ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

ΤΜΗΜΑ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ, ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ & ΡΥΘΜΙΣΗΣ

ΧΗΜΙΚΩΝ ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ

(Α.Σ.Ρ.Χ.Δ.Ε.)

Βελτιστοποίηση του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής σε βιομηχανίες μορφοποίησης πολυμερών

Διπλωματική Εργασία της

Σοφίας Σταύρογλου

Α.Ε.Μ.: 4787

Υπεύθυνος: Καθηγητής Μιχαήλ Γεωργιάδης

Επιβλέπων: Απόστολος Ελεκίδης, Υποψήφιος Διδάκτορας

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ

ΜΑΡΤΙΟΣ 2020

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία αποσκοπεί στην ανάπτυξη μαθηματικών μοντέλων μικτού-ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP), για τη βελτιστοποίηση του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής μίας βιομηχανικής μονάδας μορφοποίησης πολυμερών. Συγκεκριμένα, το πρόβλημα εστιάζει στη διαδικασία παραγωγής πολυμερικών φιλμ για αγροτικές εφαρμογές, που αποτελεί μία διεργασία συνεχούς λειτουργίας, ενός σταδίου. Το υπό μελέτη τμήμα της εγκατάστασης, απαρτίζεται από 6 αυτοματοποιημένες γραμμές παραγωγής, από τις οποίες παράγεται μία πληθώρα προϊόντων που κατηγοριοποιούνται σε 9 οικογένειες προϊόντων. Ο χρονοπρογραμματισμός της παραγωγής λαμβάνει χώρα για δύο διαφορετικές ζητήσεις προϊόντων, σε χρονικό ορίζοντα μίας εβδομάδας. Για τη μελέτη του προβλήματος χρονοπρογραμματισμού παραγωγής, αναπτύσσονται δύο μαθηματικά μοντέλα, τα οποία διαφοροποιούνται ως προς τον τρόπο αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα. Συγκεκριμένα, το πρώτο μαθηματικό μοντέλο βασίζεται σε μία μικτή διακριτή/συνεχή αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα ενώ το δεύτερο σε μία αμιγώς συνεχή αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα. Τα δύο μοντέλα, απαρτίζονται κατά το πλείστο από πανομοιότυπους περιορισμούς ισοζυγίων υλικών, κατανομής και αλληλουχίας των προϊόντων, και περιορισμούς που αφορούν τους χρόνους επεξεργασίας και τις ποσότητες των προϊόντων. Κάθε μαθηματικό μοντέλο, επιλύεται ξεχωριστά για δύο αντικειμενικές συναρτήσεις που αφορούν την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων και την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής, αντίστοιχα. Η επίλυσή τους, πραγματοποιείται με τη βοήθεια του υπολογιστικού εργαλείου GAMS, και συγκεκριμένα με χρήση του επιλυτή ILOG CPLEX. Τα προτεινόμενα μοντέλα εφαρμόστηκαν σε μελέτες περίπτωσης για τα πραγματικά δεδομένα της βιομηχανικής μονάδας. Αρχικά, εξετάστηκε η περίπτωση ταυτόχρονης βελτιστοποίησης δύο αντικειμενικών συναρτήσεων, με την πρώτη να αποσκοπεί στην ελαχιστοποίηση των γραμμών παραγωγής που βρίσκονται σε λειτουργία κατά τη διάρκεια του υπό μελέτη χρονικού ορίζοντα και την δεύτερη να στοχεύει στην ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση του χρόνου εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων και του χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής. Εν συνεχεία, εξετάσθηκε η δυνατότητα διαχείρισης προϋπάρχοντος αποθέματος, από τα ζητούμενα προϊόντα, και περιορισμών καθορισμένων ημερομηνιών διάθεσης τους στην αγορά. Ακολούθως, μελετήθηκαν διάφορα σενάρια

μεταβολής των δύο εβδομαδιαίων ζητήσεων των προϊόντων και εξετάστηκε η μέγιστη ζήτηση που μπορεί να καλυφθεί από το διαθέσιμο μηχανολογικό εξοπλισμό. Επιπρόσθετα, μελετήθηκε η περίπτωση προσθήκης μίας επιπλέον γραμμής παραγωγής για την κάλυψη της υπέρμετρης ζήτησης, και προσδιορίστηκε η μέγιστη ζήτηση που μπορεί να καλυφθεί με το νέο μηχανολογικό εξοπλισμό. Τέλος, πραγματοποιήθηκε αξιολόγηση των αποτελεσμάτων και διατυπώθηκαν προτάσεις για περαιτέρω έρευνα στην περιοχή του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής βιομηχανικών διεργασιών συνεχούς λειτουργίας.

