μεγαλύτερος των 8 ωρών. Όσον αφορά στο Σάββατο, το οποίο στο βασικό πρόγραμμα δε συμπεριλαμβάνεται, αλλά υπάρχει δυνατότητα λειτουργίας μίας δωρης βάρδιας σε υπερωρίες, παρατηρείται ότι από αυτές αξιοποιούνται περίπου 4.5 ώρες. Αναλυτικότερα οι ώρες λειτουργίας κάθε γραμμής, καθώς και οι συνολικές υπερωρίες ανά ημέρα παρουσιάζονται στον Πίνακα Β.1 στο Παράρτημα Β.

Οι χρόνοι, σε ώρες, που αφιερώνονται σε εναλλαγές, κατά τη διάρκεια της συγκεκριμένης παραγωγικής διαδικασίας φαίνονται στον Πίνακα 4.1 και αφορούν εναλλαγές στα υποδιαστήματα s4 και s11.

Πίνακας 4.1: Χρόνοι εναλλαγών (hrs), 1η εβδομαδιαία ζήτηση

	Day 2	Day 4
	s4	s11
Can Line	0.17	1.17

Επιπλέον ο χρόνος επίλυσης του μοντέλου στη συγκεκριμένη περίπτωση, καθώς και η απόκλιση της λύσης που προκύπτει, από τη βέλτιστη (optimality gap), παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.2.

Πίνακας 4.2: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου, 1η εβδομαδιαία ζήτηση

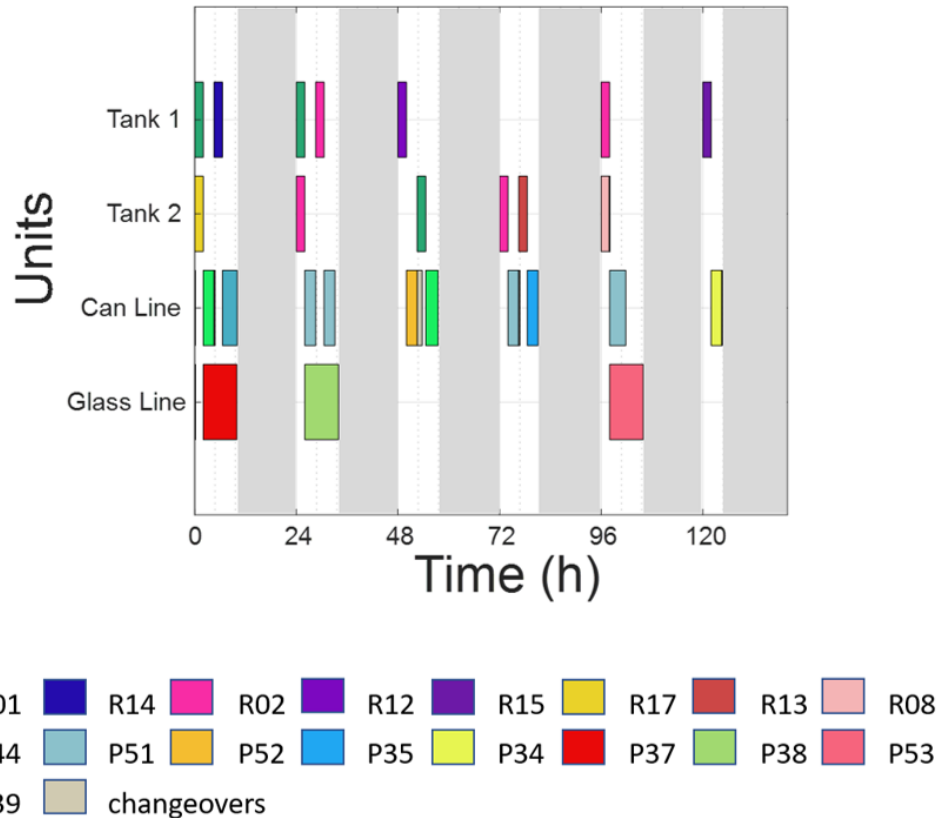
Χρόνος εκτέλεσης	16.7 min
Optimality Gap	0.81%

Η συγκεκριμένη περίπτωση ενδείκνυται για την αναφορά παραδειγμάτων, για καλύτερη και πρακτικότερη κατανόηση των μεταβλητών Yum, Zum και Bum, οι οποίες εξηγήθηκαν και στο Κεφάλαιο 3. Αρχικά η δυαδική μεταβλητή $Yum_{u,m,l,s}$, όπως έχει αναφερθεί λαμβάνει την τιμή 1, αν η δεξαμενή u παράγει το σιρόπι l για τη γραμμή συσκευασίας m τη μικρο – περίοδο s . Διευκρινίζεται δηλαδή, μέσω αυτής σε ποια δεξαμενή οδηγείται το κάθε σιρόπι. Για παράδειγμα, στη συγκεκριμένη περίπτωση θα πρόκυπτε $Yum_{2,can\ line,R09,s1} = 1$, γεγονός που σημαίνει ότι η δεξαμενή 2 (tank 2), παράγει το σιρόπι R09 για την γραμμή συσκευασίας αλουμινένιων κουτιών (can line), την μικρο – περίοδο s1. Παρατηρώντας το Σχήμα 4.1 διαπιστώνεται ότι πράγματι συμβαίνει αυτό, αφού το σιρόπι R09, σύμφωνα και με τα δεδομένα του Πίνακα 2.2, του Κεφαλαίου 2, αξιοποιείται στην can line, την μικρο – περίοδο s1, για την παραγωγή του προϊόντος P24. Όσον αφορά τη μεταβλητή $Zum_{u,m,k,l,s}$, όπως έχει ήδη αναφερθεί λαμβάνει την τιμή 1, αν υπάρχει εναλλαγή στη δεξαμενή u από το σιρόπι k στο σιρόπι l , το οποίο προορίζεται για τη γραμμή m τη μικρο – περίοδο s . Στην περίπτωση αυτή λοιπόν, θα πρόκυπτε

$Zum_{1,can\ line,R09,R10,s11} = 1$. Παρατηρώντας τώρα το Σχήμα 4.1 διαπιστώνεται ότι πράγματι το υποδιάστημα s11, υφίσταται εναλλαγή μεταξύ των σιροπιών R09 και R10, όπου το σιρόπι R10, αξιοποιείται στη γραμμή can line για την παραγωγή του P10. Τέλος, η μεταβλητή $Bum_{u,m,k,l,s}$ λαμβάνει την τιμή 1, αν υπάρχει εναλλαγή στη δεξαμενή u από το σιρόπι k στο l και εναλλαγή μεταξύ των προϊόντων $ieik$ και $jejl$ στη γραμμή m τη μικρο-περίοδο s . Στην προκειμένη περίπτωση θα προέκυπτε $Bum_{1,can\ line,R09,R10,s11} = 1$, που σημαίνει ότι εκτός από το R10, έχει μεταφερθεί και το R09 στη γραμμή συσκευασίας αλουμινένιων κουτιών και πράγματι παρατηρώντας το Σχήμα 4.1 φαίνεται ότι στο υποδιάστημα s11 πραγματοποιείται εναλλαγή από το σιρόπι R09 στο σιρόπι R10, τα οποία παράγονται στη δεξαμενή 1 και οδηγούνται και τα δύο στη γραμμή συσκευασίας μεταλλικών κουτιών για την παραγωγή των προϊόντων P24 και P10 αντίστοιχα.

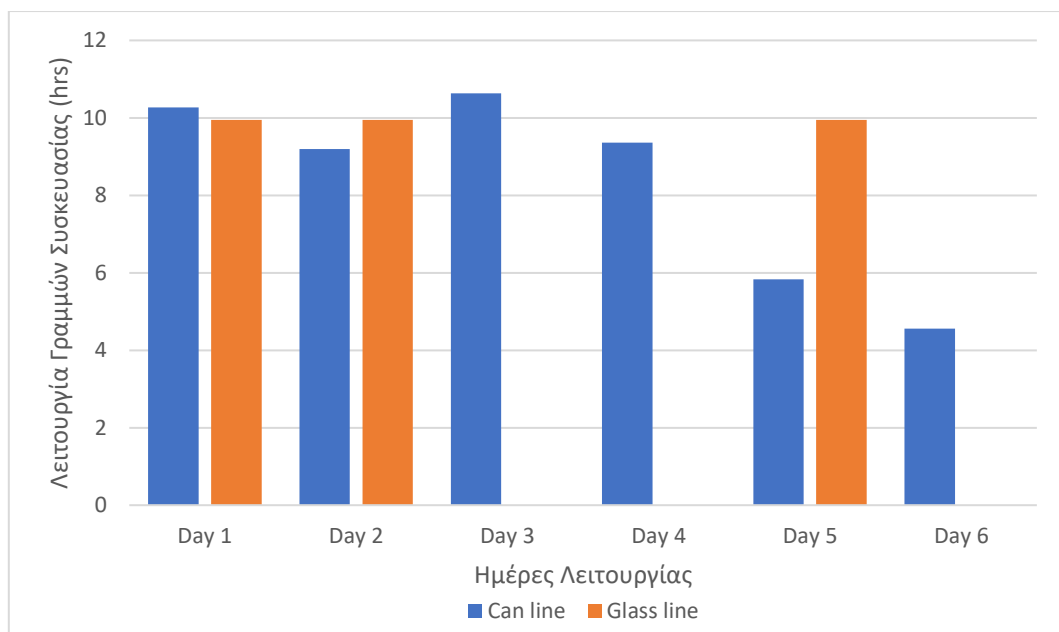
2^η εβδομαδιαία ζήτηση

Στο Σχήμα 4.3 φαίνεται ο εβδομαδιαίος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής, που προκύπτει από την επίλυση του μαθηματικού μοντέλου με την αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης του χρόνου εναλλαγών και των υπερωριών, για τη 2^η εβδομαδιαία ζήτηση, όπως παρουσιάζεται στον πίνακα Α.1, στο Παράρτημα Α.



Σχήμα 4.3: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής 2ης εβδομαδιαίας ζήτησης

Σύμφωνα με το Σχήμα 4.3 απαιτούνται έξι ημέρες λειτουργίας της μονάδας, για την κάλυψη της συγκεκριμένης ζήτησης. Το γεγονός αυτό σημαίνει χρήση της βάρδιας υπερωριών του Σαββάτου. Όσον αφορά γενικότερα τις ώρες λειτουργίας της μονάδας, αυτές παρατίθενται στο διάγραμμα του Σχήματος 4.4.



Σχήμα 4.4: Ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας, 2η εβδομαδιαία ζήτηση

Παρατηρώντας τώρα το Σχήμα 4.4 συμπεραίνεται ότι η γραμμή συσκευασίας μεταλλικών κουτιών (can line) χρησιμοποιείται καθημερινά, ενώ η γραμμή συσκευασίας γυάλινων μπουκαλιών (glass line) χρησιμοποιείται τρεις φορές την εβδομάδα. Επίσης, πέραν του Σαββάτου, που έχει ήδη αναφερθεί, υπερωρίες λειτουργίας απαιτούνται όλες τις μέρες της εβδομάδας. Αυτό συμπεραίνεται, αφού σε όλες τις καθημερινές (Day 1 – Day 5), τουλάχιστον σε μία από τις δύο γραμμές συσκευασίας, απαιτείται χρόνος λειτουργίας μεγαλύτερος των 8 ωρών. Όσον αφορά στο Σάββατο, το οποίο στο βασικό πρόγραμμα υπάρχει δυνατότητα λειτουργίας μόνο σε υπερωρίες και συγκεκριμένα μίας δωρης βάρδιας, παρατηρείται ότι από αυτές αξιοποιούνται περίπου 4.5 ώρες. Αναλυτικότερα οι ώρες λειτουργίας κάθε γραμμής, καθώς και οι συνολικές υπερωρίες ανά ημέρα παρουσιάζονται στον πίνακα B.2 στο Παράρτημα Β.

Οι χρόνοι, σε ώρες, που αφιερώνονται σε εναλλαγές, κατά τη διάρκεια της συγκεκριμένης παραγωγικής διαδικασίας φαίνονται στον Πίνακα 4.3 και αφορούν εναλλαγές στα υποδιαστήματα s2, s8 και s11.

Πίνακας 4.3: Χρόνοι εναλλαγών (hrs), 2η εβδομαδιαία ζήτηση

	Day 1	Day 3	Day 4
	s2	s8	s11
<i>Can Line</i>	0.25	1.17	0.25

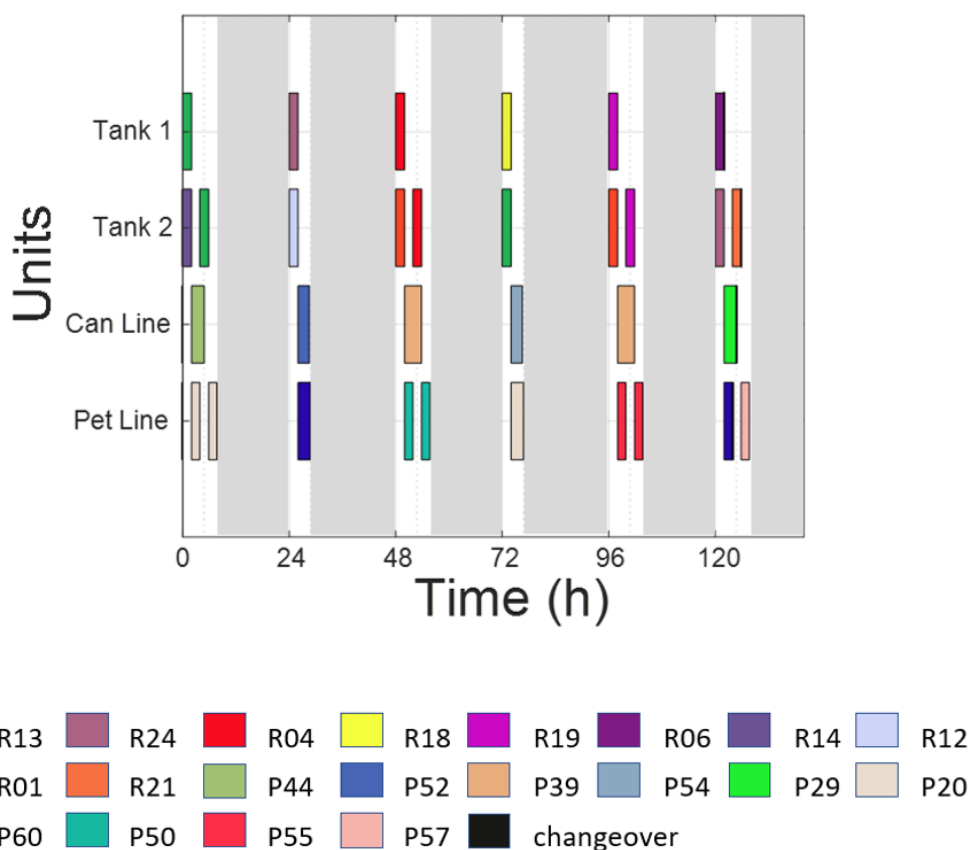
Τέλος, ο χρόνος επίλυσης του μοντέλου στη συγκεκριμένη περίπτωση, καθώς και η απόκλιση της λύσης που προκύπτει, από τη βέλτιστη (optimality gap), παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.4.

Πίνακας 4.4: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου, 2η εβδομαδιαία ζήτηση

Χρόνος εκτέλεσης	16.75 min
Optimality Gap	0.83%

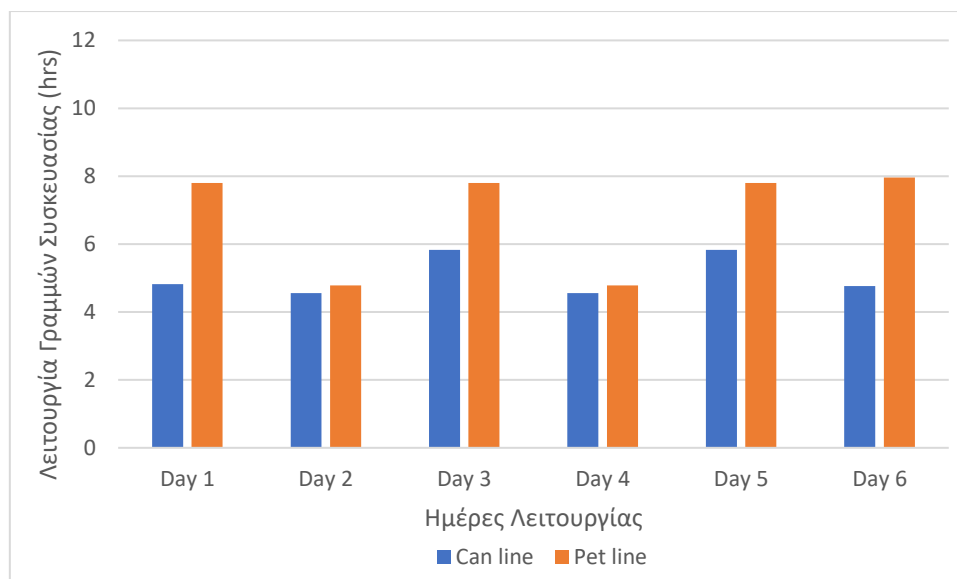
3^η εβδομαδιαία ζήτηση

Στο Σχήμα 4.5 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του εβδομαδιαίου χρονοπρογραμματισμού παραγωγής, που προκύπτει από την επίλυση του μαθηματικού μοντέλου με στόχο την ελαχιστοποίηση του χρόνου εναλλαγών και των υπερωριών, για την 3^η εβδομαδιαία ζήτηση, όπως παρουσιάζεται στον πίνακα Α.1, στο Παράρτημα Α.



Σχήμα 4.5: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής 3ης εβδομαδιαίας ζήτησης

Από το Σχήμα 4.5 φαίνεται να απαιτούνται έξι ημέρες λειτουργίας της μονάδας, για την κάλυψη της συγκεκριμένης ζήτησης. Το γεγονός αυτό σημαίνει χρήση της βάρδιας υπερωριών του Σαββάτου. Οι ώρες λειτουργίας της μονάδας, για την παραγωγή της ζήτησης αυτής παρουσιάζονται στο διάγραμμα του Σχήματος 4.6.



Σχήμα 4.6: Ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας, 3η εβδομαδιαία ζήτηση

Παρατηρώντας τώρα το Σχήμα 4.6 συμπεραίνεται ότι και οι δύο γραμμές λειτουργούν και τις έξι ημέρες λειτουργίας της μονάδας. Επιπλέον, καμία από τις καθημερινές δεν απαιτείται λειτουργία της μονάδας πέραν τους πλήρους ωραρίου. Αυτό το συμπέρασμα προκύπτει αφού σε όλες τις καθημερινές (Day 1 – Day 5), σε καμία από τις δύο γραμμές συσκευασίας, δεν απαιτείται χρόνος λειτουργίας μεγαλύτερος των 8 ωρών. Όσον αφορά στο Σάββατο, στο οποίο υπάρχει δυνατότητα λειτουργίας μόνο σε υπερωρίες και συγκεκριμένα μίας 8ωρης βάρδιας, παρατηρείται ότι αξιοποιούνται και οι 8 αυτές ώρες. Αναλυτικότερα οι ώρες λειτουργίας κάθε γραμμής, καθώς και οι συνολικές υπερωρίες ανά ημέρα παρουσιάζονται στον Πίνακα Β.3 στο Παράρτημα Β.

Οι χρόνοι, σε ώρες, που αφιερώνονται σε εναλλαγές, κατά τη διάρκεια της συγκεκριμένης παραγωγικής διαδικασίας φαίνονται στον Πίνακα 4.5 και αφορούν εναλλαγές στο υποδιάστημα s17.

Πίνακας 4.5: Χρόνοι εναλλαγών (hrs), 3η εβδομαδιαία ζήτηση

Day 6	
	s17
<i>Pet Line</i>	0.25

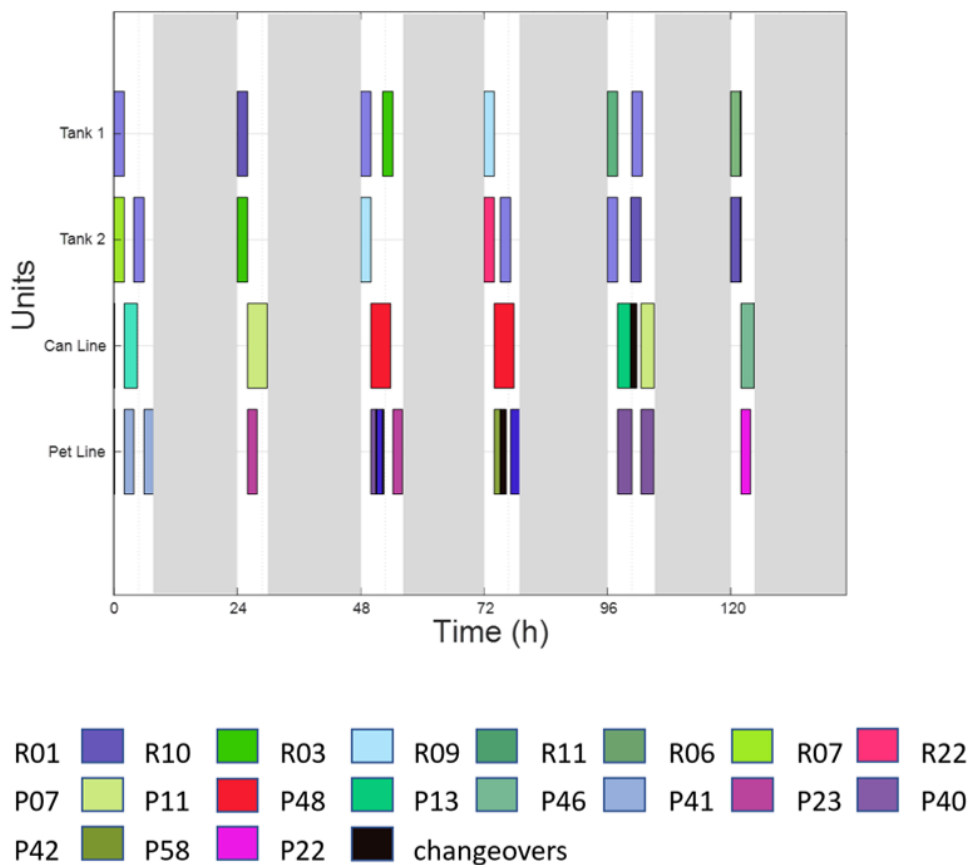
Τέλος, ο χρόνος επίλυσης του μοντέλου στη συγκεκριμένη περίπτωση, καθώς και η απόκλιση της λύσης που προκύπτει, από τη βέλτιστη (optimality gap), παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.6.

Πίνακας 4.6: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου, 3η εβδομαδιαία ζήτηση

Χρόνος εκτέλεσης	16.71 min
Optimality Gap	1%

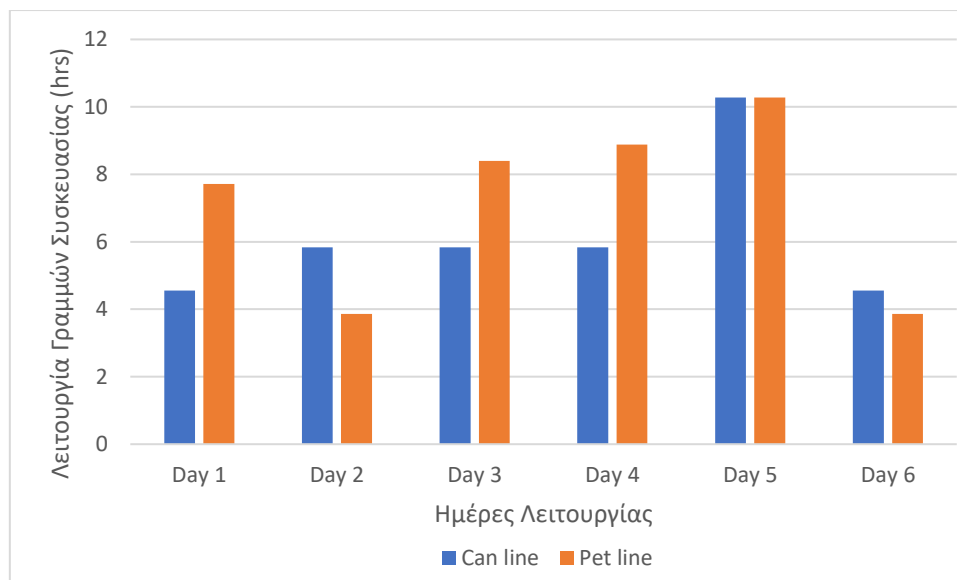
4^η εβδομαδιαία ζήτηση

Τα αποτελέσματα του εβδομαδιαίου χρονοπρογραμματισμού παραγωγής, που προκύπτουν από την επίλυση του μαθηματικού μοντέλου με στόχο την ελαχιστοποίηση του χρόνου εναλλαγών και των υπερωριών, για την 4^η εβδομαδιαία ζήτηση, όπως παρουσιάζεται στον Πίνακα A.1, στο Παράρτημα A, φαίνονται στο Σχήμα 4.7.