Abstract

This diploma thesis focuses on the development of Mixed-Integer Linear Programming (MILP) mathematical models, for the optimisation of short-term production scheduling in a polymer process industry. More specifically, a single-stage continuous process for the production of polymeric films for agricultural applications, is studied in detail. The plant consists of 6 parallel units producing a wide variety of final products that can be grouped into 9 product families. The production scheduling is studied for two weekly product demands, over a time horizon of one week. The proposed models rely on different time representation approaches. Specifically, the first model relies on a hybrid discrete/continuous time representation and the second one on a continuous time representation approach. The models include similar constraints such as material balances, family allocation, sequencing, timing, and lot-sizing constraints. Each model aims at the minimization of the overall changeover time and production makespan. The models have been implemented in the GAMS (General Algebraic Modeling System) modeling tool and solved using the ILOG CPLEX solver. Several case studies have been used to illustrate the applicability of the proposed models to derive optimal product schedules. A multi-objective approach is considered for the minimization of production lines operating during the horizon of interest and the simultaneous minimization of the overall changeover time and production makespan. Furthermore, a case of initial inventories management and intermediate product due dates has been also studied using the hybrid discrete/continuous time representation framework. The proposed mathematical models have been applied in several case studies of increased product demand, and the maximum demand that can be satisfied by existing products resources has been identified. The addition of a new processing unit has been also studied for significant increased product demand. Results for the various cases examined have been thoroughly assessed and suggestions for further research and development in the field of industrial process scheduling have been drawn up.

Ευχαριστίες

Θα ήθελα αρχικά να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα της διπλωματικής μου εργασίας, καθηγητή κ. Μιχαήλ Γεωργιάδη, για το κίνητρο που μου έδωσε να ασχοληθώ με το συγκεκριμένο γνωστικό αντικείμενο και με αυτή την ερευνητική περιοχή. Επίσης, τον ευχαριστώ για τη βοήθεια και την πολύπλευρη καθοδήγησή του, καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας.

Παράλληλα, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον υποψήφιο διδάκτορα, Απόστολο Ελεκίδη, για την πολύτιμη αρωγή του για την ολοκλήρωση της διπλωματικής μου εργασίας. Η βοήθεια και η στήριξη του ήταν καθοριστικής σημασίας για την εξάλειψη κάθε απρόβλεπτου παράγοντα και την επίτευξη του συγκεκριμένου αποτελέσματος.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες θα ήθελα να απευθύνω επίσης, στους υπεύθυνους της εταιρίας Δάιος Πλαστικά Α.Β.Ε.Ε. για την εμπιστοσύνη που μου έδειξαν για την διάθεση των απαιτούμενων δεδομένων καθώς και για την ανταπόκριση τους σε κάθε απορία μου.

Επιπλέον ένα μεγάλο ευχαριστώ οφείλω στους γονείς μου, Δημήτριο και Βασιλική, καθώς και στον αδερφό μου, για την αγάπη και την αμέριστη στήριξη τους σε όλη τη διάρκεια της ζωής μου.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους τους φίλους μου για τη στήριξη τους καθ΄ όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

Πίνακας Περιεχομένων

1 Εισαγωγή....1

2 Παραγωγική Διαδικασία....13

2.1 Η εταιρία Δάιος Πλαστικά Α.Β.Ε.Ε....13

2.2 Περιγραφή Παραγωγικής Διαδικασίας....13

2.3 Δεδομένα Παραγωγικής Διαδικασίας....19

3 Ανάπτυξη Μαθηματικών Μοντέλων....22

3.1 Μαθηματικό μοντέλο με μικτή διακριτή/συνεχή αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα....24

3.1.1 Ονοματολογία....24

3.1.2 Ορισμός του προβλήματος....28

3.1.3 Μαθηματική Διατύπωση Μοντέλου....29

3.1.3.1 Περιορισμοί του προβλήματος....29

3.1.3.2 Αντικειμενικές συναρτήσεις....37

3.1.3.3 Περιορισμοί βελτίωσης του χρόνου επίλυσης του μοντέλου....39

3.2 Μαθηματικό μοντέλο με συνεχή αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα....41

3.2.1 Ονοματολογία....41

3.2.2 Ορισμός του προβλήματος....44

3.2.3 Μαθηματική Διατύπωση Μοντέλου....44

3.2.3.1 Περιορισμοί του προβλήματος....44

3.2.3.2 Αντικειμενικές συναρτήσεις....48

3.2.3.3 Περιορισμοί βελτίωσης του χρόνου επίλυσης του μοντέλου....49

4 Μελέτες Περίπτωσης....50

4.1 Εισαγωγή....50

4.2 Αποτελέσματα βελτιστοποίησης χρονοπρογραμματισμού παραγωγής....51

4.2.1 Αποτελέσματα βελτιστοποίησης του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με στόχο την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων.....52

4.2.2 Αποτελέσματα βελτιστοποίησης του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με στόχο την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής

……..……66

4.3 Βελτιστοποίηση πολλαπλών κριτηρίων.....71

4.3.1 Βελτιστοποίηση πολλαπλών κριτηρίων για το μοντέλο συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα.....76

4.4 Καθορισμένες ημερομηνίες παράδοσης των προϊόντων και διαχείριση προϋπάρχοντος αποθέματος.....80