Σχήμα 4.7: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής 4ης εβδομαδιαίας ζήτησης

Από το Σχήμα 4.7 φαίνεται ότι απαιτούνται έξι ημέρες λειτουργίας της μονάδας, για την κάλυψη της συγκεκριμένης ζήτησης. Το γεγονός αυτό σημαίνει χρήση της βάρδιας υπερωριών του Σαββάτου. Οι ώρες που λειτουργεί η μονάδα, για την παραγωγή της συγκεκριμένης ζήτησης αναπαρίστανται στο διάγραμμα του Σχήματος 4.8.



Σχήμα 4.8: Ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας, 4η εβδομαδιαία ζήτηση

Σύμφωνα με το Σχήμα 4.8, παρατηρείται καθημερινή χρήση και των δύο γραμμών συσκευασίας κι επίσης ότι για τις πρώτες δύο ημέρες της εβδομάδας, τις οποίες λειτουργεί η μονάδα, δεν απαιτείται λειτουργία πέραν του πλήρους ωραρίου. Αυτό το συμπέρασμα προκύπτει, αφού τις μέρες αυτές (Day 1 – Day2), σε καμία από τις δύο γραμμές συσκευασίας, δεν απαιτείται χρόνος λειτουργίας μεγαλύτερος των 8 ωρών. Την τρίτη, την τέταρτη και την πέμπτη ημέρα πραγματοποιούνται παραγωγικές διαδικασίες και κατά τη διάρκεια των υπερωριών. Όσον αφορά στο Σάββατο, στο οποίο υπάρχει δυνατότητα λειτουργίας μόνο σε υπερωρίες και συγκεκριμένα μίας 8ωρης βάρδιας, παρατηρείται ότι αξιοποιούνται περίπου 4.5 από αυτές τις ώρες. Αναλυτικότερα οι ώρες λειτουργίας κάθε γραμμής, καθώς και οι συνολικές υπερωρίες ανά ημέρα παρουσιάζονται στον Πίνακα Β.4 στο Παράρτημα Β.

Οι χρόνοι, σε ώρες, που αφιερώνονται σε εναλλαγές, κατά τη διάρκεια της συγκεκριμένης παραγωγικής διαδικασίας φαίνονται στον Πίνακα 4.7 και αφορούν εναλλαγές στα υποδιαστήματα s7, s8, s11 και s14.

Πίνακας 4.7: Χρόνοι εναλλαγών (hrs), 4η εβδομαδιαία ζήτηση

	Day 3	Day 3	Day 4	Day 5
	s7	s8	s11	s14
<i>Can Line</i>				0.17
<i>Pet Line</i>	0.17	0.25	1.17	

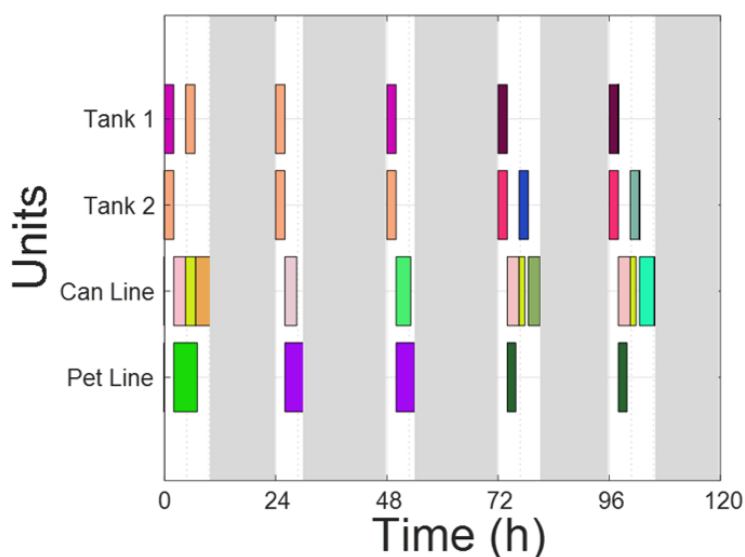
Τέλος, ο χρόνος επίλυσης του μοντέλου στη συγκεκριμένη περίπτωση, καθώς και η απόκλιση της λύσης που προκύπτει, από τη βέλτιστη (optimality gap), παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.8.

Πίνακας 4.8: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου, 4η εβδομαδιαία ζήτηση

Χρόνος εκτέλεσης	15.07 min
Optimality Gap	1%

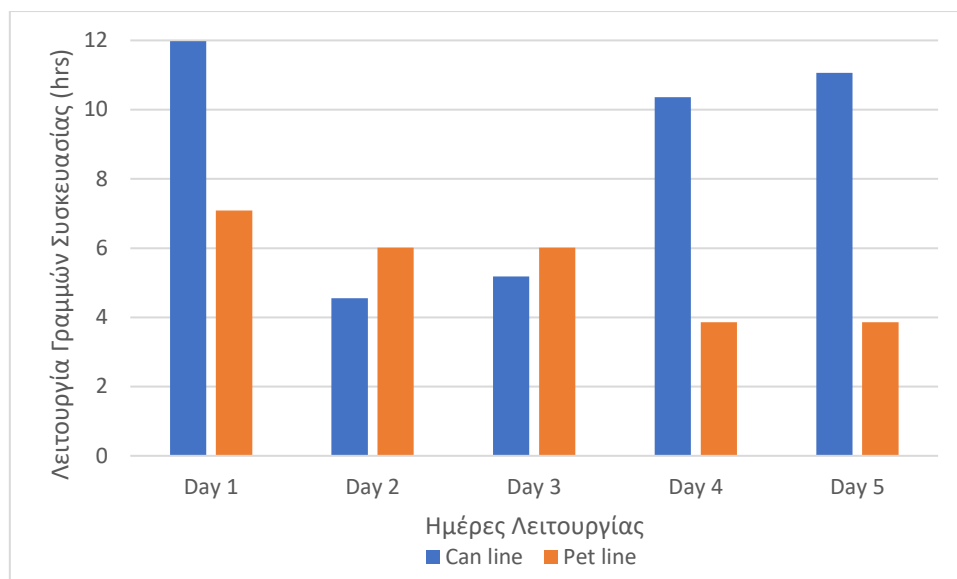
5^η εβδομαδιαία ζήτηση

Στο Σχήμα 4.9 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του εβδομαδιαίου χρονοπρογραμματισμού παραγωγής, που προκύπτουν από την επίλυση του μαθηματικού μοντέλου με στόχο την ελαχιστοποίηση του χρόνου εναλλαγών και των υπερωριών, για την 5^η εβδομαδιαία ζήτηση, όπως παρουσιάζεται στον Πίνακα Α.1, στο Παράρτημα Α.



Σχήμα 4.9: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής 5ης εβδομαδιαίας ζήτησης

Από το Σχήμα 4.9 φαίνεται να απαιτούνται πέντε ημέρες λειτουργίας της μονάδας, για την κάλυψη της συγκεκριμένης ζήτησης. Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι το Σάββατο δεν αξιοποιούνται καθόλου οι διαθέσιμες υπερωρίες. Γενικότερα οι ώρες λειτουργίας της μονάδας, για την παραγωγή της ζήτησης αυτής, παρουσιάζονται στο διάγραμμα του Σχήματος 4.10.



Σχήμα 4.10: Ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας, 5η εβδομαδιαία ζήτηση

Παρατηρώντας τώρα το Σχήμα 4.10 συμπεραίνεται ότι και οι δύο γραμμές συσκευασίας λειτουργούν όλες τις μέρες λειτουργίας της μονάδας, καθώς κι ότι την πρώτη, την τέταρτη και την πέμπτη ημέρα η μονάδα λειτουργεί πέραν του δώρου, αξιοποιώντας τη δυνατότητα των υπερωριών. Αυτό το συμπέρασμα προκύπτει καθώς σε αυτές τις μέρες (Day1, Day4 και Day5), μία από τις δύο γραμμές συσκευασίας, φαίνεται να λειτουργεί περισσότερες από 8 ώρες. Αναλυτικότερα οι ώρες λειτουργίας κάθε γραμμής, καθώς και οι συνολικές υπερωρίες ανά ημέρα παρουσιάζονται στον Πίνακα Β.5 στο Παράρτημα Β.

Οι χρόνοι, σε ώρες, που αφιερώνονται σε εναλλαγές, κατά τη διάρκεια της συγκεκριμένης παραγωγικής διαδικασίας φαίνονται στον Πίνακα 4.9 και αφορούν εναλλαγές στα υποδιαστήματα s2, s11 και s14.

Πίνακας 4.9: Χρόνοι εναλλαγών (hrs), 5η εβδομαδιαία ζήτηση

	Day 1	Day 4	Day 5
	s2	s11	s14
<i>Can Line</i>	2.17	1.25	1.25

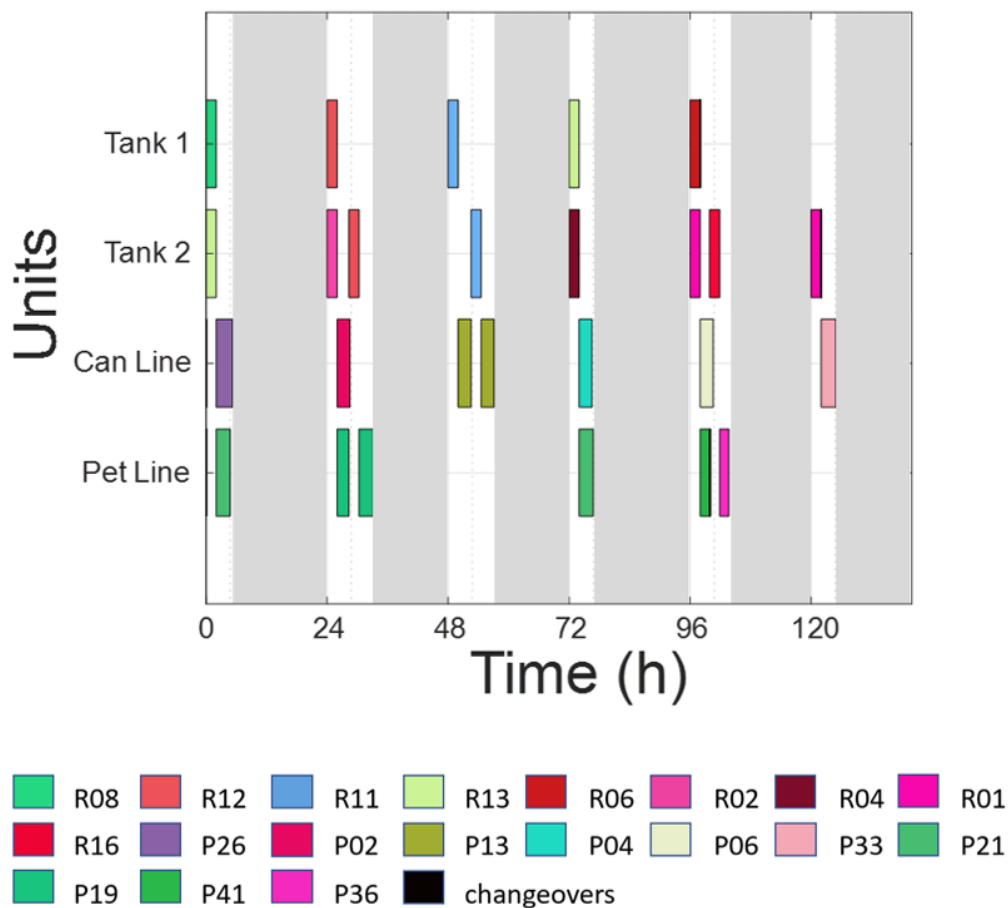
Τέλος, ο χρόνος επίλυσης του μοντέλου στη συγκεκριμένη περίπτωση, καθώς και η απόκλιση της λύσης που προκύπτει, από τη βέλτιστη (optimality gap), παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.10.

Πίνακας 4.10: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου, 5η εβδομαδιαία ζήτηση

Χρόνος εκτέλεσης	16.67 min
Optimality Gap	0.21%

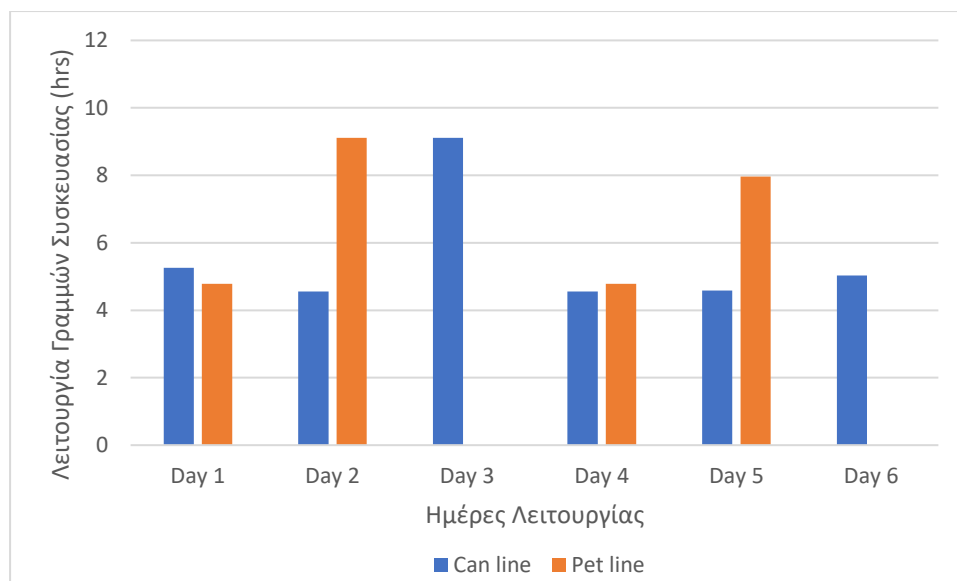
6^η εβδομαδιαία ζήτηση

Στο Σχήμα 4.11 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του βέλτιστου εβδομαδιαίου χρονοπρογραμματισμού παραγωγής, που προκύπτει από την επίλυση του μαθηματικού μοντέλου, με στόχο την ελαχιστοποίηση του χρόνου εναλλαγών και των υπερωριών, για την 6^η εβδομαδιαία ζήτηση, όπως παρουσιάζεται στον Πίνακα Α.1, στο Παράρτημα Α.



Σχήμα 4.11: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής 6ης εβδομαδιαίας ζήτησης

Από το Σχήμα 4.11 φαίνεται να απαιτούνται έξι ημέρες λειτουργίας της μονάδας, για την κάλυψη της συγκεκριμένης ζήτησης. Το γεγονός αυτό σημαίνει χρήση της βάρδιας υπερωριών του Σαββάτου. Οι ώρες που λειτουργεί η μονάδα, για την παραγωγή της συγκεκριμένης ζήτησης παριστάνονται στο διάγραμμα του Σχήματος 4.12.



Σχήμα 4.12: Ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας, 6η εβδομαδιαία ζήτηση

Παρατηρώντας τώρα το Σχήμα 4.12 συμπεραίνεται ότι η γραμμή συσκευασίας μεταλλικών κουτιών (can line) λειτουργεί κάθε μέρα, ενώ η γραμμή συσκευασίας πλαστικών μπουκαλιών (pet line) τις τέσσερις από τις έξι ημέρες. Επίσης, τη δεύτερη και την τρίτη ημέρα η μονάδα λειτουργεί πέραν του δώρου, αξιοποιώντας τη δυνατότητα των υπερωριών. Αυτό το συμπέρασμα προκύπτει καθώς σε αυτές τις μέρες (Day 2 και Day 3), μία από τις δύο γραμμές συσκευασίας, φαίνεται να λειτουργεί περισσότερες από 8 ώρες. Όσον αφορά στο Σάββατο, στο οποίο υπάρχει δυνατότητα λειτουργίας μόνο σε υπερωρίες και συγκεκριμένα μίας 8ωρης βάρδιας, παρατηρείται ότι αξιοποιούνται περίπου 5, από τις διαθέσιμες ώρες. Αναλυτικότερα οι ώρες λειτουργίας κάθε γραμμής, καθώς και οι συνολικές υπερωρίες ανά ημέρα παρουσιάζονται στον Πίνακα Β.6 στο Παράρτημα Β.

Οι χρόνοι, σε ώρες, που αφιερώνονται σε εναλλαγές, κατά τη διάρκεια της συγκεκριμένης παραγωγικής διαδικασίας φαίνονται στον Πίνακα 4.11 και αφορούν εναλλαγές στο υποδιάστημα s14.

Πίνακας 4.11: Χρόνοι εναλλαγών (hrs), 6η εβδομαδιαία ζήτηση

Day 5	
	s14
<i>Pet Line</i>	0.25

Τέλος, ο χρόνος επίλυσης του μοντέλου στη συγκεκριμένη περίπτωση, καθώς και η απόκλιση της λύσης που προκύπτει, από τη βέλτιστη (optimality gap), παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.12.

Πίνακας 4.12: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου, 6η εβδομαδιαία ζήτηση

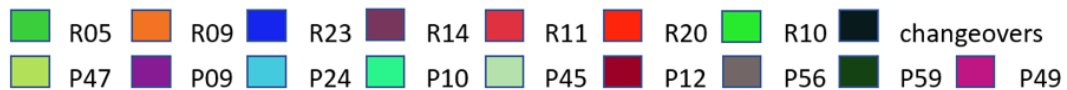
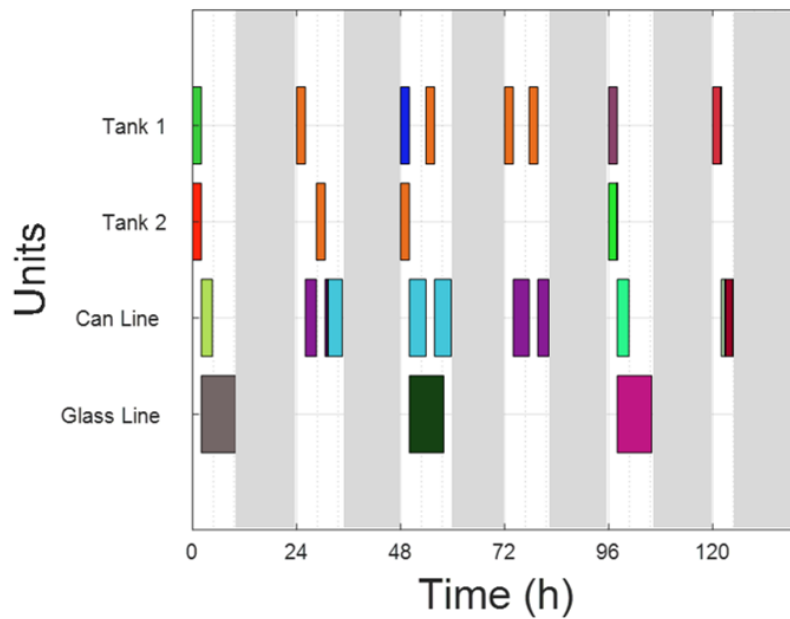
Χρόνος εκτέλεσης	16.71 min
Optimality Gap	1%

4.1.2. Ελαχιστοποίηση χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής

Κατά την επίλυση του μαθηματικού μοντέλου, ένας άλλος στόχος που παρουσιάζει ενδιαφέρον είναι η ελαχιστοποίηση του χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής σε μια γραμμή συσκευασίας και μία ημέρα. Για τον λόγο αυτό δύο από τις εβδομαδιαίες ζητήσεις, για τις οποίες επιλύθηκε το μοντέλο παραπάνω, επιλύονται ξανά με αντικειμενική συνάρτηση, αυτή τη φορά, ελαχιστοποίησης του συνολικού χρόνου παραγωγής.

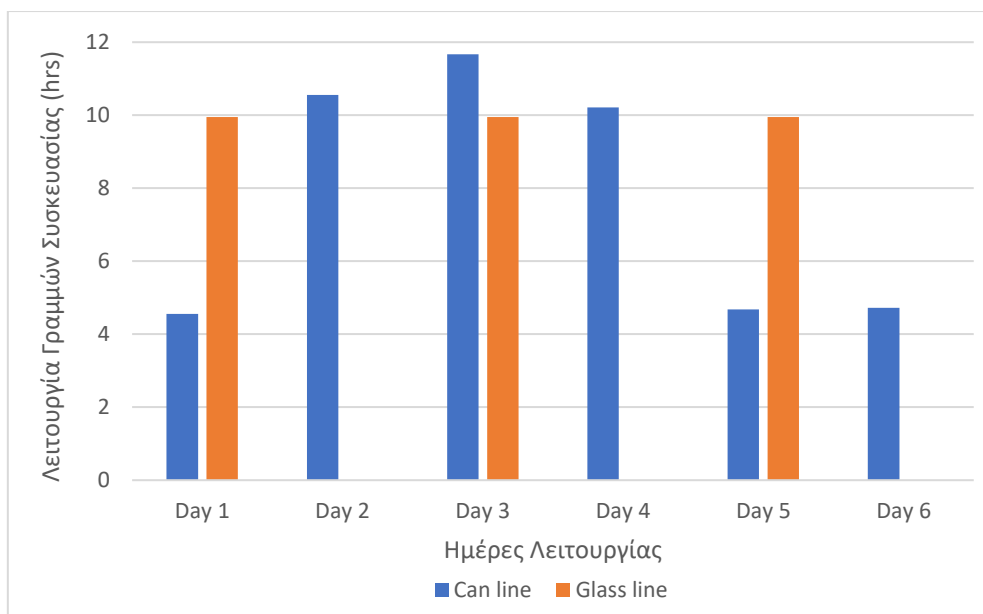
1^η εβδομαδιαία ζήτηση

Στο Σχήμα 4.13, παρουσιάζεται ο βέλτιστος εβδομαδιαίος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής, που προκύπτει από την επίλυση του μαθηματικού μοντέλου με την αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης του χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγικής διαδικασίας, σε κάθε γραμμή συσκευασίας και κάθε ημέρα, για τη 1^η εβδομαδιαία ζήτηση, όπως αυτή παρουσιάζεται στον Πίνακα Α.1, στο Παράρτημα Α.



Σχήμα 4.13: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής 1ης εβδομαδιαίας ζήτησης, ελαχιστοποιώντας τον χρόνο παραγωγής

Όπως παρατηρείται στο Σχήμα 4.13 για την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος, απαιτούνται έξι ημέρες λειτουργίας της μονάδας. Το γεγονός αυτό σημαίνει, χρήση της βάρδιας υπερωριών του Σαββάτου. Επισημαίνεται επίσης ξανά ότι οι γκρι περιοχές του διαγράμματος αντιστοιχούν σε ώρες, τις οποίες η μονάδα δε λειτουργεί. Όσον αφορά στις ώρες λειτουργίας της μονάδας, αυτές παρουσιάζονται στο διάγραμμα του Σχήματος 4.14.



Σχήμα 4.14: Ελάχιστες ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας, 1η εβδομαδιαία ζήτηση

Από το Σχήμα 4.14 παρατηρείται ότι η γραμμή συσκευασίας μεταλλικών κουτιών (can line) λειτουργεί καθημερινά, ενώ η γραμμή συσκευασίας γυάλινων μπουκαλιών (glass line) λειτουργεί μόνο τρεις φορές την εβδομάδα. Επιπλέον, πέραν του Σαββάτου, που έχει ήδη αναφερθεί, παρατηρείται ότι υπερωρίες λειτουργίας απαιτούνται όλες τις μέρες της εβδομάδας. Αυτό συμπεραίνεται αφού σε όλες τις καθημερινές (Day 1 – Day 5), απαιτείται χρόνος λειτουργίας μεγαλύτερος των 8 ωρών. Όσον αφορά στο Σάββατο, που στο βασικό πρόγραμμα δεν συμπεριλαμβάνεται και υπάρχει δυνατότητα λειτουργίας μίας δωρης βάρδιας σε υπερωρίες, παρατηρείται ότι από αυτές αξιοποιούνται περίπου 5 ώρες. Αναλυτικότερα οι ώρες λειτουργίας κάθε γραμμής, καθώς και οι συνολικές υπερωρίες ανά ημέρα παρουσιάζονται στον Πίνακα Β.7 στο Παράρτημα Β.

Οι χρόνοι, σε ώρες, που αφιερώνονται σε εναλλαγές, κατά τη διάρκεια της συγκεκριμένης παραγωγικής διαδικασίας φαίνονται στον Πίνακα 4.13 και αφορούν εναλλαγές στα υποδιαστήματα s2, s5 και s11.

Πίνακας 4.13: Χρόνοι εναλλαγών (hrs), 1η εβδομαδιαία ζήτηση, ελάχιστος χρόνος παραγωγής

	Day 2	Day 6
	s5	s16
Can Line	0.17	0.17

Τέλος, ο χρόνος επίλυσης του μοντέλου στη συγκεκριμένη περίπτωση, καθώς και η απόκλιση της λύσης που προκύπτει, από τη βέλτιστη (optimality gap), παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.14.

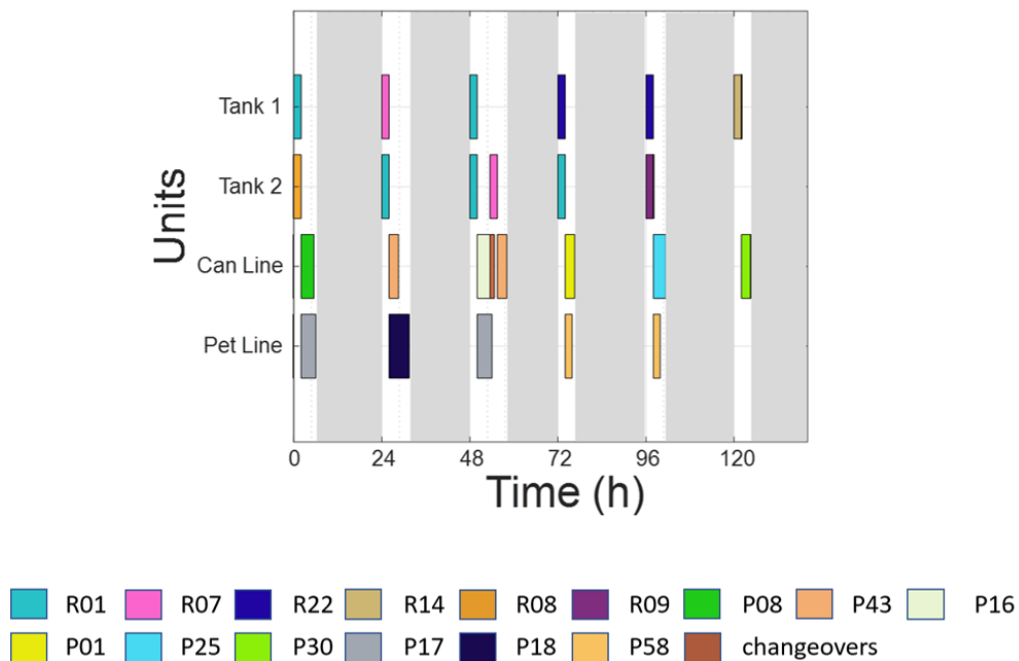
Πίνακας 4.14: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου, ελαχιστοποίηση χρόνου παραγωγής – 1η εβδομαδιαία ζήτηση

Χρόνος εκτέλεσης	16.73 min
Optimality Gap	0.02%

Το αξιοσημείωτο, που παρατηρείται στην συγκεκριμένη περίπτωση, όσον αφορά τις εναλλαγές των προϊόντων, είναι ότι την έκτη ημέρα (Day 6) παράγεται 1 σιρόπι στη δεξαμενή, ενώ από τις γραμμές συσκευασίας παράγονται 2 τελικά προϊόντα. Το σιρόπι που παράγεται είναι το R11 στην πρώτη δεξαμενή και τα προϊόντα που παράγονται, με την σειρά παραγωγής τους, είναι το P45 και το P12 στη γραμμή συσκευασίας μεταλλικών κουτιών. Παρατηρώντας τώρα τον Πίνακα 2.2. του Κεφαλαίου 2, φαίνεται ότι, στη γραμμή συσκευασίας μεταλλικών κουτιών, ένα μέρος του σιροπιού R11 χρησιμοποιείται για την παραγωγή του P45 και το υπόλοιπο για την παραγωγή του P12.

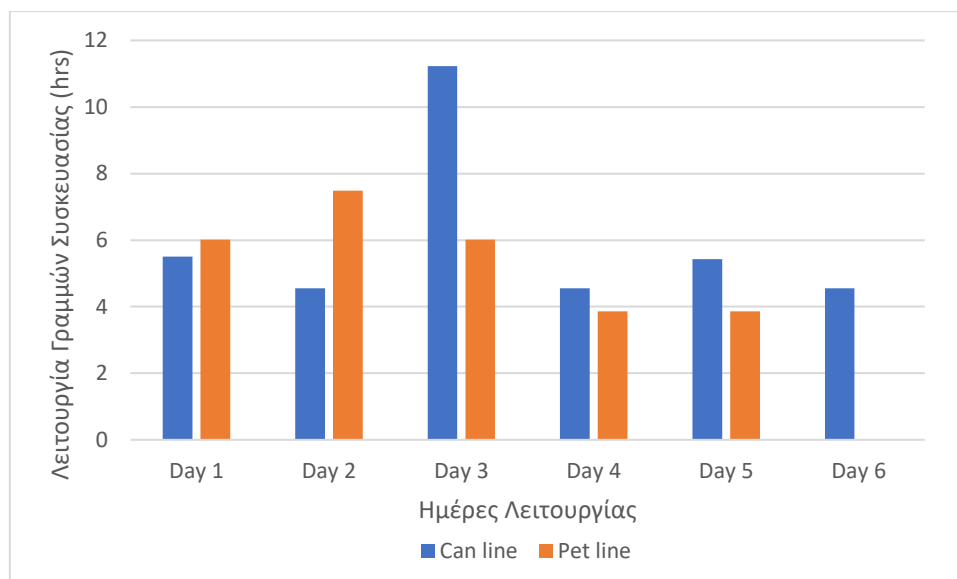
5^η εβδομαδιαία ζήτηση

Στο Σχήμα 4.15 παρουσιάζεται ο εβδομαδιαίος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής, που προκύπτει από την επίλυση του μαθηματικού μοντέλου με την αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης του χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγικής διαδικασίας σε κάθε γραμμή συσκευασίας και κάθε ημέρα, για την 5^η εβδομαδιαία ζήτηση, όπως αυτή παρουσιάζεται στον πίνακα Α.1, στο Παράρτημα Α.



Σχήμα 4.15: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής 5ης εβδομαδιαίας ζήτησης, ελαχιστοποιώντας τον χρόνο παραγωγής

Όπως παρατηρείται στο Σχήμα 4.15 για την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος, απαιτούνται έξι ημέρες λειτουργίας της μονάδας. Το γεγονός αυτό σημαίνει, χρήση της βάρδιας υπερωριών του Σαββάτου. Όσον αφορά τις ώρες λειτουργίας της μονάδας, αυτές παρουσιάζονται στο διάγραμμα του Σχήματος 4.16.



Σχήμα 4.16: Ελάχιστες ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας, 5η εβδομαδιαία ζήτηση

Σύμφωνα με το Σχήμα 4.16 συμπεραίνεται ότι η γραμμή συσκευασίας μεταλλικών κουτιών (can line) λειτουργεί κάθε μέρα, ενώ η γραμμή συσκευασίας πλαστικών μπουκαλιών (pet line) τις πέντε από τις έξι ημέρες. Επιπλέον, πέραν του Σαββάτου, που έχει ήδη αναφερθεί, παρατηρείται ότι υπερωρίες λειτουργίας απαιτούνται την τρίτη μέρα της εβδομάδας. Αυτό συμπεραίνεται αφού την ημέρα αυτή (Day 3), απαιτείται χρόνος λειτουργίας μεγαλύτερος των 8 ωρών, σε μία εκ των δύο γραμμών παραγωγής. Όσον αφορά στο Σάββατο, που στο βασικό πρόγραμμα δεν συμπεριλαμβάνεται και υπάρχει δυνατότητα λειτουργίας μίας δωρης βάρδιας σε υπερωρίες, παρατηρείται ότι από αυτές αξιοποιούνται περίπου 4.5 ώρες. Αναλυτικότερα οι ώρες λειτουργίας κάθε γραμμής, καθώς και οι συνολικές υπερωρίες ανά ημέρα παρουσιάζονται στον Πίνακα Β.8 στο Παράρτημα Β.

Οι χρόνοι, σε ώρες, που αφιερώνονται σε εναλλαγές, κατά τη διάρκεια της συγκεκριμένης παραγωγικής διαδικασίας φαίνονται στον Πίνακα 4.15 και αφορούν εναλλαγές στο υποδιάστημα s8.

Πίνακας 4.15: Χρόνοι εναλλαγών (hrs), 5η εβδομαδιαία ζήτηση, ελάχιστος χρόνος παραγωγής

Day 3	
	s8
<i>Can Line</i>	1.17

Τέλος, ο χρόνος επίλυσης του μοντέλου στη συγκεκριμένη περίπτωση, καθώς και η απόκλιση της λύσης που προκύπτει, από τη βέλτιστη (optimality gap), παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.16.

Πίνακας 4.16: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου, ελαχιστοποίηση χρόνου παραγωγής – 5η εβδομαδιαία ζήτηση

Χρόνος εκτέλεσης	16.71 min
Optimality Gap	0.21%

4.1.3. Σύγκριση αποτελεσμάτων μεταξύ των δύο αντικειμενικών συναρτήσεων

Στην ενότητα αυτή μελετώνται τα αποτελέσματα, από τη βελτιστοποίηση του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής της 1^{ης} και της 5^{ης} εβδομαδιαίας ζήτησης, που προκύπτουν με τη λύση του μοντέλου με αντικειμενική συνάρτηση την ελαχιστοποίηση του χρόνου εναλλαγών και των υπερωριών και συγκρίνονται με αυτά που προκύπτουν με λύση του μοντέλου ελαχιστοποιώντας τον χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής. Από τη σύγκριση αυτή δεν προκύπτει κάποια σημαντική διαφοροποίηση ανάμεσα στην ποιότητα των αποτελεσμάτων. Και στις δύο περιπτώσεις τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τον χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής σε μια γραμμή συσκευασίας, τον χρόνο που αφιερώνεται σε εναλλαγές προϊόντων και τον χρόνο που απαιτείται σε υπερωρίες είναι συνήθως καλύτερα εφαρμόζοντας τη δεύτερη αντικειμενική συνάρτηση, τις περισσότερες φορές με μικρή διαφορά ανάμεσά τους. Στη συνέχεια παρουσιάζονται πίνακες στους οποίους είναι ευνοϊκότερη η σύγκριση των αποτελεσμάτων.

Στον Πίνακα 4.17 παρουσιάζεται, για την 1^η εβδομαδιαία ζήτηση, στην δεύτερη και την τρίτη στήλη, ο χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής στην γραμμή συσκευασίας «can line» από την επίλυση του μοντέλου, κατά την εφαρμογή της πρώτης και της δεύτερης

αντικειμενικής συνάρτησης, αντίστοιχα, ενώ στην τέταρτη και την πέμπτη στήλη ο χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής στην γραμμή συσκευασίας «glass line» από την επίλυση του μοντέλου, κατά την εφαρμογή της πρώτης και της δεύτερης αντικειμενικής συνάρτησης, αντίστοιχα.

Πίνακας 4.17: Σύγκριση απαιτούμενου χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής, 1η εβδομαδιαία ζήτηση

ημέρα	Can Line		Glass Line	
	1 ^η αντικειμενική συνάρτηση	2 ^η αντικειμενική συνάρτηση	1 ^η αντικειμενική συνάρτηση	2 ^η αντικειμενική συνάρτηση
Day 1	11.12	4.56		9.95
Day 2	4.72	10.56	9.95	
Day 3	10.75	11.67		9.95
Day 4	11.68	10.21	9.95	
Day 5	4.56	4.68	9.95	9.95
Day 6	4.56	4.72		
Σύνολο	47.39	46.39	29.85	29.85

Παρατηρώντας τον συνολικό χρόνο που απαιτείται τελικά για την ολοκλήρωση των διεργασιών σημειώνεται ότι, στην γραμμή συσκευασίας αλουμινένιων κουτιών, από την εφαρμογή της 2^{ης} αντικειμενικής συνάρτησης κατά τη βελτιστοποίηση, προκύπτει ότι απαιτείται 2.11% λιγότερος χρόνος σε σχέση με αυτόν που απαιτείται από την επίλυση του μοντέλου με την 1^η αντικειμενική συνάρτηση. Όσον αφορά την γραμμή συσκευασίας γυάλινων μπουκαλιών απαιτείται ο ίδιος ακριβώς χρόνος και στις δύο περιπτώσεις επίλυσης του μαθηματικού μοντέλου.

Στον Πίνακα 4.18 παρουσιάζεται, για την 5^η εβδομαδιαία ζήτηση, στην δεύτερη και την τρίτη στήλη, ο χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής στην γραμμή συσκευασίας «can line» από την επίλυση του μοντέλου κατά την εφαρμογή της πρώτης και της δεύτερης αντικειμενικής συνάρτησης, ενώ στην τέταρτη και την πέμπτη στήλη ο χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής στην γραμμή συσκευασίας «pet line» από την επίλυση του μοντέλου, κατά την εφαρμογή της πρώτης και της δεύτερης αντικειμενικής συνάρτησης, αντίστοιχα.

Πίνακας 4.18: Σύγκριση απαιτούμενου χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής, 5η εβδομαδιαία ζήτηση

ημέρα	Can Line		Pet Line	
	1 ^η αντικειμενική συνάρτηση	2 ^η αντικειμενική συνάρτηση	1 ^η αντικειμενική συνάρτηση	2 ^η αντικειμενική συνάρτηση
n1	11.98	5.51	7.09	6.02
n2	4.56	4.56	6.02	7.48
n3	5.18	11.23	6.02	6.02
n4	10.36	4.56	3.86	3.86
n5	11.06	5.43	3.86	3.86
n6		4.56		
Σύνολο	43.14	35.85	26.85	27.24

Παρατηρώντας τον συνολικό χρόνο που απαιτείται τελικά για την ολοκλήρωση των διεργασιών σημειώνεται ότι, στην γραμμή συσκευασίας αλουμινένιων κουτιών, από την εφαρμογή της 2^{ης} αντικειμενικής συνάρτησης κατά τη βελτιστοποίηση, προκύπτει ότι απαιτείται 16.9% λιγότερος χρόνος σε σχέση με αυτόν που απαιτείται από την επίλυση του μοντέλου με την 1^η αντικειμενική συνάρτηση. Όσον αφορά την γραμμή συσκευασίας γυάλινων μπουκαλιών από την εφαρμογή της 2^{ης} αντικειμενικής συνάρτησης κατά τη βελτιστοποίηση, προκύπτει ότι απαιτείται ελάχιστα λιγότερος χρόνος σε σχέση με αυτόν που απαιτείται από την επίλυση του μοντέλου με την 1^η αντικειμενική συνάρτηση.

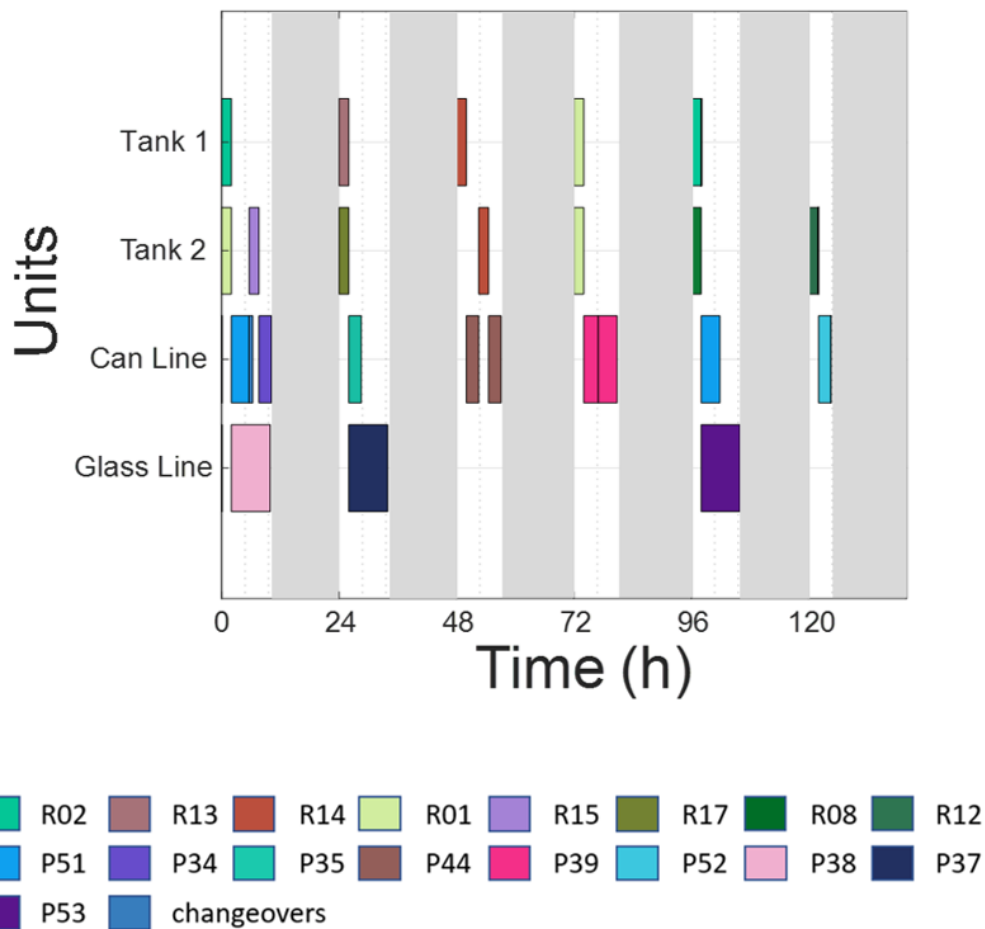
Αντίστοιχοι πίνακες παρουσιάζονται στο Παράρτημα Β. Συγκεκριμένα στον Πίνακα Β.9 παρατίθενται για σύγκριση τα αποτελέσματα της 1^{ης} και 5^{ης} εβδομαδιαίας ζήτησης που αφορούν τον χρόνο που απαιτείται για εναλλαγές προϊόντων στις δύο περιπτώσεις εφαρμογής των διαφορετικών αντικειμενικών συναρτήσεων και στον Πίνακα Β.10 τα αποτελέσματα της 1^{ης} και 5^{ης} εβδομαδιαίας ζήτησης που αφορούν την ανάγκη σε υπερωρίες στις δύο περιπτώσεις εφαρμογής των διαφορετικών αντικειμενικών συναρτήσεων.

4.2. Μελέτη περίπτωσης – Αύξηση ζήτησης

Στην ενότητα αυτή μελετάται η περίπτωση αύξησης ζήτησης σε δύο από τις εβδομαδιαίες ζητήσεις που έχουν ήδη μελετηθεί προηγουμένως. Πιο συγκεκριμένα σχετικά με την 2^η και την 3^η εβδομαδιαία ζήτηση μελετάται το ποσοστό αύξησής τους, που η παραγωγική μονάδα μπορεί να διαχειριστεί. Μια τέτοια μελέτη έχει ιδιαίτερη σημασία για μια βιομηχανία, καθώς δίνει τη δυνατότητα οργάνωσης των παραγγελιών και λήψη αποφάσεων σχετικών με τη δυνατότητα κάλυψης μεγαλύτερης ζήτησης στους ήδη υπάρχοντες πελάτες ή ακόμα και τη δυνατότητα ανάληψης νέων πελατών. Όπως είναι λογικό τέτοιες αποφάσεις επηρεάζουν άμεσα τα κέρδη των εταιρειών, καθώς παρέχουν επίσης πληροφορίες σχετικά με πιθανή ανάγκη επέκτασης της εγκατάστασης για πλήρη ή περαιτέρω εξυπηρέτηση πελατών.

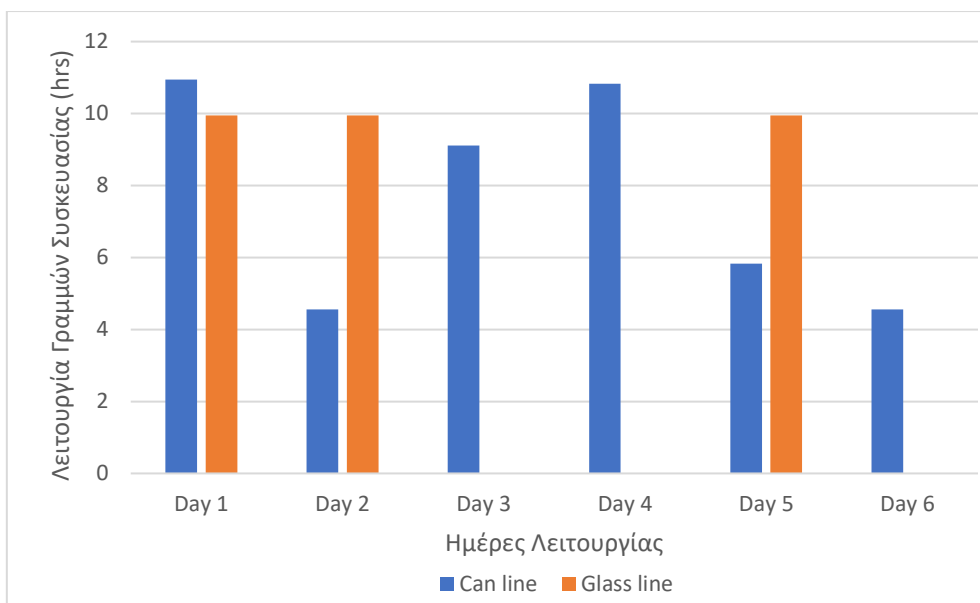
4.2.1. Αύξηση ζήτησης 2^{ης} εβδομαδιαίας ζήτησης

Στο Σχήμα 4.17 φαίνεται ο βέλτιστος εβδομαδιαίος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής, ο οποίος προκύπτει επιλύοντας το μαθηματικό μοντέλο με την αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης του χρόνου εναλλαγών και των υπερωριών. Ως δεδομένη ζήτηση χρησιμοποιείται η 2^η εβδομαδιαία ζήτηση, αυξημένη κατά 25%.



Σχήμα 4.17: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής 2ης αυξημένης εβδομαδιαίας ζήτησης

Σύμφωνα με το Σχήμα 4.17 απαιτούνται έξι ημέρες λειτουργίας της μονάδας, για την κάλυψη της συγκεκριμένης ζήτησης. Το γεγονός αυτό σημαίνει χρήση της βάρδιας υπερωριών του Σαββάτου. Όσον αφορά γενικότερα τις ώρες λειτουργίας της μονάδας, αυτές παρουσιάζονται στο διάγραμμα του Σχήματος 4.18.



Σχήμα 4.18: Ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας, αυξημένη 2η εβδομαδιαία ζήτηση

Παρατηρώντας το Σχήμα 4.18 συμπεραίνεται ότι η γραμμή συσκευασίας μεταλλικών κουτιών (can line) λειτουργεί καθημερινά, ενώ η γραμμή συσκευασίας γυάλινων μπουκαλιών (glass line) μόνο τρεις φορές την εβδομάδα. Επίσης, παρατηρείται ότι υπερωρίες λειτουργίας απαιτούνται όλες τις μέρες της εβδομάδας, καθώς και το Σάββατο, όπως ήδη αναφέρεται παραπάνω. Αυτό συμπεραίνεται αφού σε όλες τις καθημερινές (Day 1 – Day 5), τουλάχιστον σε μία από τις δύο γραμμές συσκευασίας, απαιτείται χρόνος λειτουργίας μεγαλύτερος των 8 ωρών. Σχετικά με το Σάββατο, είναι γνωστό ότι υπάρχει δυνατότητα λειτουργίας μόνο σε μια δωρη βάρδια, ως υπερωρίες. Από τις διαθέσιμες αυτές ώρες αξιοποιούνται περίπου οι 4.5 ώρες. Αναλυτικότερα οι ώρες λειτουργίας κάθε γραμμής, καθώς και οι συνολικές υπερωρίες ανά ημέρα παρουσιάζονται στον Πίνακα Β.11 στο Παράρτημα Β.

Όσον αφορά στον χρόνο που αφιερώνεται σε εναλλαγές, κατά τη διάρκεια της συγκεκριμένης παραγωγικής διαδικασίας φαίνεται στον Πίνακα 4.19 και αφορά εναλλαγές στο υποδιάστημα s2.

Πίνακας 4.19: Χρόνος εναλλαγών (hrs), 2η αυξημένη εβδομαδιαία ζήτηση

Day 1	
	s2
<i>Can Line</i>	0.67

Ο χρόνος επίλυσης του μοντέλου στη συγκεκριμένη περίπτωση, καθώς και η απόκλιση της λύσης που προκύπτει, από τη βέλτιστη (optimality gap), παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.20.

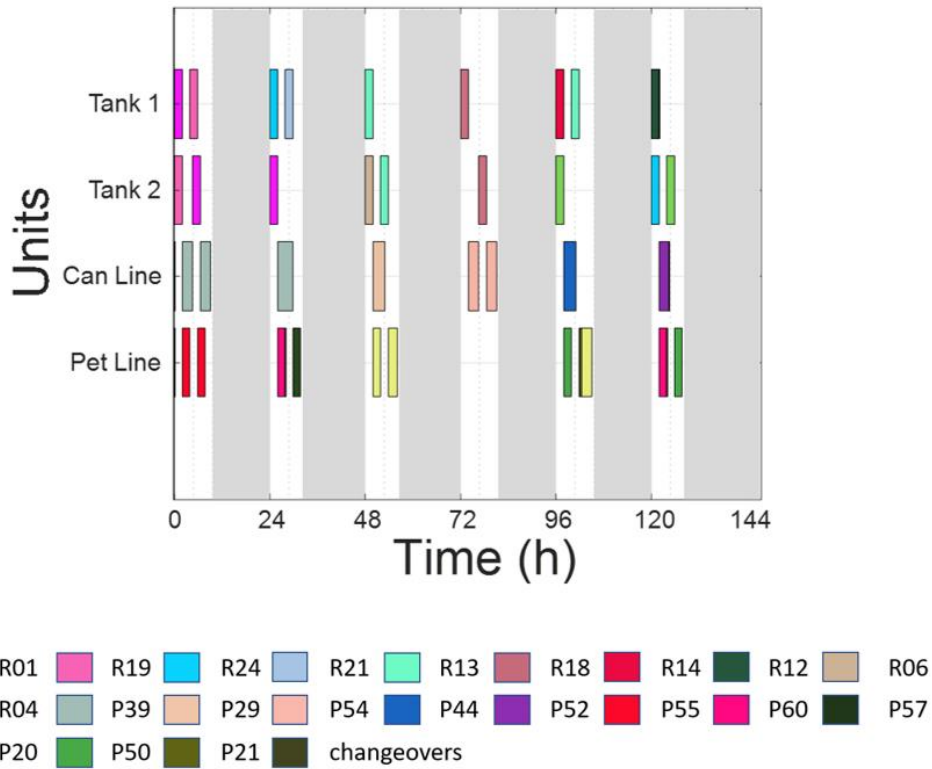
Πίνακας 4.20: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου, 2η αυξημένη εβδομαδιαία ζήτηση

Χρόνος εκτέλεσης	24.06 min
Optimality Gap	0.74%

Τέλος, επισημαίνεται ότι, για να εντοπιστεί η μέγιστη δυνατή αύξηση της συγκεκριμένης ζήτησης, πραγματοποιήθηκαν δοκιμές αυξάνοντας σταδιακά την ζήτηση αυτή, μέχρι το σημείο εκείνο, για το οποίο η επίλυση του μαθηματικού μοντέλου δεν ήταν δυνατόν να καταλήξει σε εφικτή λύση. Η μέγιστη δυνατή αύξηση της συγκεκριμένης ζήτησης λοιπόν, είναι 25%, ζήτηση με την οποία πραγματοποιήθηκε η παραπάνω ανάλυση.

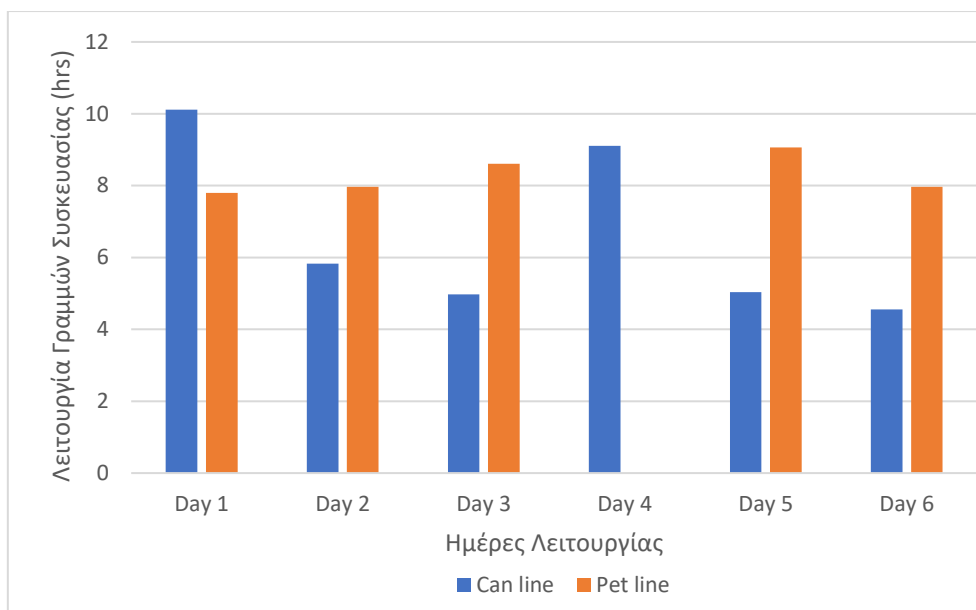
4.2.2. Αύξηση ζήτησης 3^{ης} εβδομαδιαίας ζήτησης

Στο Σχήμα 4.19 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής, ο οποίος προκύπτει επιλύοντας το μαθηματικό μοντέλο με την αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης του χρόνου εναλλαγών και των υπερωριών. Ως δεδομένη ζήτηση χρησιμοποιείται η 3^η εβδομαδιαία ζήτηση, αυξημένη κατά 8%.



Σχήμα 4.19: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής 3ης αυξημένης εβδομαδιαίας ζήτησης

Παρατηρώντας το Σχήμα 4.19 απαιτούνται έξι ημέρες λειτουργίας της μονάδας, για την κάλυψη της συγκεκριμένης ζήτησης, γεγονός που σημαίνει χρήση της βάρδιας υπερωριών του Σαββάτου. Γενικότερα οι ώρες που λειτουργεί η μονάδα για την κάλυψη της συγκεκριμένης ζήτησης, παρουσιάζονται στο διάγραμμα του Σχήματος 4.20.



Σχήμα 4.20: Ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας, αυξημένη 3η εβδομαδιαία ζήτηση

Σύμφωνα με το Σχήμα 4.20 φαίνεται ότι η γραμμή συσκευασίας μεταλλικών κουτιών (can line) λειτουργεί καθημερινά και η γραμμή συσκευασίας πλαστικών μπουκαλιών (pet line) πέντε φορές την εβδομάδα. Επίσης, συμπεραίνεται ότι υπερωρίες απαιτούνται την πρώτη, την τρίτη, την τέταρτη και την πέμπτη ημέρα, καθώς και το Σάββατο, όπως ήδη αναφέρεται παραπάνω. Αυτό συμπεραίνεται αφού στις καθημερινές αυτές (Day 1, Day 3, Day 4 και Day 5), τουλάχιστον σε μία από τις δύο γραμμές συσκευασίας, απαιτείται χρόνος λειτουργίας μεγαλύτερος των 8 ωρών. Όσον αφορά το Σάββατο, υπάρχει δυνατότητα λειτουργίας μόνο σε 8ωρη βάρδια υπερωριακά. Η βάρδια αυτή αξιοποιείται πλήρως, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 4.20. Αναλυτικότερα οι ώρες λειτουργίας κάθε γραμμής, καθώς και οι συνολικές υπερωρίες ανά ημέρα παρουσιάζονται στον πίνακα Β.12 στο Παράρτημα Β.

Όσον αφορά στον χρόνο που αφιερώνεται σε εναλλαγές, κατά τη διάρκεια της συγκεκριμένης παραγωγικής διαδικασίας φαίνεται στον Πίνακα 4.21 και αφορά εναλλαγές στα υποδιαστήματα s5, s14 και s17.

Πίνακας 4.21: Χρόνος εναλλαγών (hrs), 3η αυξημένη εβδομαδιαία ζήτηση

	Day 2	Day 5	Day 6
	s5	s14	s17
<i>Pet Line</i>	0.25	0.34	0.25

Ο χρόνος επίλυσης του μοντέλου στη συγκεκριμένη περίπτωση, καθώς και η απόκλιση της λύσης που προκύπτει, από τη βέλτιστη (optimality gap), παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.22.

Πίνακας 4.22: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου, 3η αυξημένη εβδομαδιαία ζήτηση

Χρόνος εκτέλεσης	16.72 min
Optimality Gap	1%

Τέλος αξίζει να αναφερθεί ότι, αντίστοιχα με την περίπτωση αύξησης της 2^{ης} εβδομαδιαίας ζήτησης, για να εντοπιστεί η μέγιστη δυνατή αύξηση και στην συγκεκριμένη περίπτωση, πραγματοποιήθηκαν δοκιμές αυξάνοντας σταδιακά την ζήτηση αυτή, μέχρι το σημείο εκείνο, για το οποίο το μαθηματικό μοντέλο δεν ήταν δυνατόν να καταλήξει πια σε εφικτή λύση. Η μέγιστη δυνατή αύξηση της 3^{ης} εβδομαδιαίας ζήτησης λοιπόν, είναι 8%. Με την νέα αυτή ζήτηση πραγματοποιήθηκε η παραπάνω ανάλυση.

4.3. Μελέτη περίπτωσης – Επέκταση ωραρίου

Στην ενότητα αυτή μελετάται το σενάριο επέκτασης ωραρίου στην παραγωγική μονάδα. Συγκεκριμένα, για την 2^η και την 3^η εβδομαδιαία ζήτηση που έχουν ήδη μελετηθεί προηγουμένως, ελέγχεται το ποσοστό αύξησης που μπορεί η μονάδα να δεχτεί για κάθε μία από αυτές, στην περίπτωση που επεκταθεί το ωράριο λειτουργίας της. Η αύξηση του ωραρίου περιλαμβάνει μία επιπλέον δωρη βάρδια και τις έξι μέρες λειτουργίας της μονάδας. Η μονάδα δηλαδή, έχει τη δυνατότητα λειτουργίας σε δύο δωρες βάρδιες τις

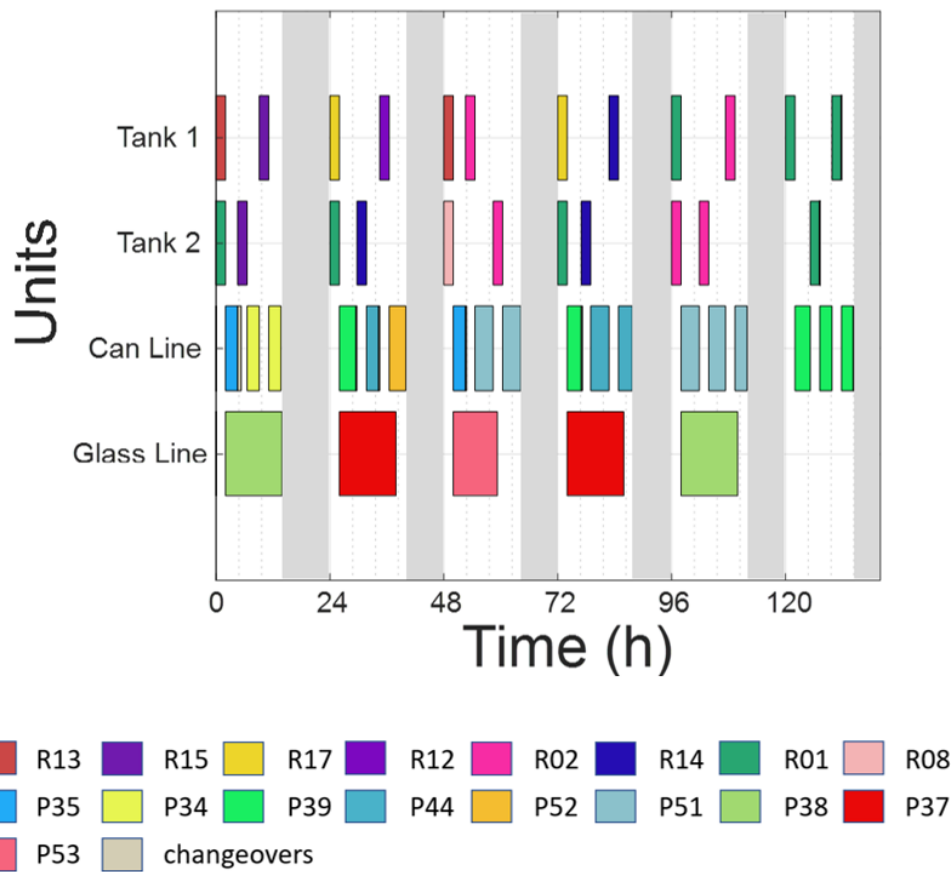
καθημερινές (16 ώρες) και το Σάββατο σε μία 8ωρη βάρδια κι επιπλέον έως 8 ώρες υπερωρίες.

Μια τέτοιου είδους μελέτη έχει μεγάλο ενδιαφέρον για τη βιομηχανία, καθώς μπορεί να συμβάλλει στην λήψη αποφάσεων σχετικών με την ολοκλήρωση μεγαλύτερων παραγγελιών των ήδη υπαρχόντων πελατών κι ακόμη ανάληψη νέων. Τέτοιες περιπτώσεις επιφέρουν στη βιομηχανία τη δυνατότητα υψηλότερων κερδών κι έτσι καθιστούν τη μελέτη αυτή ιδιαίτερα χρήσιμη για εκείνη.

4.3.1. Μελέτη περίπτωσης επέκτασης ωραρίου – 2^η εβδομαδιαία ζήτηση

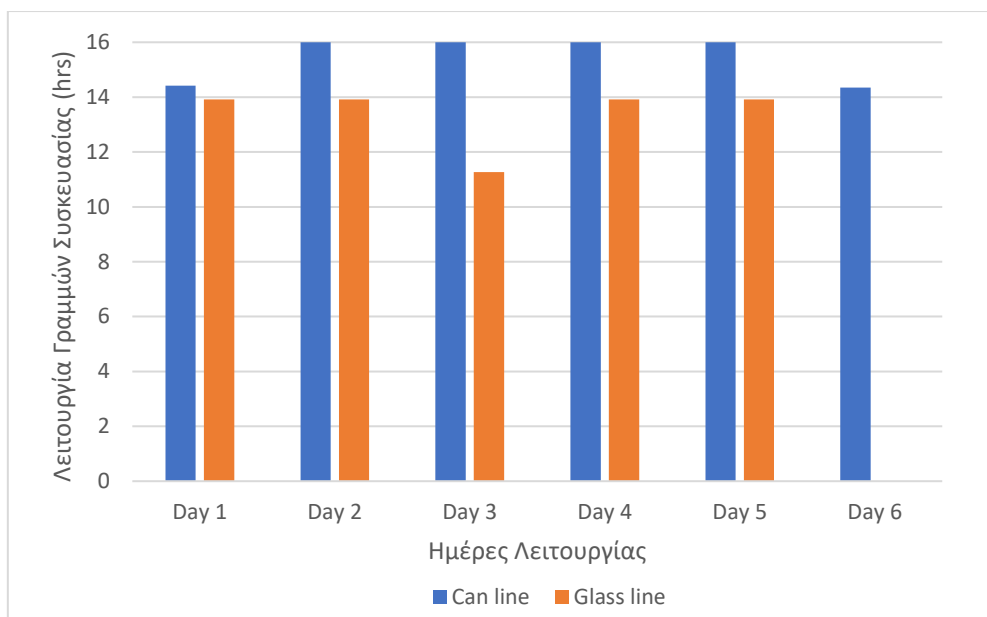
Προκειμένου να βρεθεί το μέγιστο ποσοστό αύξησης της 2^{ης} εβδομαδιαίας ζήτησης που δύναται να διαχειριστεί η παραγωγική μονάδα πραγματοποιήθηκαν πλήθος δοκιμών. Οι δοκιμές αυτές περιλάμβαναν σταδιακή αύξηση της ζήτησης μέχρι το σημείο εκείνο, στο οποίο το μαθηματικό μοντέλο, κατά την επίλυσή του στο περιβάλλον βελτιστοποίησης, δεν κατέληγε πια σε εφικτή λύση. Από τις δοκιμές αυτές λοιπόν, η μέγιστη δυνατή αύξηση της 2^{ης} εβδομαδιαίας ζήτησης, στην οποία η παραγωγική μονάδα μπορεί να ανταπεξέλθει είναι 170%.

Στο Σχήμα 4.21 παρουσιάζεται ο βέλτιστος εβδομαδιαίος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής, ο οποίος προκύπτει επιλύοντας το μαθηματικό μοντέλο με την αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης του χρόνου εναλλαγών και των υπερωριών. Η δεδομένη ζήτηση είναι η 2^η εβδομαδιαία ζήτηση, αυξημένη κατά 170%.



Σχήμα 4.21: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής – επέκταση ωραρίου – 2η εβδομαδιαία ζήτηση

Παρατηρώντας το Σχήμα 4.21, για την κάλυψη της συγκεκριμένης ζήτησης, φαίνεται να απαιτούνται έξι ημέρες λειτουργίας της μονάδας. Όσον αφορά αναλυτικότερα τις ώρες λειτουργίας της μονάδας, αυτές παρουσιάζονται στο διάγραμμα του Σχήματος 4.22.



Σχήμα 4.22: Ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας– επέκταση ωραρίου – 2η εβδομαδιαία ζήτηση

Παρατηρώντας τώρα το Σχήμα 4.22 συμπεραίνεται ότι η γραμμή συσκευασίας μεταλλικών κουτιών (can line) λειτουργεί καθημερινά και η γραμμή συσκευασίας γυάλινων μπουκαλιών (glass line) πέντε φορές την εβδομάδα. Επιπλέον, για τις καθημερινές αξιοποιούνται και οι δύο 8ωρες βάρδιες. Όσον αφορά το Σάββατο, είναι γνωστό ότι υπάρχει δυνατότητα λειτουργίας σε μία 8ωρη βάρδια, καθώς και επιπλέον 8 ώρες ως υπερωρίες. Σύμφωνα με το Σχήμα 4.22 παρατηρείται ότι το Σάββατο αξιοποιείται η μία 8ωρη βάρδια και από τις διαθέσιμες υπερωρίες αξιοποιούνται περίπου οι 6. Επιπλέον οι ώρες λειτουργίας κάθε γραμμής ανά ημέρα, καθώς και οι υπερωρίες παρουσιάζονται στον Πίνακα Α.3 στο Παράρτημα Β.

Ο χρόνος που αφιερώνεται σε εναλλαγές, κατά τη διάρκεια της παραγωγικής διαδικασίας παρουσιάζεται στον Πίνακα 4.23 και αφορά εναλλαγές στα υποδιαστήματα s2, s6, s7, s10 και s14.

Πίνακας 4.23: Χρόνος εναλλαγών (hrs) – επέκταση ωραρίου – 2η εβδομαδιαία ζήτηση

	Day 1	Day 2	Day 3	Day 4	Day 5
	s2	s6	s7	s10	s14
Can Line	0.67	0.25	0.25	0.25	0.25

Τέλος, ο χρόνος επίλυσης του μοντέλου στη συγκεκριμένη περίπτωση, καθώς και η απόκλιση της λύσης που προκύπτει, από τη βέλτιστη (optimality gap), παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.24.

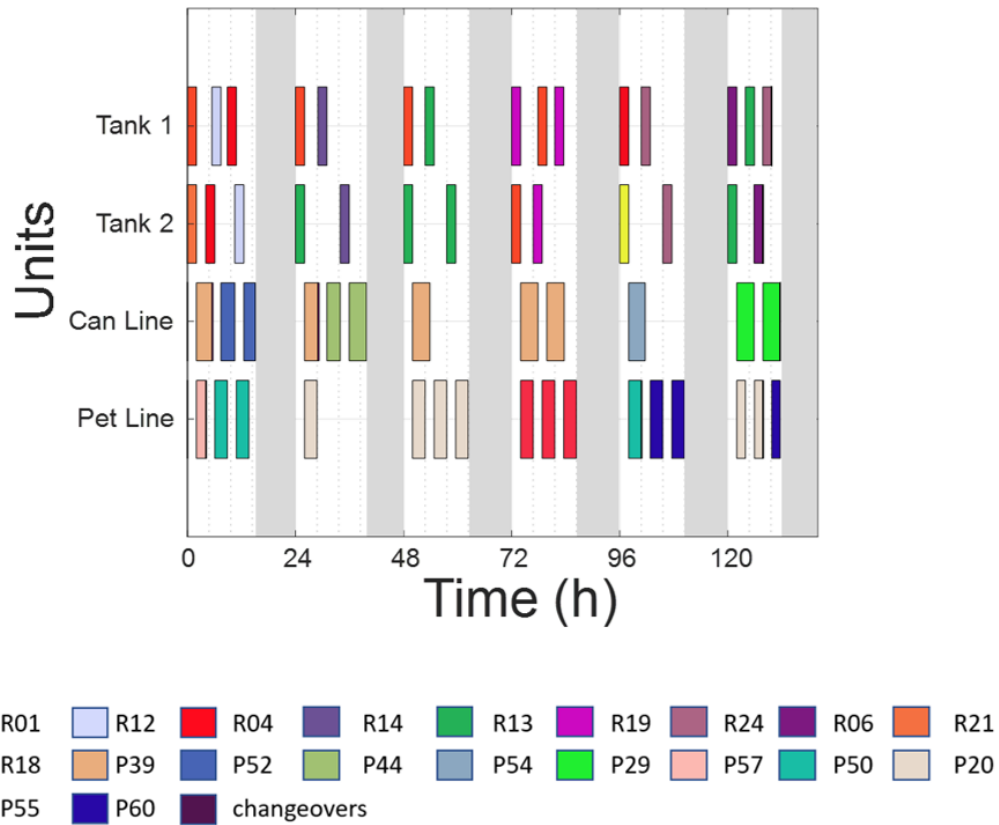
Πίνακας 4.24: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου– επέκταση ωραρίου – 2η εβδομαδιαία ζήτηση

Χρόνος εκτέλεσης	16.67 min
Optimality Gap	1%

4.3.2. Μελέτη περίπτωσης επέκτασης ωραρίου – 3^η εβδομαδιαία ζήτηση

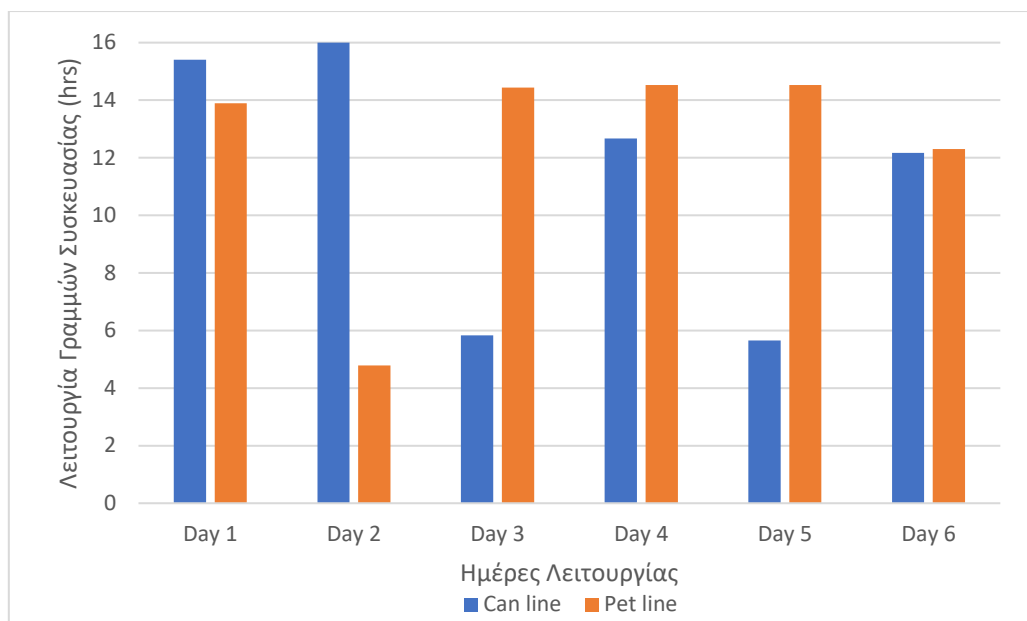
Με σκοπό να βρεθεί το μεγαλύτερο δυνατό ποσοστό αύξησης της 3^{ης} εβδομαδιαίας ζήτησης, που δύναται να διαχειριστεί η παραγωγική μονάδα πραγματοποιήθηκαν αρκετές δοκιμές. Οι δοκιμές αυτές αφορούσαν σταδιακή αύξηση της ζήτησης μέχρι το σημείο εκείνο, στο οποίο το μαθηματικό μοντέλο, κατά την επίλυσή του, στο περιβάλλον βελτιστοποίησης, δεν κατέληγε πια σε εφικτή λύση. Από τις δοκιμές αυτές, η μέγιστη δυνατή αύξηση της 3^{ης} εβδομαδιαίας ζήτησης, στην οποία η παραγωγική μονάδα μπορεί να ανταπεξέλθει είναι 140%.

Στο Σχήμα 4.23 φαίνεται ο εβδομαδιαίος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής, ο οποίος προκύπτει από τη βελτιστοποίηση του μαθηματικού μοντέλου με στόχο την ελαχιστοποίηση του χρόνου εναλλαγών και των υπερωριών. Η ζήτηση που χρησιμοποιείται τελικά είναι η 3^η εβδομαδιαία ζήτηση, αυξημένη κατά 140%.



Σχήμα 4.23: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής – επέκταση ωραρίου – 3η εβδομαδιαία ζήτηση

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.23, για να καλυφθεί η συγκεκριμένη ζήτηση, απαιτούνται έξι ημέρες λειτουργίας της μονάδας. Αναλυτικότερα οι ώρες λειτουργίας της μονάδας, παρουσιάζονται στο διάγραμμα του Σχήματος 4.24.



Σχήμα 4.24: Ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας– επέκταση ωραρίου – 3η εβδομαδιαία ζήτηση

Από το Σχήμα 4.24 συμπεραίνεται ότι, η γραμμή συσκευασίας μεταλλικών κουτιών (can line) λειτουργεί καθημερινά, το ίδιο και η γραμμή συσκευασίας πλαστικών μπουκαλιών (pet line). Επίσης, για τις καθημερινές αξιοποιούνται και οι δύο δωρες βάρδιες. Το Σάββατο, είναι γνωστό ότι υπάρχει δυνατότητα λειτουργίας σε μία δωρη βάρδια, καθώς και επιπλέον έως 8 ώρες ως υπερωρίες. Σύμφωνα με το Σχήμα 4.24 παρατηρείται ότι το Σάββατο αξιοποιείται η μία δωρη βάρδια κι επιπλέον περίπου 4 ώρες από τις διαθέσιμες υπερωρίες. Όσον αφορά τις ώρες λειτουργίας κάθε γραμμής ανά ημέρα, καθώς και οι υπερωρίες παρουσιάζονται στον Πίνακα Β.14 στο Παράρτημα Β.

Ο χρόνος που αφιερώνεται σε εναλλαγές, κατά τη διάρκεια της παραγωγικής διαδικασίας παρουσιάζεται στον Πίνακα 4.25 και αφορά εναλλαγές στα υποδιαστήματα s2, s6, s18 και s23.

Πίνακας 4.25: Χρόνος εναλλαγών (hrs) – επέκταση ωραρίου – 3η εβδομαδιαία ζήτηση

	Day 1	Day 2	Day 5	Day 6
	s2	s6	s18	s23
<i>Can Line</i>	0.25	0.25		
<i>Pet Line</i>	0.17		0.17	0.17

Τέλος, ο χρόνος επίλυσης του μοντέλου στη συγκεκριμένη περίπτωση, καθώς και η απόκλιση της λύσης που προκύπτει, από τη βέλτιστη (optimality gap), παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.26.

Πίνακας 4.26: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου– επέκταση ωραρίου – 3η εβδομαδιαία ζήτηση

Χρόνος εκτέλεσης	16.68 min
Optimality Gap	1%

4.4. Μελέτη περίπτωσης – Προσθήκη εξοπλισμού

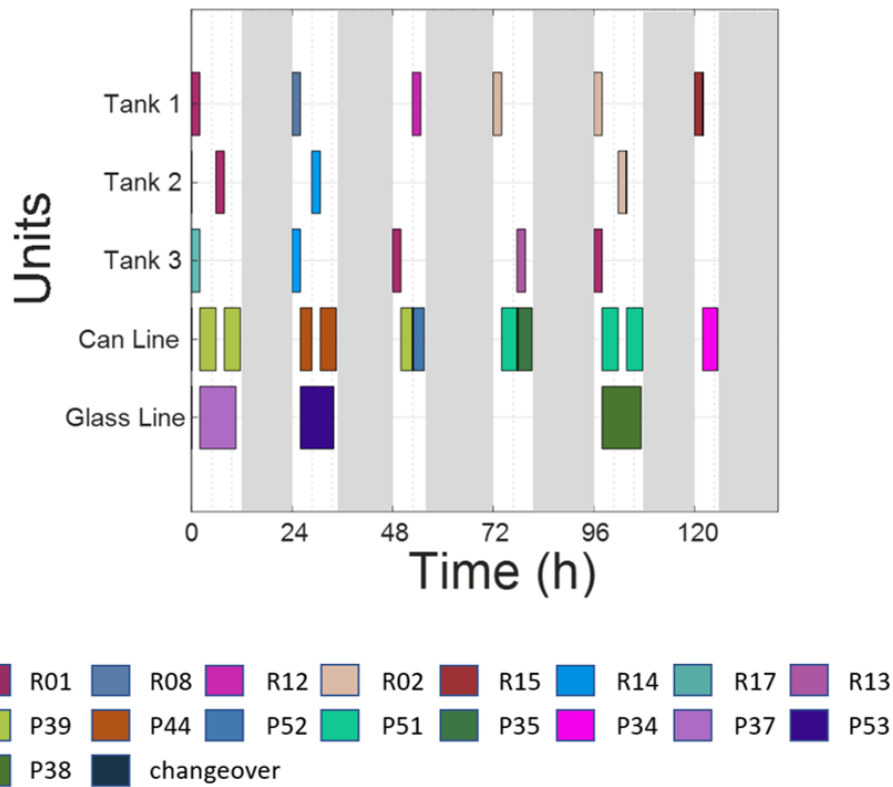
Για αντίστοιχο σκοπό με την μελέτη περίπτωσης επέκτασης ωραρίου, πραγματοποιείται και η μελέτη προσθήκης εξοπλισμού. Με την επέκταση εξοπλισμού και τη διερεύνηση της αύξησης ζήτησης μπορεί δηλαδή να εντοπιστεί το περιθώριο αύξησης παραγωγής προϊόντων κι έτσι να αυξηθούν οι παραγγελίες, που μπορεί η μονάδα να διαχειριστεί και κατ' επέκταση και τα κέρδη της. Αξιολογώντας και μελετώντας περαιτέρω τα αποτελέσματα αυτά, είναι δυνατόν να αξιολογηθεί αν αξίζει ή όχι να υλοποιηθεί η επέκταση των εγκαταστάσεων. Είναι λοιπόν αντιληπτό ότι η συγκεκριμένη μελέτη περίπτωσης παρουσιάζει ιδιαίτερη χρησιμότητα για την παραγωγική μονάδα. Η προαναφερθείσα επέκταση εξοπλισμού περιλαμβάνει τρεις επιμέρους μελέτες, την μελέτη περίπτωσης προσθήκης δεξαμενών παραγωγής σιροπιού, την μελέτη περίπτωσης προσθήκης γραμμών συσκευασίας και τέλος την μελέτη περίπτωσης της ταυτόχρονης προσθήκης δεξαμενών και γραμμών συσκευασίας. Σε όλες αυτές τις περιπτώσεις το μαθηματικό μοντέλο τροποποιείται κατάλληλα, κρατώντας ως βάση το μαθηματικό μοντέλο πριν την επέκταση ωραρίου. Δηλαδή οι διαθέσιμες ώρες παραγωγής είναι μία

δωρη βάρδια και επιπλέον 4 διαθέσιμες ώρες υπερωριών, τις καθημερινές, ενώ τα Σάββατα υπάρχει η δυνατότητα αξιοποίησης έως 8 ωρών ως υπερωρίες. Αφού τροποποιηθεί λοιπόν κατάλληλα το μοντέλο, στη συνέχεια από την 2^η και 3^η εβδομαδιαία ζήτηση, που έχει μελετηθεί παραπάνω, γίνονται δοκιμές σταδιακής αύξησής της, μέχρι το σημείο εκείνο, στο οποίο, από την επίλυση του μοντέλου, δεν είναι δυνατόν να προκύψει εφικτή λύση.

4.4.1. Προσθήκη δεξαμενών – 2^η εβδομαδιαία ζήτηση

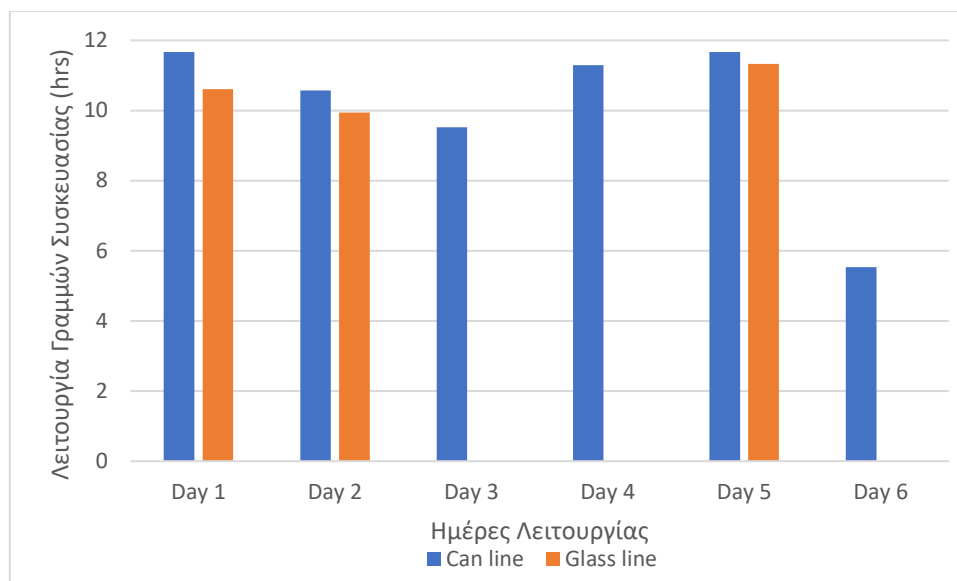
Κατά την μελέτη της περίπτωσης προσθήκης μιας επιπλέον δεξαμενής παραγωγής σιροπιού, η μέγιστη δυνατή αύξηση της 2^{ης} εβδομαδιαίας ζήτησης, που μπορεί να καλύψει η συγκεκριμένη μονάδα είναι 90%.

Στο Σχήμα 4.25 παρουσιάζεται ο βέλτιστος εβδομαδιαίος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής, ο οποίος προκύπτει επιλύοντας το τροποποιημένο μαθηματικό μοντέλο με την αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης του χρόνου εναλλαγών και των υπερωριών. Η δεδομένη ζήτηση είναι η 2^η εβδομαδιαία ζήτηση, αυξημένη κατά 90%.



Σχήμα 4.25: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής – προσθήκη δεξαμενής – 2η εβδομαδιαία ζήτηση

Σύμφωνα με το Σχήμα 4.25 απαιτούνται έξι ημέρες λειτουργίας της μονάδας, για την κάλυψη της συγκεκριμένης ζήτησης. Αυτό συνεπάγεται χρήση της βάρδιας υπερωριών του Σαββάτου. Γενικότερα οι ώρες λειτουργίας της μονάδας, παρουσιάζονται στο διάγραμμα του Σχήματος 4.26.



Σχήμα 4.26: Ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας – προσθήκη δεξαμενής - 2η εβδομαδιαία ζήτηση

Παρατηρώντας τώρα το Σχήμα 4.26 συμπεραίνεται ότι η γραμμή συσκευασίας μεταλλικών κουτιών (can line) λειτουργεί καθημερινά, ενώ η γραμμή συσκευασίας γυάλινων μπουκαλιών (glass line) μόνο τρεις φορές την εβδομάδα. Επιπλέον, φαίνεται ότι απαιτούνται όλες τις μέρες της εβδομάδας λειτουργία σε υπερωρίες. Αυτό είναι εμφανές αφού σε όλες τις καθημερινές (Day 1 – Day 5), τουλάχιστον σε μία από τις δύο γραμμές συσκευασίας, απαιτείται χρόνος λειτουργίας μεγαλύτερος των 8 ωρών. Όσον αφορά στο Σάββατο, το οποίο στο βασικό πρόγραμμα υπάρχει δυνατότητα λειτουργίας μόνο σε υπερωρίες και συγκεκριμένα μίας δωρης βάρδιας, παρατηρείται ότι από αυτές αξιοποιούνται περίπου 5.5 ώρες. Πιο αναλυτικά οι ώρες λειτουργίας κάθε γραμμής, καθώς και οι συνολικές υπερωρίες ανά ημέρα παρουσιάζονται στον Πίνακα Β.15 στο Παράρτημα Β.

Οι χρόνοι, που αφιερώνονται σε εναλλαγές, κατά τη διάρκεια της συγκεκριμένης παραγωγικής διαδικασίας φαίνονται στον Πίνακα 4.27 και αφορούν εναλλαγές στα υποδιαστήματα s8 και s11.

Πίνακας 4.27: Χρόνοι εναλλαγών (hrs) – προσθήκη δεξαμενής - 2η εβδομαδιαία ζήτηση

	Day 3	Day 4
	s8	s11
<i>Can Line</i>	0.25	0.25

Τέλος, ο χρόνος επίλυσης του μοντέλου στη συγκεκριμένη περίπτωση, καθώς και η απόκλιση της λύσης που προκύπτει, από τη βέλτιστη (optimality gap), παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.28.

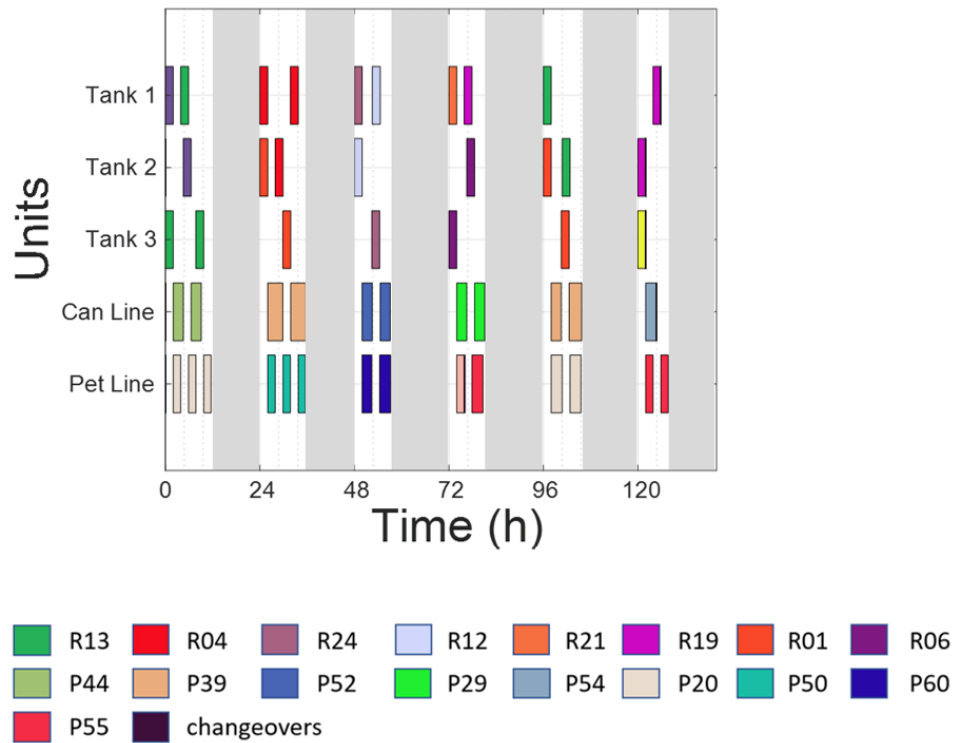
Πίνακας 4.28: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου – προσθήκη δεξαμενής - 2η εβδομαδιαία ζήτηση

Χρόνος εκτέλεσης	2.15 min
Optimality Gap	0.02%

4.4.2. Προσθήκη δεξαμενών – 3^η εβδομαδιαία ζήτηση

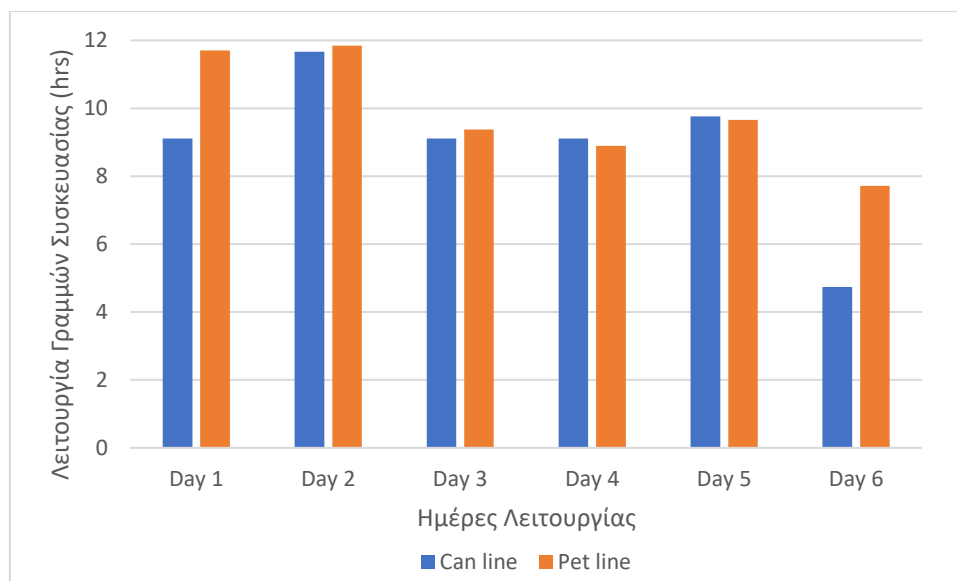
Μελετώντας την περίπτωση προσθήκης επιπλέον δεξαμενής παραγωγής σιροπιού, η μέγιστη δυνατή αύξηση της 3^{ης} εβδομαδιαίας ζήτησης, που μπορεί να ικανοποιηθεί από την συγκεκριμένη εγκατάσταση είναι 80%.

Στο Σχήμα 4.27 φαίνεται ο βέλτιστος εβδομαδιαίος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής. Ο προγραμματισμός αυτός προκύπτει από την επίλυση του τροποποιημένου μαθηματικού μοντέλου με στόχο την ελαχιστοποίηση του χρόνου εναλλαγών και των υπερωριών. Η ζήτηση που χρησιμοποιείται είναι η 3^η εβδομαδιαία ζήτηση, αυξημένη κατά 80%.



Σχήμα 4.27: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής – προσθήκη δεξαμενής – 3η εβδομαδιαία ζήτηση

Παρατηρώντας το Σχήμα 4.27 φαίνεται ότι απαιτούνται έξι ημέρες λειτουργίας της μονάδας, για την ικανοποίηση της ζήτησης αυτής. Αυτό συνεπάγεται χρήση της βάρδιας υπερωριών του Σαββάτου. Γενικά οι ώρες λειτουργίας της μονάδας, παρουσιάζονται στο διάγραμμα του Σχήματος 4.28.



Σχήμα 4.28: Ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας – προσθήκη δεξαμενής -3η εβδομαδιαία ζήτηση

Σύμφωνα τώρα το Σχήμα 4.28 παρατηρείται ότι και οι δύο γραμμές χρησιμοποιούνται όλες τις ημέρες λειτουργίας της μονάδας, καθώς επίσης κι ότι απαιτείται όλες τις μέρες της εβδομάδας λειτουργία σε υπερωρίες, πέραν του Σαββάτου, που έχει ήδη αναφερθεί. Αυτό συμπεραίνεται εφόσον σε όλες τις καθημερινές (Day 1 – Day 5), απαιτείται χρόνος λειτουργίας μεγαλύτερος των 8 ωρών. Σχετικά με το Σάββατο, για το οποίο στο βασικό πρόγραμμα υπάρχει δυνατότητα λειτουργίας μόνο σε υπερωρίες και συγκεκριμένα μίας 8ωρης βάρδιας, παρατηρείται ότι αξιοποιούνται σχεδόν και οι 8 ώρες υπερωριών. Πιο αναλυτικά οι ώρες λειτουργίας κάθε γραμμής, καθώς και οι συνολικές υπερωρίες ανά ημέρα παρουσιάζονται στον Πίνακα Β.16 στο Παράρτημα Β.

Οι χρόνοι, που αφιερώνονται σε εναλλαγές, κατά τη διάρκεια της συγκεκριμένης παραγωγικής διαδικασίας φαίνονται στον Πίνακα 4.29 και αφορούν εναλλαγές στο υποδιάστημα s11.

Πίνακας 4.29: Χρόνοι εναλλαγών (hrs) – προσθήκη δεξαμενής - 3η εβδομαδιαία ζήτηση

Day 4	
	s11
Pet Line	0.25

Τέλος, ο χρόνος επίλυσης του μοντέλου στη συγκεκριμένη περίπτωση, καθώς και η απόκλιση της λύσης που προκύπτει, από τη βέλτιστη (optimality gap), παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.30.

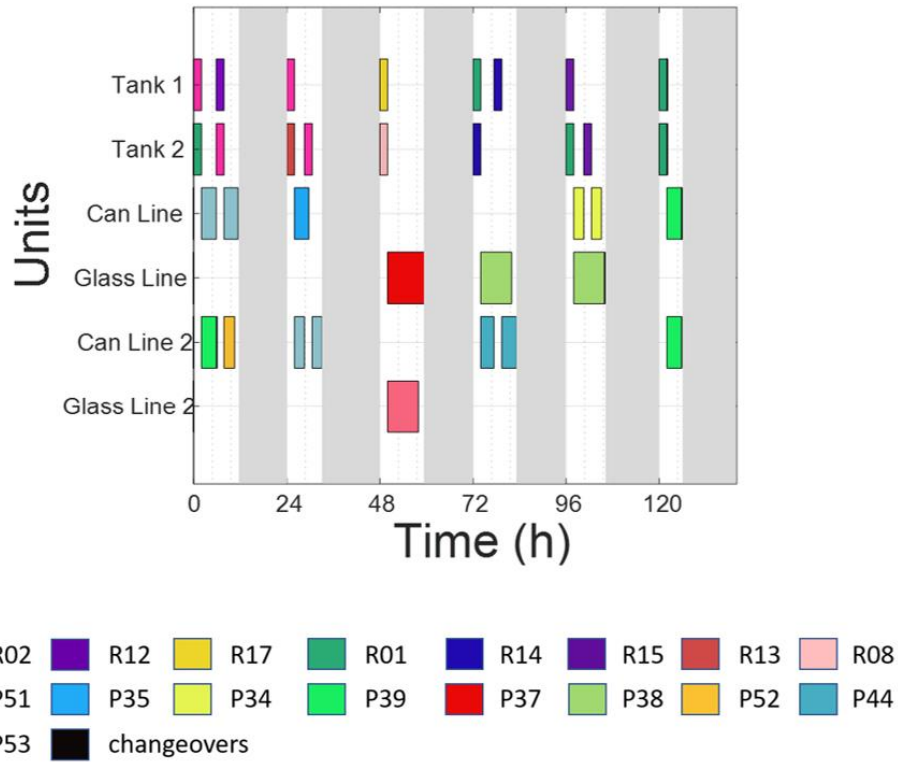
Πίνακας 4.30: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου – προσθήκη δεξαμενής - 3η εβδομαδιαία ζήτηση

Χρόνος εκτέλεσης	16.67 min
Optimality Gap	0.39%

4.4.3. Προσθήκη γραμμών συσκευασίας - 2^η εβδομαδιαία ζήτηση

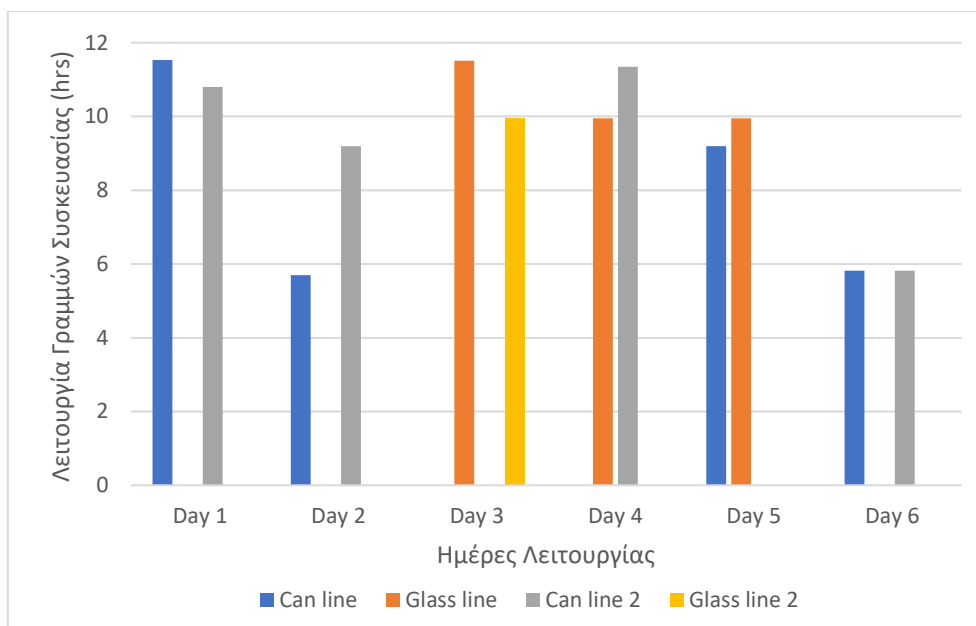
Μελετώντας την περίπτωση προσθήκης μιας επιπλέον γραμμής συσκευασίας αλουμινένιων κουτιών και μιας γραμμής συσκευασίας γυάλινων μπουκαλιών, η μέγιστη δυνατή αύξηση της 2^{ης} εβδομαδιαίας ζήτησης, που μπορεί να καλύψει η συγκεκριμένη μονάδα είναι 110%.

Στο Σχήμα 4.29 αναπαρίσταται ο βέλτιστος εβδομαδιαίος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής, ο οποίος προκύπτει λύνοντας το τροποποιημένο μαθηματικό μοντέλο με την αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης του χρόνου εναλλαγών και των υπερωριών. Η δεδομένη ζήτηση είναι η 2^η εβδομαδιαία ζήτηση, αυξημένη κατά 110%.



Σχήμα 4.29: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής – προσθήκη γραμμών συσκευασίας – 2η εβδομαδιαία ζήτηση

Παρατηρώντας το Σχήμα 4.29 φαίνεται ότι απαιτούνται έξι ημέρες λειτουργίας της μονάδας, για την κάλυψη της ζήτησης, στην περίπτωση αυτή. Αυτό συνεπάγεται χρήση της βάρδιας υπερωριών του Σαββάτου. Όσον αφορά στις ώρες λειτουργίας της μονάδας, αυτές παρουσιάζονται στο διάγραμμα του Σχήματος 4.30.



Σχήμα 4.30: Ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας – προσθήκη γραμμών συσκευασίας - 2η εβδομαδιαία ζήτηση

Σύμφωνα με το Σχήμα 4.30 παρατηρείται ότι η glass line 2 χρησιμοποιείται μόνο μία φορά την εβδομάδα, η glass line τρεις, η can line τέσσερις και η can line 2 επίσης τέσσερις φορές την εβδομάδα. Επιπλέον, παρατηρείται ότι απαιτείται, όλες τις μέρες της εβδομάδας λειτουργία σε υπερωρίες, πέραν του Σαββάτου, το οποίο έχει ήδη αναφερθεί. Αυτό φαίνεται, καθώς όλες τις καθημερινές (Day 1 – Day 5), τουλάχιστον σε μία από τις γραμμές συσκευασίας, απαιτείται χρόνος λειτουργίας μεγαλύτερος των 8 ωρών. Όσον αφορά στη λειτουργία του Σαββάτου, για το οποίο στο βασικό πρόγραμμα υπάρχει δυνατότητα λειτουργίας μόνο σε υπερωρίες και συγκεκριμένα μίας 8ωρης βάρδιας, παρατηρείται ότι από αυτές αξιοποιούνται περίπου 6 ώρες. Αναλυτικότερα, οι ώρες λειτουργίας κάθε γραμμής, καθώς και οι συνολικές υπερωρίες ανά ημέρα παρουσιάζονται στον πίνακα B.17 στο Παράρτημα Β.

Οι χρόνοι, που απαιτούνται για εναλλαγές, κατά τη διάρκεια της συγκεκριμένης παραγωγικής διαδικασίας φαίνονται στον Πίνακα 4.31 και αφορούν εναλλαγές στο υποδιάστημα s2.

Πίνακας 4.31: Χρόνοι εναλλαγών (hrs) – προσθήκη γραμμών συσκευασίας - 2η εβδομαδιαία ζήτηση

Day 1	
	s2
<i>Can Line 2</i>	0.25

Τέλος, ο χρόνος επίλυσης του μοντέλου στη συγκεκριμένη περίπτωση, καθώς και η απόκλιση της λύσης που προκύπτει, από τη βέλτιστη (optimality gap), παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.32.

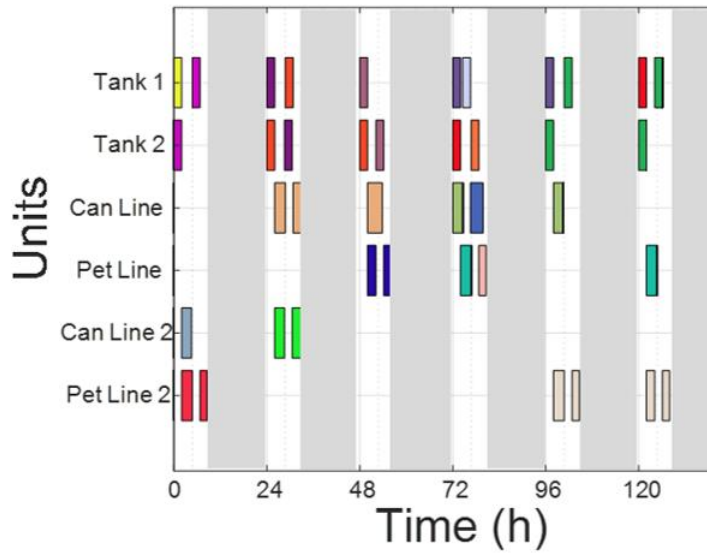
Πίνακας 4.32: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου – προσθήκη γραμμών συσκευασίας - 2η εβδομαδιαία ζήτηση

Χρόνος εκτέλεσης	16.67 min
Optimality Gap	0.59%

4.4.4. Προσθήκη γραμμών συσκευασίας - 3^η εβδομαδιαία ζήτηση

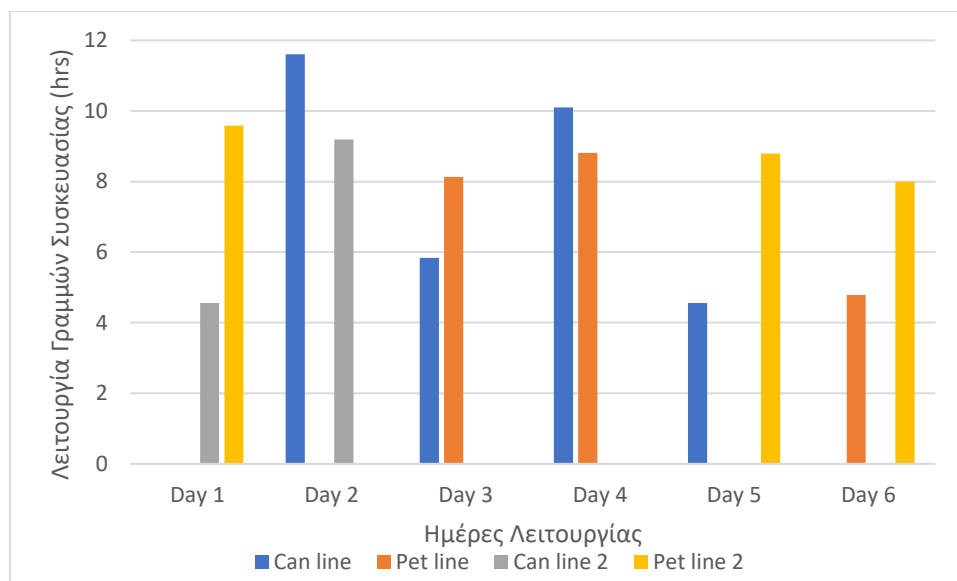
Κατά τη μελέτη περίπτωσης προσθήκης μιας επιπλέον γραμμής συσκευασίας αλουμινένιων κουτιών και μιας γραμμής συσκευασίας πλαστικών μπουκαλιών, η μέγιστη δυνατή αύξηση της 3^{ης} εβδομαδιαίας ζήτησης, που μπορεί να ικανοποιήσει η μονάδα, στη μορφή αυτή είναι 40%.

Στη συνέχεια, στο Σχήμα 4.31 παρουσιάζεται ο βέλτιστος εβδομαδιαίος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής, ο οποίος προκύπτει μετά την επίλυση του τροποποιημένου μαθηματικού μοντέλου με την αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης του χρόνου εναλλαγών και των υπερωριών. Η δεδομένη ζήτηση είναι η 3^η εβδομαδιαία ζήτηση, αυξημένη κατά 40%.



Σχήμα 4.31: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής – προσθήκη γραμμών συσκευασίας – 3η εβδομαδιαία ζήτηση

Σύμφωνα με το Σχήμα 4.31 φαίνεται ότι χρειάζονται έξι ημέρες λειτουργίας της μονάδας, για την κάλυψη της ζήτησης, στη συγκεκριμένη περίπτωση. Αυτό συνεπάγεται χρήση της βάρδιας υπερωριών του Σαββάτου. Όσον αφορά στις ώρες λειτουργίας της μονάδας, αυτές παρουσιάζονται στο διάγραμμα του Σχήματος 4.32.



Σχήμα 4.32: Ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας – προσθήκη γραμμών συσκευασίας - 3η εβδομαδιαία ζήτηση

Παρατηρώντας το Σχήμα 4.32 φαίνεται ότι η can line χρησιμοποιείται τέσσερις φορές την εβδομάδα, η pet line και η pet line 2 χρησιμοποιούνται από τρεις φορές και η can line 2 χρησιμοποιείται δύο φορές την εβδομάδα. Επίσης, παρατηρείται ότι απαιτείται λειτουργία σε υπερωρίες, όλες τις μέρες της εβδομάδας, πέραν του Σαββάτου, το οποίο έχει ήδη αναφερθεί. Αυτό συμπεραίνεται, αφού όλες τις καθημερινές (Day 1 – Day 5), τουλάχιστον σε μία από τις γραμμές συσκευασίας, απαιτείται χρόνος λειτουργίας μεγαλύτερος των 8 ωρών. Σχετικά με τη λειτουργία του Σαββάτου, για το οποίο στο βασικό πρόγραμμα υπάρχει δυνατότητα λειτουργίας μόνο σε υπερωρίες και συγκεκριμένα μίας δωρης βάρδιας, παρατηρείται ότι από αυτές αξιοποιούνται και οι 8 διαθέσιμες ώρες. Πιο συγκεκριμένα, οι ώρες λειτουργίας κάθε γραμμής, καθώς και οι συνολικές υπερωρίες ανά ημέρα παρουσιάζονται στον πίνακα B.18 στο Παράρτημα Β.

Οι χρόνοι, οι οποίοι αφιερώνονται για εναλλαγές, κατά τη διάρκεια αυτής της παραγωγικής διαδικασίας φαίνονται στον Πίνακα 4.33 και αφορούν εναλλαγές στο υποδιάστημα s11.

Πίνακας 4.33: Χρόνοι εναλλαγών (hrs) – προσθήκη γραμμών συσκευασίας - 3η εβδομαδιαία ζήτηση

Day 4	
	s11
<i>Can Line</i>	0.25
<i>Pet Line</i>	0.17

Τέλος, ο χρόνος επίλυσης του μοντέλου στη συγκεκριμένη περίπτωση, καθώς και η απόκλιση της λύσης που προκύπτει, από τη βέλτιστη (optimality gap), παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.34.

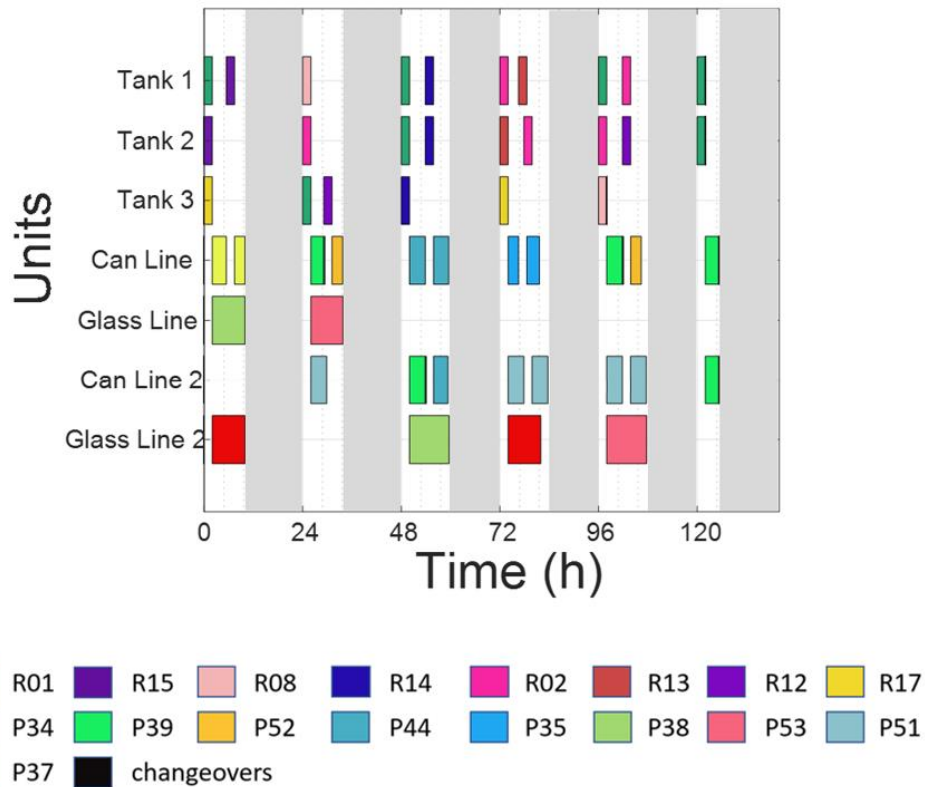
Πίνακας 4.34: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου – προσθήκη γραμμών συσκευασίας - 3η εβδομαδιαία ζήτηση

Χρόνος εκτέλεσης	16.67 min
Optimality Gap	1%

4.4.5. Προσθήκη δεξαμενών και γραμμών συσκευασίας - 2^η εβδομαδιαία ζήτηση

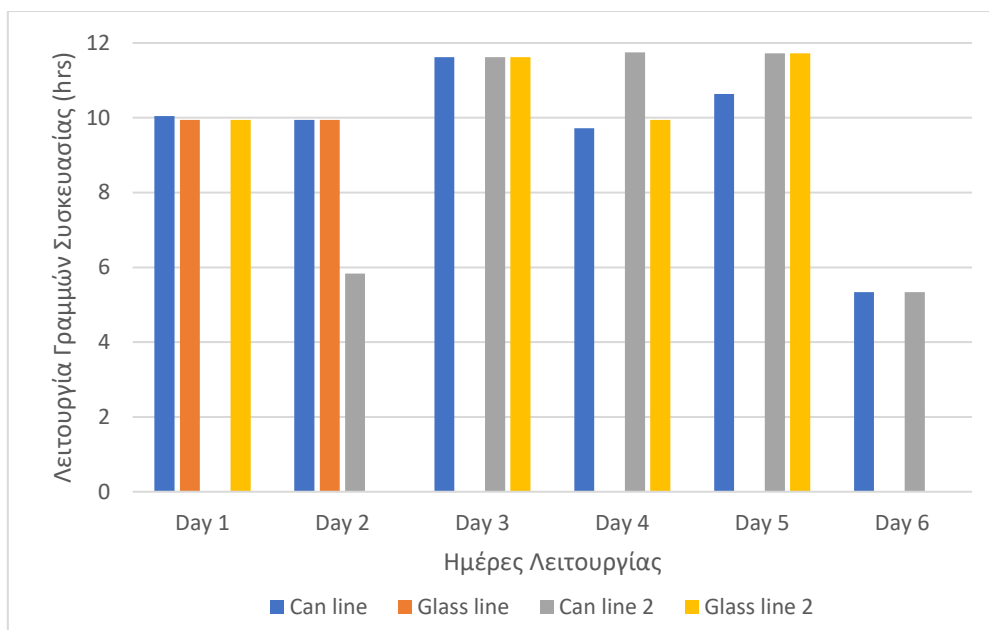
Στην ενότητα αυτή μελετάται η περίπτωση προσθήκης μιας επιπλέον δεξαμενής παραγωγής σιροπιού και ταυτόχρονα μιας επιπλέον γραμμής συσκευασίας αλουμινένιων κουτιών και μιας επιπλέον γραμμής συσκευασίας γυάλινων μπουκαλιών. Κατά τη μελέτη αυτή προέκυψε ότι η μέγιστη δυνατή αύξηση της 2^{ης} εβδομαδιαίας ζήτησης, που μπορεί να καλύψει η συγκεκριμένη μονάδα είναι 220%.

Στο Σχήμα 4.33 αναπαρίσταται ο βέλτιστος εβδομαδιαίος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής, που προκύπτει λύνοντας το τροποποιημένο μαθηματικό μοντέλο με αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης του χρόνου εναλλαγών και των υπερωριών. Η δεδομένη ζήτηση είναι η 2^η εβδομαδιαία ζήτηση, αυξημένη κατά 220%.



Σχήμα 4.33: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής – προσθήκη δεξαμενής & γραμμών συσκευασίας – 2η εβδομαδιαία ζήτηση

Παρατηρώντας το Σχήμα 4.33 φαίνεται ότι απαιτείται από τη μονάδα να λειτουργεί έξι ημέρες, προκειμένου να καλύψει τη συγκεκριμένη ζήτηση. Αυτό σημαίνει ότι γίνεται χρήση της βάρδιας υπερωριών του Σαββάτου. Γενικότερα οι ώρες λειτουργίας της μονάδας, παρουσιάζονται στο διάγραμμα του Σχήματος 4.34.



Σχήμα 4.34: Ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας – προσθήκη δεξαμενής & γραμμών συσκευασίας - 2η εβδομαδιαία ζήτηση

Σύμφωνα τώρα το Σχήμα 4.34 φαίνεται ότι η can line χρησιμοποιείται και τις έξι ημέρες λειτουργίας της μονάδας, η glass line χρησιμοποιείται δύο μέρες, η can line 2 πέντε και η glass line 2 τέσσερις φορές την εβδομάδα. Επιπλέον, παρατηρείται ότι απαιτείται, όλες τις μέρες της εβδομάδας, λειτουργία σε υπερωρίες. Αυτό είναι εμφανές, αφού σε όλες τις καθημερινές (Day 1 – Day 5), απαιτείται χρόνος λειτουργίας μεγαλύτερος των 8 ωρών, τουλάχιστον σε μία από τις γραμμές συσκευασίας,. Όσον αφορά στο Σάββατο, το οποίο στο βασικό πρόγραμμα υπάρχει δυνατότητα λειτουργίας μόνο σε υπερωρίες και συγκεκριμένα μίας 8ωρης βάρδιας, παρατηρείται ότι από αυτές αξιοποιούνται περίπου 5.5 ώρες. Αναλυτικότερα οι ώρες λειτουργίας κάθε γραμμής, καθώς και οι συνολικές υπερωρίες ανά ημέρα παρουσιάζονται στον Πίνακα Β.19 στο Παράρτημα Β.

Οι χρόνοι, που αξιοποιούνται για εναλλαγές, κατά τη διάρκεια της συγκεκριμένης παραγωγικής διαδικασίας φαίνονται στον Πίνακα 4.35 και αφορούν εναλλαγές στα υποδιαστήματα s5, s8 και s14.

Πίνακας 4.35: Χρόνοι εναλλαγών (hrs) – προσθήκη δεξαμενής & γραμμών συσκευασίας - 2η εβδομαδιαία ζήτηση

	Day 2	Day 3	Day 5
	s5	s8	s14
Can Line	0.25		0.25
Can Line 2		0.25	

Τέλος, ο χρόνος επίλυσης του μοντέλου στη συγκεκριμένη περίπτωση, καθώς και η απόκλιση της λύσης που προκύπτει, από τη βέλτιστη (optimality gap), παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.36.

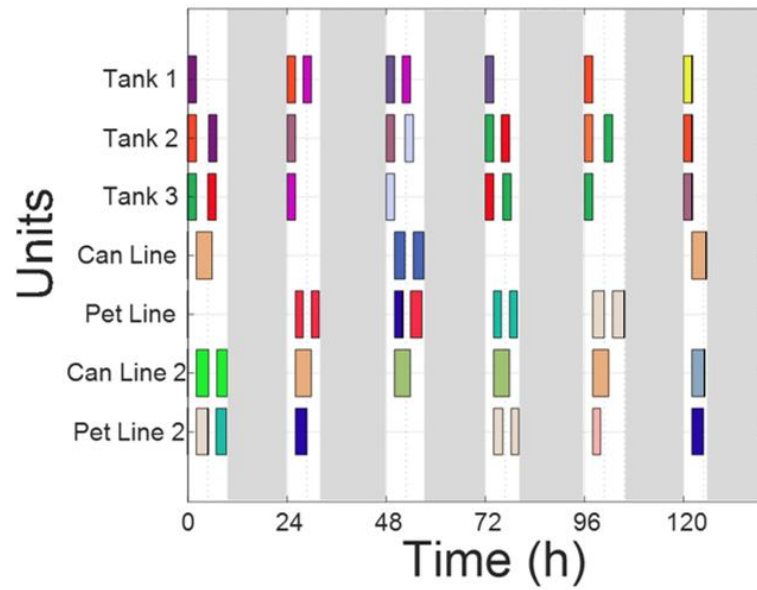
Πίνακας 4.36: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου – προσθήκη δεξαμενής & γραμμών συσκευασίας - 2η εβδομαδιαία ζήτηση

Χρόνος εκτέλεσης	16.67 min
Optimality Gap	0.56%

4.4.6. Προσθήκη δεξαμενών και γραμμών συσκευασίας - 3^η εβδομαδιαία ζήτηση

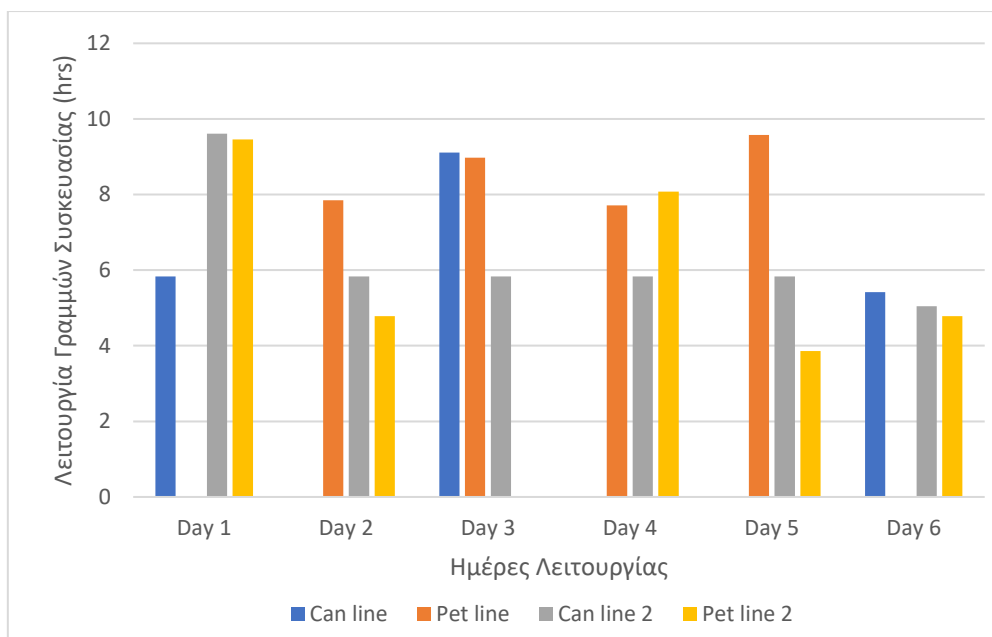
Στην ενότητα που ακολουθεί μελετάται η περίπτωση προσθήκης μιας επιπλέον δεξαμενής παραγωγής σιροπιού και ταυτόχρονα μιας επιπλέον γραμμής συσκευασίας αλουμινένιων κουτιών και μιας επιπλέον γραμμής συσκευασίας πλαστικών μπουκαλιών. Κατά τη συγκεκριμένη μελέτη προκύπτει ότι η μεγαλύτερη δυνατή αύξηση της 3^{ης} εβδομαδιαίας ζήτησης, που μπορεί να ικανοποιήσει η συγκεκριμένη μονάδα είναι 100%.

Στο Σχήμα 4.35 φαίνεται ο βέλτιστος εβδομαδιαίος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής, ο οποίος προκύπτει λύνοντας το τροποποιημένο μαθηματικό μοντέλο με στόχο την ελαχιστοποίηση του χρόνου εναλλαγών και των υπερωριών. Η δεδομένη ζήτηση είναι η 3^η εβδομαδιαία ζήτηση, αυξημένη κατά 100%.



Σχήμα 4.35: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής – προσθήκη δεξαμενής & γραμμών συσκευασίας – 3η εβδομαδιαία ζήτηση

Σύμφωνα με το Σχήμα 4.35 απαιτείται λειτουργία της μονάδας έξι ημέρες, προκειμένου να ικανοποιηθεί η συγκεκριμένη ζήτηση. Το γεγονός αυτό συνεπάγεται ότι γίνεται χρήση της βάρδιας υπερωριών του Σαββάτου. Αναλυτικότερα οι ώρες λειτουργίας της μονάδας, παρουσιάζονται στο διάγραμμα του Σχήματος 4.36.



Σχήμα 4.36: Ώρες λειτουργίας παραγωγικής μονάδας – προσθήκη δεξαμενής & γραμμών συσκευασίας - 3η εβδομαδιαία ζήτηση

Παρατηρώντας τώρα το Σχήμα 4.36 φαίνεται ότι η can line λειτουργεί τρεις φορές την εβδομάδα, η pet line τέσσερις, η can line 2 έξι και η pet line 2 πέντε φορές την εβδομάδα. Επίσης, παρατηρείται ότι απαιτούνται, την πρώτη, την τρίτη και την πέμπτη ημέρα της εβδομάδας, λειτουργία σε υπερωρίες. Αυτό γίνεται αντιληπτό αφού σε αυτές τις μέρες (Day 1, Day 3 και Day 5), απαιτείται χρόνος λειτουργίας μεγαλύτερος των 8 ωρών, τουλάχιστον σε μία από τις γραμμές συσκευασίας,. Όσον αφορά στο Σάββατο, το οποίο στο βασικό πρόγραμμα υπάρχει δυνατότητα λειτουργίας μόνο σε υπερωρίες και συγκεκριμένα μίας 8ωρης βάρδιας, παρατηρείται ότι από αυτές αξιοποιούνται περίπου 5.5 ώρες. Πιο αναλυτικά οι ώρες λειτουργίας κάθε γραμμής, καθώς και οι συνολικές υπερωρίες ανά ημέρα παρουσιάζονται στον Πίνακα Β.20 στο Παράρτημα Β.

Οι χρόνοι, που αφιερώνονται σε εναλλαγές, κατά τη διάρκεια της συγκεκριμένης παραγωγικής διαδικασίας φαίνονται στον Πίνακα 4.37 και αφορούν εναλλαγές στα υποδιαστήματα s2 και s8.

Πίνακας 4.37: Χρόνοι εναλλαγών (hrs) – προσθήκη δεξαμενής & γραμμών συσκευασίας-
3η εβδομαδιαία ζήτηση

	Day 1	Day 3
	s2	s8
<i>Pet Line</i>		0.25
<i>Pet Line 2</i>	0.17	

Τέλος, ο χρόνος επίλυσης του μοντέλου στη συγκεκριμένη περίπτωση, καθώς και η απόκλιση της λύσης που προκύπτει, από τη βέλτιστη (optimality gap), παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.38.

Πίνακας 4.38: Χαρακτηριστικά επίλυσης μοντέλου – προσθήκη δεξαμενής & γραμμών
συσκευασίας - 3η εβδομαδιαία ζήτηση

Χρόνος εκτέλεσης	16.67 min
Optimality Gap	1%

4.5. Σύγκριση αποτελεσμάτων – μεταβολές ζητήσεων

Στη συγκεκριμένη ενότητα συνοψίζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν παραπάνω και ειδικότερα αυτά που αφορούν το μέγιστο ποσοστό αύξησης των εβδομαδιαίων ζητήσεων, την οποία μπορεί να ικανοποιήσει η μονάδα αυτή. Πιο συγκεκριμένα στον Πίνακα 4.39 παρουσιάζονται τα ποσοστά αύξησης για την περίπτωση της αύξησης ζήτησης πριν τις τροποποιήσεις στο ωράριο λειτουργίας και τον εξοπλισμό της μονάδας, για την περίπτωση της αύξησης ζήτησης μετά την επέκταση ωραρίου, καθώς και μετά την προσθήκη εξοπλισμού.

Πίνακας 4.39: Σύνοψη αποτελεσμάτων αύξησης εβδομαδιαίων ζητήσεων

	2^η εβδομαδιαία ζήτηση	3^η εβδομαδιαία ζήτηση
χωρίς τροποποιήσεις	25%	8%
επέκταση ωραρίου	170%	140%
προσθήκη δεξαμενών	90%	80%
προσθήκη γραμμών συσκευασίας	110%	40%
προσθήκη δεξαμενών και γραμμών συσκευασίας	220%	100%

Σύμφωνα λοιπόν με τον Πίνακα 4.39 και όσον αφορά στη 2^η εβδομαδιαία ζήτηση, η αύξηση που μπορεί να καλύψει η εγκατάσταση είναι 25%. Στις περιπτώσεις όμως επεκτάσεων, παρατηρείται σημαντική δυνατότητα αύξησης, που στην περίπτωση της επέκτασης ωραρίου φτάνει το 170%, ενώ στην περίπτωση προσθήκης εξοπλισμού τόσο δεξαμενής όσο και γραμμών συσκευασίας η δυνατή αύξηση ζήτησης, την οποία μπορεί να καλύψει η μονάδα είναι μέχρι και 220%. Όσον αφορά τώρα στην 3^η εβδομαδιαία ζήτηση, η αύξηση την οποία η μονάδα μπορεί να ικανοποιήσει φτάνει μόλις το 8%. Όταν όμως, εφαρμόζονται επεκτάσεις η αύξηση είναι, όπως και στην περίπτωση της 2^{ης} εβδομαδιαίας ζήτησης, επίσης σημαντική. Πιο συγκεκριμένα, κατά την προσθήκη δεξαμενής παραγωγής σιροπιού και γραμμών συσκευασίας η αύξηση ζήτησης, που μπορεί να καλύψει η μονάδα είναι μέχρι και 100%, ενώ στην περίπτωση επέκτασης ωραρίου, η αύξηση ζήτησης που μπορεί να ικανοποιήσει η μονάδα φτάνει μέχρι και 140%. Με μελέτες και αποτελέσματα όπως τα παραπάνω λοιπόν, δίνεται η δυνατότητα στη βιομηχανία να εξετάσει το όφελος που μπορεί να έχει από μια τέτοια επένδυση επέκτασης ωραρίου ή εξοπλισμού, καθώς και ποιος είναι ο βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός της παραγωγής με τον οποίο μπορεί να παράγει τα προϊόντα που περιλαμβάνονται στην εκάστοτε ζήτηση.

5. Συμπεράσματα και Προτάσεις για περαιτέρω μελέτη

5.1. Συμπεράσματα

Η διπλωματική αυτή εργασία αποσκοπεί στην αντιμετώπιση του προβλήματος βελτιστοποίησης του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής της ελληνικής βιομηχανικής μονάδας παραγωγής Green Cola Hellas. Ο χρονοπρογραμματισμός της παραγωγής αποτελεί ένα ζήτημα μεγάλης βαρύτητας, που απασχολεί συνεχώς και συστηματικά τη βιομηχανία. Όταν πρόκειται για βελτιστοποίηση αυτού, είναι αντιληπτό ότι τα αποτελέσματα μπορεί να οδηγήσουν σε σημαντική βελτίωση της παραγωγικής διαδικασίας, αλλά και σε κερδοφορία για την επιχείρηση. Στη συγκεκριμένη μελέτη, το πρόβλημα αυτό, αντιμετωπίζεται με ένα μοντέλο μεικτού – ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού, με τη βοήθεια του οποίου περιγράφεται πλήρως η πραγματική παραγωγική διαδικασία, με όλους τους περιορισμούς, από τους οποίους συνοδεύεται. Ως κύριος αντικειμενικός στόχος του μοντέλου, μελετάται η ελαχιστοποίηση του χρόνου εναλλαγών και των υπερωριών. Το μοντέλο αυτό εισάγεται και επιλύεται στο λογισμικό βελτιστοποίησης GAMS.

Στην παρούσα εργασία μελετάται η βελτιστοποίηση του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής, της παραγωγικής μονάδας αναψυκτικών, σε εβδομαδιαία βάση. Όσον αφορά στην παραγωγική διαδικασία, αυτή αποτελείται από δύο στάδια, το στάδιο παραγωγής σιροπιού και το στάδιο συσκευασίας των προϊόντων. Η παραγωγή των σιροπιών είναι μια διαλείπουσα διεργασία και πραγματοποιείται στις δύο διαθέσιμες δεξαμενές, οι οποίες μπορούν να παράγουν οποιοδήποτε από τα σιρόπια, χωρίς περιορισμό. Για την συσκευασία των προϊόντων, η οποία είναι μια ημι – συνεχής διεργασία, η μονάδα διαθέτει τρεις γραμμές συσκευασίας. Συγκεκριμένα διατίθεται γραμμή συσκευασίας μεταλλικών κουτιών, γυάλινων και πλαστικών μπουκαλιών, η κάθε μία από τις οποίες μπορεί να συσκευάζει συγκεκριμένα προϊόντα. Τα τελικά προϊόντα που μπορούν να παραχθούν είναι 60 και προκύπτουν από τις 24 διαθέσιμες συνταγές, οι οποίες αντιστοιχούν στα 24 ενδιάμεσα προϊόντα, τα σιρόπια. Από αυτά προκύπτει η σπουδαιότητα των περιορισμών του μαθηματικού μοντέλου, προκειμένου να αποτυπωθεί ορθά η παραγωγική διαδικασία.

Η μελέτη που πραγματοποιήθηκε μπορεί να χωριστεί σε δύο μέρη. Στο πρώτο μέρος μελετάται ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής για έξι εβδομαδιαίες ζητήσεις. Οι ζητήσεις που μελετώνται προκύπτουν κατ' αντιστοιχία, από πραγματικά δεδομένα της

εταιρείας και αφορούν την παραγωγή του συνόλου των προϊόντων της. Τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης του χρονοπρογραμματισμού για την παραγωγή τους, όπως και όλα τα αντίστοιχα αποτελέσματα παρουσιάζονται με τη μορφή διαγραμμάτων «Gantt Charts». Εκτός από τον βασικό αντικειμενικό στόχο, με τον οποίο μελετώνται οι προαναφερθείσες ζητήσεις, ελέγχεται επίσης η επίδραση στον χρονοπρογραμματισμό παραγωγής, μιας άλλης αντικειμενικής συνάρτησης. Στην 1^η και την 5^η από τις εβδομαδιαίες ζητήσεις εφαρμόζεται, η αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης του χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής σε μια γραμμή συσκευασίας και μία ημέρα. Από την αντικειμενική συνάρτηση αυτή, παρ' όλο που προκύπτει διαφορετική βέλτιστη λύση για τον χρονοπρογραμματισμό παραγωγής, τα αποτελέσματα δεν φαίνεται να εμφανίζουν μεγάλη διαφορά, ως προς τον χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής κι έτσι δεν συμπεραίνεται σημαντική υπεροχή κάποιας εκ των δύο αντικειμενικών συναρτήσεων, όσον αφορά τη μεταβλητή αυτή.

Στο δεύτερο μέρος μελετώνται περιπτώσεις αύξησης ζήτησης για την 2^η και την 3^η εβδομαδιαία ζήτηση, καθώς και την ανταπόκριση της παραγωγικής μονάδας. Αρχικά μελετάται η αύξηση της ζήτησης, χωρίς καμία τροποποίηση της μονάδας και εντοπίζεται ότι η μέγιστη δυνατή αύξηση, την οποία η μονάδα μπορεί να καλύψει είναι 25% για τη 2^η και μόλις 8% για την 3^η εβδομαδιαία ζήτηση. Στη συνέχεια, εξετάζεται το ενδεχόμενο επέκτασης ωραρίου κατά μία επιπλέον δωρη βάρδια όλες τις ημέρες, αφαιρώντας από τις καθημερινές τη δυνατότητα λειτουργίας σε υπερωρίες. Στην περίπτωση αυτή, η μέγιστη δυνατή αύξηση, την οποία η μονάδα μπορεί να αντιμετωπίσει είναι 170% και 140%, για τη 2^η και την 3^η εβδομαδιαία ζήτηση, αντίστοιχα. Επιπλέον, μελετάται η περίπτωση επέκτασης του εξοπλισμού και συγκεκριμένα η προσθήκη μιας επιπλέον δεξαμενής, η οποία οδηγεί σε μέγιστη δυνατή αύξηση 90% και 80%, αντίστοιχα για τις ίδιες δύο εβδομαδιαίες ζητήσεις, καθώς και η προσθήκη δύο επιπλέον γραμμών συσκευασίας, για τις οποίες η μέγιστη αποδεκτή αύξηση ζήτησης προκύπτει ίση με 110% και 40%, για τη 2^η και την 3^η εβδομαδιαία ζήτηση, αντίστοιχα. Τέλος, εξετάζεται η ταυτόχρονη προσθήκη μιας δεξαμενής παραγωγής σιροπιού και δύο γραμμών συσκευασίας και εντοπίζεται ότι η μέγιστη ζήτηση, την οποία η μονάδα μπορεί να ικανοποιήσει είναι 220% για τη 2^η και 100% για την 3^η εβδομαδιαία ζήτηση. Παρατηρείται, λοιπόν, ότι ενώ για τη 2^η εβδομαδιαία ζήτηση η μονάδα μπορεί να δεχτεί την μεγαλύτερη αύξηση ζήτησης (220%), στην περίπτωση ταυτόχρονης προσθήκης δεξαμενής και γραμμών συσκευασίας, για την 3^η εβδομαδιαία ζήτηση η μονάδα μπορεί να δεχτεί τη μεγαλύτερη αύξηση ζήτησης (140%) στην περίπτωση επέκτασης ωραρίου. Το γεγονός αυτό, πιθανότατα οφείλεται στους

διαφορετικούς συνδυασμούς προϊόντων, τους οποίους καλείται να παράγει η μονάδα σε κάθε περίπτωση. Επίσης από τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τις εβδομαδιαίες ζητήσεις παρατηρείται ότι η μονάδα συνηθίζει να λειτουργεί με παραγωγή στις δύο από τις τρεις γραμμές συσκευασίας.

Συνοψίζοντας, στο σημείο αυτό, τονίζεται για άλλη μια φορά ότι αυτού του είδους τα μαθηματικά μοντέλα δίνουν λύση σε τέτοια προβλήματα βιομηχανικής κλίμακας. Η βελτιστοποίηση του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής μπορεί να οδηγήσει, πέρα από την ικανοποίηση της ζήτησης των πελατών, στόχο πρωταρχικό για τη βιομηχανία, και σε σημαντικό περιορισμό των εξόδων της, αλλά και άλλων παραγόντων άμεσα ή έμμεσα σχετιζόμενων με τα κέρδη και την επέκτασή της. Επίσης, τέτοιες μελέτες περίπτωσης φαίνεται να ελκύουν το ενδιαφέρον των βιομηχανιών και να μπορούν να συνδράμουν στη λήψη αποφάσεών τους. Τέλος, αυτό που πρέπει να σημειωθεί είναι ότι, μπορεί η συγκεκριμένη, αλλά και άλλες αντίστοιχες μελέτες, να προσφέρουν πολλαπλά οφέλη στη βιομηχανία, πρέπει όμως να λαμβάνεται υπόψη ότι είναι αναμενόμενη μια απόκλιση από την πραγματικότητα, εφόσον στην πραγματική παραγωγική διαδικασία παρουσιάζονται, κάποιες φορές, ανεξέλεγκτοι παράγοντες, που δεν μπορούν να προβλεφθούν από τέτοια μαθηματικά μοντέλα και επηρεάζουν την παραγωγική διαδικασία.

5.2. Προτάσεις για περαιτέρω μελέτη

Στην ενότητα αυτή, δίνονται ορισμένες προτάσεις για μελέτη πέρα από όσα μελετήθηκαν στη συγκεκριμένη εργασία και αφορούσαν το πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής της βιομηχανικής μονάδας αναψυκτικών. Τέτοιες προτάσεις μπορεί να οδηγήσουν σε ακριβέστερα αποτελέσματα ή και σε προτάσεις λύσεων για τις βιομηχανίες σε διαφορετικά επίπεδα.

Παρατηρώντας αρχικά τα παραπάνω αποτελέσματα προτείνεται η περαιτέρω εξέταση αντικειμενικών συναρτήσεων, όπως η ελαχιστοποίηση του χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής. Με τον τρόπο αυτό θα επιβεβαιωθεί αν πράγματι κάποια από τις πιθανές αντικειμενικές συναρτήσεις, που μπορούν να εφαρμοστούν στο συγκεκριμένο μοντέλο, παρουσιάζει σημαντικά καλύτερα αποτελέσματα, προκειμένου να χρησιμοποιείται η ίδια, κατά κύριο λόγο, στον μεγαλύτερο αριθμό των μελετών που θα πραγματοποιηθούν.

Πέρα από τους αστάθμητους παράγοντες, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, που μπορεί να προκύψουν στην πραγματική παραγωγική διαδικασία και δεν μπορούν να ληφθούν υπόψη στο συγκεκριμένο μοντέλο, υπάρχουν παράγοντες που μπορούν μελλοντικά να προστεθούν σε ένα παρόμοιο μοντέλο. Συγκεκριμένα θα μπορούσαν να αξιοποιούνται δεδομένα διαθεσιμότητας του ανθρώπινου δυναμικού. Επιπλέον, θα ήταν χρήσιμο να συμπεριληφθούν δεδομένα αποθεμάτων και διαθεσιμότητας πρώτων υλών, υλικών συσκευασίας κι ευρύτερα αντίστοιχων διαθέσιμων πόρων, παράγοντες που θα οδηγούσαν σε μια περισσότερο ρεαλιστική μοντελοποίηση.

Επίσης, σημαντική επέκταση στην προκειμένη μελέτη, μπορεί να αποτελέσει η εξέταση του ενδεχόμενου ενδιάμεσης αποθήκευσης προϊόντων. Ειδικότερα, το ενδεχόμενο ενδιάμεσης αποθήκευσης, αφορά τα ενδιάμεσα – ημιέτοιμα προϊόντα. Η αποθήκευσή τους θα μπορούσε να εξεταστεί με χρονική διάρκεια τέτοια, ώστε να μην υπάρχουν αλλοιώσεις των προϊόντων και φυσικά συμπεριλαμβανομένου ενός ορίου ασφαλείας, για τη διασφάλιση της ποιότητάς τους. Παράλληλα, μέσω των κατάλληλων περιορισμών μπορεί να ελέγχεται η αξιοποίηση της αποθηκευτικής δυνατότητας ανάλογα με τις ανάγκες και τα οφέλη της μονάδας, καθώς επίσης και να εφαρμόζονται περιορισμοί που σχετίζονται με τα προϊόντα και τον χρόνο ζωής τους.

Μια άλλη πρόταση που δύναται να μελετηθεί είναι η αξιοποίηση δεδομένων κόστους. Συμπεριλαμβάνοντας τέτοια δεδομένα στη μελέτη, αυτή μπορεί να οδηγήσει σε πιο εύκολα αντιληπτά και πιο άμεσα αξιοποιήσιμα αποτελέσματα, από τη βιομηχανία. Πιο συγκεκριμένα, η πρόταση αυτή αφορά την αξιοποίηση δεδομένων κόστους πρώτων υλών, εναλλαγών ανάμεσα στα προϊόντα, τιμών πώλησης τελικών προϊόντων κ.α., με αντικειμενικό στόχο, σε τέτοιες περιπτώσεις, την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους ή την μεγιστοποίηση του κέρδους της μονάδας.

Τέλος, γνωρίζοντας ότι στην πραγματικότητα οι βιομηχανικές μονάδες προτιμούν χρονικούς ορίζοντες χρονοπρογραμματισμού της παραγωγής μεγαλύτερους της μίας εβδομάδας, προτείνεται η μελέτη του αντίστοιχου προβλήματος σε μηνιαίο επίπεδο. Επίλυση δηλαδή του προβλήματος βελτιστοποίησης του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής, με σκοπό την ικανοποίηση της ζήτησης των πελατών, σε χρονικό ορίζοντα ενός μήνα. Ένα πρόβλημα, ωστόσο, που αντιμετωπίζει συνεχώς μια πραγματική βιομηχανία είναι οι μεταβολές που συμβαίνουν στις παραγγελίες. Οι βιομηχανίες δηλαδή, καλούνται να αντιμετωπίσουν προβλήματα, όπως τυχόν τροποποιήσεις στις παραγγελίες,

ή ακόμα και λήψη νέων παραγγελιών, ενώ έχει ήδη ξεκινήσει η μηνιαία παραγωγή. Επομένως, για την επίλυση τέτοιων προβλημάτων προτείνεται ο επαναπρογραμματισμός παραγωγής και μάλιστα η χρήση της τεχνικής του κυλιόμενου ορίζοντα, κατά την οποία μπορούν να προκύψουν λύσεις και για τέτοια, πιο σύνθετα προβλήματα.

6. Βιβλιογραφία

Andrei, N. (2017). *Continuous Nonlinear Optimization for Engineering Applications in GAMS Technology*. Springer Optimization and Its Applications, 121, 29 – 45

Basso, F. & Varas, M. (2017). *A MIP formulation and a heuristic solution approach for the bottling scheduling problem in the wine industry*. Computers & Industrial Engineering, 105, 136 – 145

Bongers, P. M. M. & Bakker, B. H. (2006). *Application of multi – stage scheduling*. Computer Aided Chemical Engineering, 21, 1917 – 1922

Brown, G., Keegan, J., Vigus, B. & Wood, K. (2001). *The Kellogg company optimizes production, inventory, and distribution*. Interfaces, 31 (6), 1 – 15

Ferreira, D., Morabito, R. & Rangel, S. (2009) *Solution approaches for the soft drink integrated production lot sizing and scheduling problem*. European Journal of Operational Research, 196, 697-706

Ferreira, D., Clark, A. R., Almada-Lobo, B., & Morabito, R (2012). *Single-stage formulations for synchronised two-stage lot sizing and scheduling in soft drink production*. International Journal of Production Economics, 136(2), 255-265

Fleischmann, B. & Meyr, H. (1997). *The general lotsizing and scheduling problem*. Operations – Research – Spektrum, 19, 11–21

Floudas, A. C. & Lin, X. (2004). *Continuous – time versus discrete – time approaches for scheduling of chemical processes: a review*. Computers & Chemical Engineering, 28 (11), 2109-2129

Floudas, A. C. & Lin, X. (2005). *Mixed Integer Linear Programming in Process Scheduling: Modeling, Algorithms, and Applications*. Annals of Operations Research, 139, 131 – 162

General Algebraic Modeling System (GAMS). (2013). GAMS Development Corporation. Release 24.1.3, Fairfax, VA, USA

Gellert, T., Höhn, W. & Möhring, R. H. (2011). *Sequencing and scheduling for filling lines in dairy production*. Optimization Letters, 5(3), 491 – 504

Georgiadis, G. P., Elekidis, A. P. & Georgiadis, M. C. (2021) *Optimal production planning and scheduling in breweries*. Food and Bioproducts Processing, 125, 204 – 221

Giannelos, N. F., & Georgiadis, M. C. (2002). *A Novel Event-Driven Formulation for Short-Term Scheduling of Multipurpose Continuous Processes*. Industrial & Engineering Chemistry Research, 41 (10), 2431-2439

Harjunkski, I., Maravelias, C. T., Bongers, P., Castro P. M., Engell, S., Grossmann, I. E., Hooker, J., Mendez, C., Sand, G. & Wassick, J. (2014). *Scope for industrial applications of production scheduling models and solution methods*. Computers & Chemical Engineering, 62, 161 – 193

Kondili, E., Pantelides, C. C. & Sargent, R. W.H. (1993). *A General Algorithm for Short – Term Scheduling of Batch Operations – I. MILP Formulation*. Computers & Chemical Engineering, 17 (2), 211 – 227

Kopanos, G. M., Puigjaner, L. & Georgiadis, M. C. (2010). *Optimal production scheduling and lot-sizing in dairy plants: the yogurt production line*. Industrial & Engineering Chemistry Research, 49(2), 701 – 718

Kopanos, G. M. (2010). *Techniques for the Efficient Solution of Large – scale Production & Planning Problems in the Process Industries*. PhD Thesis, Escola Tecnica Superior d'Enginyeria Industrial de Barcelona, Universitat Politecnica de Catalunya

Kopanos, G. M., Puigjaner, L., & Georgiadis, M. C. (2011). *Production Scheduling in Multiproduct Multistage Semicontinuous Food Processes*. Industrial & Engineering Chemistry Research, 50 (10), 6316 – 6324

Leiva, J. C., & Albornoz, V. M. (2016). *Short-term Production Scheduling in the Soft Drink Industry*. In ICORES, 416 – 423

Liu, S., Pinto, J. M. & Papageorgiou, L. G. (2010). *Single-stage scheduling of multiproduct batch plants: An edible-oil deodorizer case study*. Industrial & engineering chemistry research, 49 (18), 8657 – 8669

Mediouni, A., Zufferey, N., Rached, M., & Cheikhrouhou, N. (2022). *The multi-period multi-level capacitated lot-sizing and scheduling problem in the dairy soft-drink industry*. Supply Chain Forum: An International Journal, 23 (3) 272 – 284

Méndez, C.A. & Cerdá, J. (2002). *An efficient MILP continuous-time formulation for short-term scheduling of multiproduct continuous facilities*. Computers & Chemical Engineering, 26 (4 – 5), 678 – 695

Méndez, C.A., Cerdá, J., Grossmann, I. E., Harjunkski, I. & Fahl, M. (2006). *State – of – the – art review of optimization methods for short – term scheduling of batch processes*. Computers & Chemical Engineering, 30 (6 – 7), 913 – 946

Murphy, T., O’ Mahony, N., Panduru, K. K. & Riordan, D. (2016). *Pharmaceutical manufacturing and the quality by design (QBD) analytical technology (PAT) approach*. 27th Irish Signals and Systems Conference (ISSC), 1 – 7

Pagliarussi, MS., Morabito, R., & Santos, MO. (2016). *Optimizing the production scheduling of fruit juice beverages using mixed integer programming models*. Management & Production, 24, 64 – 77

Pinedo, M. L. (2012). *Scheduling Theory, Algorithms, and Systems*. 5^η έκδοση, New York: Springer

Sadi-Nezhad, S. & Darian, S. B. (2010). *Production scheduling for products on different machines with setup costs and times*. International Journal of Engineering and Technology, 2 (6), 410 – 418

Toledo, C. F. M., Kimms, A., Franca, P. M., & Morabito, R. (2006). *A mathematical model for the synchronized and integrated two-level lot sizing and scheduling problem*. Journal of Operational Research Society: under review

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α – Δεδομένα παραγωγικής διαδικασίας

Στο Παράρτημα Α παρουσιάζονται δεδομένα που αφορούν την παραγωγική διαδικασία. Συγκεκριμένα στον Πίνακα Α.1 φαίνονται οι εβδομαδιαίες ζητήσεις, στις οποίες συμπεριλαμβάνονται όλα τα προϊόντα. Έπειτα στον Πίνακα Α.2 φαίνεται ο ρυθμός με τον οποίο τα προϊόντα συσκευάζονται στις αντίστοιχες γραμμές, στον Πίνακα Α.3 φαίνεται η ποσότητα σιροπιού που απαιτείται για την παραγωγή μιας μονάδας προϊόντος και τέλος, στον Πίνακα Α.4 παρουσιάζεται ο χρόνος παραγωγής που απαιτείται για την παραγωγή μιας μονάδας προϊόντος.

Πίνακας Α.1: Εβδομαδιαίες ζητήσεις παραγωγής όλων των προϊόντων (Μέρος Α)

	1 ^η	2 ^η	3 ^η	4 ^η	5 ^η	6 ^η
P01					882	
P02						871
P03						
P04						715
P05						
P06						1020
P07				650		
P08					1386	
P09	3680					
P10	1060					
P11				1560		
P12	570					
P13						897
P14						
P15						
P16					1386	
P17					1190	
P18					910	
P19						2444
P20			2976			
P21						1404
P22				440		
P23				1680		
P24	4330					
P25					1353	
P26						1287
P27						
P28						
P29			1093			
P30					322	

Πίνακας Α.1: Εβδομαδιαίες ζητήσεις παραγωγής όλων των προϊόντων (Μέρος Β)

	1 ^η	2 ^η	3 ^η	4 ^η	5 ^η	6 ^η
P31						
P32						
P33						1196
P34		736				
P35		696				
P36						741
P37		760				
P38		824				
P39		2160	2948			
P40				2980		
P41				1600		
P42				1450		
P43					1708	
P44		1368	1116			
P45	320					
P46				730		
P47	860					
P48				2200		
P49	740					
P50			1488			
P51		2364				
P52		512	930			
P53		576				
P54			602			
P55			1568			
P56	920					
P57			412			
P58					1540	
P59	1030					
P60			1385			

Πίνακας Α.2: Ρυθμός συσκευασίας προϊόντων, σε cases/hr

	Can Line	Pet Line	Glass Line		Can Line	Pet Line	Glass Line
P01	394,75			P31	394,75		
P02	394,75			P32	394,75		
P03	394,75			P33	394,75		
P04	394,75			P34	394,75		
P05	394,75			P35	394,75		
P06	394,75			P36		478,25	
P07	394,75			P37			167,875
P08	394,75			P38			167,875
P09	394,75			P39	394,75		
P10	394,75			P40		478,25	
P11	394,75			P41		478,25	
P12	394,75			P42		478,25	
P13	394,75			P43	394,75		
P14	394,75			P44	394,75		
P15	394,75			P45	394,75		
P16	394,75			P46	394,75		
P17		166		P47	394,75		
P18		166		P48	394,75		
P19		478,25		P49			167,875
P20		478,25		P50		478,25	
P21		478,25		P51	394,75		
P22		478,25		P52	394,75		
P23		478,25		P53			167,875
P24	394,75			P54	394,75		
P25	394,75			P55		478,25	
P26	394,75			P56			167,875
P27	394,75			P57		478,25	
P28	394,75			P58		478,25	
P29	394,75			P59			167,875
P30	394,75			P60		478,25	

Πίνακας Α.3: Απαιτούμενη ποσότητα σιροπιού l, για την παραγωγή μιας μονάδας προϊόντος j, σε L (Μέρος Α)

	R01	R02	R03	R04	R05	R06	R07	R08	R09	R10	R11	R12
P01	7,92											
P02		7,92										
P03			7,92									
P04				7,92								
P05					7,92							
P06						7,92						
P07							7,92					
P08								7,92				
P09									7,92			
P10										7,92		
P11											7,92	
P12												7,92
P13												7,92
P14										7,92		
P15					7,92							
P16	7,92											
P17	12											
P18	12											
P19												9
P20												
P21												
P22						9						
P23			9									
P24										7,92		
P25											7,92	
P26												7,92
P27					7,92							
P28					7,92							
P29						7,92						
P30												

Πίνακας Α.3: Απαιτούμενη ποσότητα σιροπιού l, για την παραγωγή μιας μονάδας προϊόντος j, σε L (Μέρος Β)

	R01	R02	R03	R04	R05	R06	R07	R08	R09	R10	R11	R12
P31												
P32												
P33	7,92											
P34												
P35												
P36												
P37												
P38	6											
P39	7,92											
P40	9											
P41	9											
P42	9											
P43							7,92					
P44												
P45											7,92	
P46										7,92		
P47					7,92							
P48									7,92			
P49												
P50				9								
P51		7,92										
P52												7,92
P53									6			
P54												
P55												
P56												
P57												
P58												
P59												
P60												

Πίνακας Α.3: Απαιτούμενη ποσότητα σιροπιού l, για την παραγωγή μιας μονάδας προϊόντος j, σε L (Μέρος Γ)

	R13	R14	R15	R16	R17	R18	R19	R20	R21	R22	R23	R24
P01												
P02												
P03												
P04												
P05												
P06												
P07												
P08												
P09												
P10												
P11												
P12												
P13												
P14												
P15												
P16												
P17												
P18												
P19												
P20	9											
P21	9											
P22												
P23												
P24												
P25												
P26												
P27												
P28												
P29												
P30		7,92										

Πίνακας Α.3: Απαιτούμενη ποσότητα σιροπιού l, για την παραγωγή μιας μονάδας προϊόντος j, σε L (Μέρος Δ)

	R13	R14	R15	R16	R17	R18	R19	R20	R21	R22	R23	R24
P31		7,92										
P32		7,92										
P33												
P34			7,92									
P35	7,92											
P36				9								
P37					6							
P38												
P39												
P40												
P41												
P42												
P43												
P44		7,92										
P45												
P46												
P47												
P48												
P49		6										
P50												
P51												
P52												
P53												
P54						7,92						
P55							9					
P56								6				
P57									9			
P58										9		
P59											6	
P60												9

Πίνακας Α.4: Χρόνος παραγωγής μιας μονάδας προϊόντος j, στη γραμμή m, σε hr

	Can Line	Pet Line	Glass Line		Can Line	Pet Line	Glass Line
P01	0.00253			P31	0.00253		
P02	0.00253			P32	0.00253		
P03	0.00253			P33	0.00253		
P04	0.00253			P34	0.00253		
P05	0.00253			P35	0.00253		
P06	0.00253			P36		0.00209	
P07	0.00253			P37			0.00596
P08	0.00253			P38			0.00596
P09	0.00253			P39	0.00253		
P10	0.00253			P40		0.00209	
P11	0.00253			P41		0.00209	
P12	0.00253			P42		0.00209	
P13	0.00253			P43	0.00253		
P14	0.00253			P44	0.00253		
P15	0.00253			P45	0.00253		
P16	0.00253			P46	0.00253		
P17		0.00602		P47	0.00253		
P18		0.00602		P48	0.00253		
P19		0.00602		P49			0.00596
P20		0.00602		P50		0.00209	
P21		0.00602		P51	0.00253		
P22		0.00602		P52	0.00253		
P23		0.00602		P53			0.00596
P24	0.00253			P54	0.00253		
P25	0.00253			P55		0.00209	
P26	0.00253			P56			0.00596
P27	0.00253			P57		0.00209	
P28	0.00253			P58		0.00209	
P29	0.00253			P59			0.00596
P30	0.00253			P60		0.00209	

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β – Αποτελέσματα

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται πίνακες με ορισμένα από τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τις μελέτες που πραγματοποιήθηκαν στην εργασία αυτή. Συγκεκριμένα στους Πίνακες Β.1 έως Β.6 παρουσιάζονται οι ώρες λειτουργίας των γραμμών και οι υπερωρίες για τις έξι εβδομαδιαίες ζητήσεις. Οι Πίνακες Β.7 και Β.8 περιλαμβάνουν τις ώρες λειτουργίας των γραμμών και τις υπερωρίες για την κάλυψη της 1^{ης} και της 5^{ης} εβδομαδιαίας ζήτησης, αντίστοιχα, που προέκυψαν αυτή τη φορά από εφαρμογή διαφορετικής αντικειμενικής συνάρτησης. Στους Πίνακες Β.9 και Β.10 παρατίθενται αποτελέσματα χρόνων εναλλαγών και υπερωριών για σύγκριση ανάμεσα στις δύο αντικειμενικές συναρτήσεις. Τέλος οι Πίνακες Β.11 έως Β.20 περιλαμβάνουν αποτελέσματα σχετικά με τις ώρες λειτουργίας των γραμμών συσκευασίας και τις υπερωρίες για τις μελέτες περίπτωσης αύξησης ζήτησης, χωρίς τροποποιήσεις (Β.11 και Β.12), τις μελέτες περίπτωσης επέκτασης ωραρίου (Β.13 και Β.14), καθώς και τις μελέτες περίπτωσης προσθήκης εξοπλισμού (Β.15 έως Β.20)

Πίνακας Β.1: Ώρες λειτουργίας γραμμών και υπερωρίες παραγωγικής μονάδας, ανά ημέρα, 1^η εβδομαδιαία ζήτηση

	n1	n2	n3	n4	n5	n6
Can Line	11,12	4,72	10,75	11,68	4,56	4,56
Glass Line		9,95		9,95	9,95	
	Υπερωρίες					
	3,12	1,95	2,75	3,68	1,95	4,56

Πίνακας Β.2: Ώρες λειτουργίας γραμμών και υπερωρίες παραγωγικής μονάδας, ανά ημέρα, 2^η εβδομαδιαία ζήτηση

	n1	n2	n3	n4	n5	n6
Can Line	10,27	9,19	10,63	9,36	5,83	4,56
Glass Line	9,95	9,95			9,95	
Υπερωρίες						
	2,27	1,95	2,63	1,36	1,95	4,56

Πίνακας Β.3: Ώρες λειτουργίας γραμμών και υπερωρίες παραγωγικής μονάδας, ανά ημέρα, 3^η εβδομαδιαία ζήτηση

	n1	n2	n3	n4	n5	n6
Can Line	4,82	4,56	5,83	4,56	5,83	4,77
Pet Line	7,80	4,79	7,80	4,79	7,80	7,97
Υπερωρίες						
						7,97

Πίνακας Β.4: Ώρες λειτουργίας γραμμών και υπερωρίες παραγωγικής μονάδας, ανά ημέρα, 4^η εβδομαδιαία ζήτηση

	n1	n2	n3	n4	n5	n6
Can Line	4,56	5,83	5,83	5,83	10,28	4,56
Pet Line	7,72	3,86	8,40	8,88	10,28	3,86
Υπερωρίες						
			0,40	0,88	2,28	4,56

Πίνακας Β.5: Ώρες λειτουργίας γραμμών και υπερωρίες παραγωγικής μονάδας, ανά ημέρα, 5^η εβδομαδιαία ζήτηση

	n1	n2	n3	n4	n5	n6
Can Line	11,98	4,56	5,18	10,36	11,06	
Pet Line	7,09	6,02	6,02	3,86	3,86	
Υπερωρίες						
	3,98			2,36	3,06	

Πίνακας Β.6: Ώρες λειτουργίας γραμμών και υπερωρίες παραγωγικής μονάδας, ανά ημέρα, 6^η εβδομαδιαία ζήτηση

	n1	n2	n3	n4	n5	n6
Can Line	5,26	4,56	9,11	4,56	4,58	5,03
Pet Line	4,79	9,11		4,79	7,97	
Υπερωρίες						
		1,11	1,11			5,03

Πίνακας Β.7: Ελάχιστες ώρες λειτουργίας γραμμών ανά ημέρα, 1^η εβδομαδιαία ζήτηση

	n1	n2	n3	n4	n5	n6
Can Line	4,56	10,56	11,67	10,21	4,68	4,72
Glass Line	9,95		9,95		9,95	
Υπερωρίες						
	1,95	2,56	3,67	2,21	1,95	4,72

Πίνακας Β.8: Ελάχιστες ώρες λειτουργίας γραμμών ανά ημέρα, 5^η εβδομαδιαία ζήτηση

	n1	n2	n3	n4	n5	n6
Can Line	5,51	4,56	11,23	4,56	5,42	4,56
Pet Line	6,02	7,48	6,02	3,86	3,86	
Υπερωρίες						
			3,23			4,56

Πίνακας Β.9: Σύγκριση χρόνου εναλλαγών προϊόντων, 1^η και 5^η εβδομαδιαία ζήτηση

υποδιάστημα	1 ^η εβδομαδιαία ζήτηση		5 ^η εβδομαδιαία ζήτηση	
	1 ^η	2 ^η	1 ^η	2 ^η
	αντικειμενική συνάρτηση	αντικειμενική συνάρτηση	αντικειμενική συνάρτηση	αντικειμενική συνάρτηση
s2			2,17	
s4	0,17			1,17
s5		0,17	1,25	
s11	1,17		1,25	
s16		0,17		
Σύνολο	1,34	0,34	4,67	1,17
	Μείωση 74,6%		Μείωση 75%	

Πίνακας Β.10: Σύγκριση ανάγκης σε υπερωρίες, 1^η και 5^η εβδομαδιαία ζήτηση

ημέρα	1 ^η εβδομαδιαία ζήτηση		5 ^η εβδομαδιαία ζήτηση	
	1 ^η	2 ^η	1 ^η	2 ^η
	αντικειμενική συνάρτηση	αντικειμενική συνάρτηση	αντικειμενική συνάρτηση	αντικειμενική συνάρτηση
Day 1	1,95	1,95	4	
Day 2	1,95	2,56		
Day 3	2,75	3,67		3,23
Day 4	3,68	2,21	2,36	
Day 5	1,95	1,95	3,06	
Day 6	4,56	4,72		4,56
Σύνολο	18,01	17,05	9,42	7,79
	Μείωση 5,3%		Μείωση 17,3%	

Πίνακας Β.11: Ώρες λειτουργίας γραμμών και υπερωρίες παραγωγικής μονάδας, ανά ημέρα, 2^η αυξημένη εβδομαδιαία ζήτηση

	n1	n2	n3	n4	n5	n6
Can Line	10,95	4,56	9,11	10,83	5,83	4,56
Glass Line	9,95	9,95			9,95	
Υπερωρίες						
	2,95	1,95	1,11	2,83	1,95	4,56

Πίνακας Β.12: Ώρες λειτουργίας γραμμών και υπερωρίες παραγωγικής μονάδας, ανά ημέρα, 3^η αυξημένη εβδομαδιαία ζήτηση

	n1	n2	n3	n4	n5	n6
Can Line	10,11	5,83	4,98	9,11	5,04	4,56
Pet Line	7,80	7,97	8,61		9,06	7,97
Υπερωρίες						
	2,11		0,61	1,11	1,06	7,97

Πίνακας Β.13: Ώρες λειτουργίας γραμμών και υπερωρίες παραγωγικής μονάδας, ανά ημέρα – επέκταση ωραρίου – 2^η εβδομαδιαία ζήτηση

	n1	n2	n3	n4	n5	n6
Can Line	14,42	16,00	16,00	16,00	16,00	14,34
Glass Line	13,92	13,92	11,27	13,92	13,92	
Υπερωρίες						
						6,34

Πίνακας Β.14: Ώρες λειτουργίας γραμμών και υπερωρίες παραγωγικής μονάδας, ανά ημέρα – επέκταση ωραρίου – 3^η εβδομαδιαία ζήτηση

	n1	n2	n3	n4	n5	n6
Can Line	15,41	16,00	5,83	12,67	5,65	12,17
Pet Line	13,89	4,79	14,44	14,53	14,53	12,30
Υπερωρίες						
						4,30

Πίνακας Β.15: Ώρες λειτουργίας γραμμών και υπερωρίες παραγωγικής μονάδας, ανά ημέρα – προσθήκη δεξαμενής– 2^η εβδομαδιαία ζήτηση

	n1	n2	n3	n4	n5	n6
Can Line	11,67	10,58	9,52	11,29	11,67	5,54
Glass Line	10,61	9,95			11,33	
Υπερωρίες						
	3,67	2,58	1,52	3,29	3,67	5,54

Πίνακας Β.16: Ώρες λειτουργίας γραμμών και υπερωρίες παραγωγικής μονάδας, ανά ημέρα – προσθήκη δεξαμενής– 3^η εβδομαδιαία ζήτηση

	n1	n2	n3	n4	n5	n6
Can Line	9,11	11,67	9,11	9,11	9,76	4,74
Pet Line	11,70	11,85	9,38	8,89	9,66	7,72
Υπερωρίες						
	3,70	3,85	1,38	1,11	1,76	7,72

Πίνακας Β.17: Ώρες λειτουργίας γραμμών και υπερωρίες παραγωγικής μονάδας – προσθήκη γραμμών συσκευασίας– 2^η εβδομαδιαία ζήτηση

	n1	n2	n3	n4	n5	n6
Can Line	11,53	5,70			9,19	5,82
Glass Line			11,51	9,95	9,95	
Can Line 2	10,80	9,19		11,35		5,82
Glass Line 2			9,95			
Υπερωρίες						
	3,53	1,19	3,51	3,35	1,95	5,82

Πίνακας Β.18: Ώρες λειτουργίας γραμμών και υπερωρίες παραγωγικής μονάδας – προσθήκη γραμμών συσκευασίας– 3^η εβδομαδιαία ζήτηση

	n1	n2	n3	n4	n5	n6
Can Line		11,61	5,83	10,10	4,56	
Pet Line			8,14	8,81		4,79
Can Line 2	4,56	9,19				
Pet Line 2	9,59				8,79	8
Υπερωρίες						
	1,59	3,61	0,14	2,10	0,79	8

Πίνακας Β.19: Ώρες λειτουργίας γραμμών και υπερωρίες παραγωγικής μονάδας – προσθήκη δεξαμενών & γραμμών συσκευασίας– 2^η εβδομαδιαία ζήτηση

	n1	n2	n3	n4	n5	n6
Can Line	10,04	9,95	11,62	9,72	10,64	5,34
Glass Line	9,95	9,95				
Can Line 2	0,00	5,83	11,62	11,75	11,72	5,34
Glass Line 2	9,95		11,62	9,95	11,72	
Υπερωρίες						
	2,04	1,95	3,62	3,75	3,72	5,34

Πίνακας Β.20: Ώρες λειτουργίας γραμμών και υπερωρίες παραγωγικής μονάδας – προσθήκη δεξαμενών & γραμμών συσκευασίας– 3^η εβδομαδιαία ζήτηση

	n1	n2	n3	n4	n5	n6
Can Line	5,83		9,11			5,42
Pet Line		7,85	8,98	7,72	9,57	
Can Line 2	9,61	5,83	5,83	5,83	5,83	5,05
Pet Line 2	9,46	4,79		8,08	3,86	4,79
	Υπερωρίες					
	1,61		1,11	0,08	1,57	5,42