4.5 Μεταβολή της ζήτησης.....84

4.6 Προσθήκη επιπλέον γραμμής παραγωγής.....87

5 Συμπεράσματα - Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα.....90

5.1 Συμπεράσματα.....90

5.2 Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα.....93

6 Βιβλιογραφία.....95

Παράρτημα Α-Δεδομένα Παραγωγικής διαδικασίας.....99

Παράρτημα Β-Αποτελέσματα.....113

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 1.1: Διακριτή και συνεχής αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα. 4
Σχήμα 2.1: Σχηματική αναπαράσταση ενός εκβολέα. 15
Σχήμα 2.2: Στάδια παραγωγικής διαδικασίας πολυμερικών φιλμ. 17
Σχήμα 2.3: Διάγραμμα ροής παραγωγικής διαδικασίας πολυμερικών φιλμ 18
Σχήμα 3.1: Προτεινόμενο μοντέλο χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με χρήση οικογενειών προϊόντων. 28
Σχήμα 3.2: Διάγραμμα ισοζυγίου υλικών 30
Σχήμα 3.3: Χρόνος επεξεργασίας και χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής των προϊόντων και των οικογενειών προϊόντων. 33
Σχήμα 3.4: Αλληλουχίες των οικογενειών προϊόντων μεταξύ παρακείμενων χρονικών περιόδων. 34
Σχήμα 3.5: Εναλλαγές μεταξύ οικογενειών προϊόντων που εκκινούν και περατώνονται σε διαφορετικά χρονικά διαστήματα (crossover). 35
Σχήμα 3.6: Χρόνοι εναλλαγών μεταξύ οικογενειών προϊόντων που εκκινούν σε ένα χρονικό διάστημα και περατώνονται στο επόμενο χρονικό διάστημα. 36
Σχήμα 3.7: Η έννοια της μεταβλητής άμεσης προτεραιότητας. 45
Σχήμα 4.1: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής ελαχιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης 1, με χρήση του μοντέλου μικτής διακριτής/συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 1. 53
Σχήμα 4.2: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής ελαχιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης 1 με χρήση του μοντέλου συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα για την ζήτηση 1 53
Σχήμα 4.3: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής ελαχιστοποίησης του χρόνου εναλλαγών μεταξύ των προϊόντων, με χρήση του μοντέλου συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 1. 55
Σχήμα 4.4: Παραγόμενη ποσότητα για κάθε χρονικό διάστημα με χρήση του μοντέλου μικτής διακριτής/συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 1. 56
Σχήμα 4.5: Παραγόμενη ποσότητα οικογενειών προϊόντων σε κάθε γραμμή παραγωγής με χρήση του μοντέλου μικτής διακριτής/συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 1 57

Σχήμα 4.6: Παραγόμενη ποσότητα οικογενειών προϊόντων σε κάθε γραμμή παραγωγής με χρήση του μοντέλου συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 1. 57
Σχήμα 4.7: Παραγόμενο απόθεμα προϊόντων που προκύπτει από την επίλυση του μοντέλου μικτής διακριτής/συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 1.....58
Σχήμα 4.8: Παραγόμενο απόθεμα προϊόντων που προκύπτει από την επίλυση του μοντέλου συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 1.....59
Σχήμα 4.9: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής ελαχιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης 1, με χρήση του μοντέλου μικτής διακριτής/συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για τη ζήτηση 2.....60
Σχήμα 4.10: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής ελαχιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης 1, με χρήση του μοντέλου συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για τη ζήτηση 2. 60
Σχήμα 4.11: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής ελαχιστοποίησης του χρόνου εναλλαγών μεταξύ των προϊόντων, με χρήση του μοντέλου συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 2. 62
Σχήμα 4.12: Παραγόμενη ποσότητα οικογενειών προϊόντων σε κάθε γραμμή παραγωγής με χρήση του μοντέλου μικτής διακριτής/συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 2.....63
Σχήμα 4.13: Παραγόμενη ποσότητα οικογενειών προϊόντων στις γραμμές παραγωγής με χρήση του μοντέλου συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 2.....63
Σχήμα 4.14: Παραγόμενο απόθεμα προϊόντων που προκύπτει από την επίλυση του μοντέλου μικτής διακριτής/συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 2.....64
Σχήμα 4.15: Παραγόμενο απόθεμα προϊόντων που προκύπτει από την επίλυση του μοντέλου συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 2.....64
Σχήμα 4.16: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής ελαχιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης 2 με χρήση του μοντέλου μικτής διακριτής/συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα για την ζήτηση 1. 67
Σχήμα 4.17: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής ελαχιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης 2 με χρήση του μοντέλου συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα για την πρώτη ζήτηση 1. 67

Σχήμα 4.18: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής ελαχιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης 2 με χρήση του μοντέλου μικτής διακριτής/συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 2. 68
Σχήμα 4.19: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής ελαχιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης 2 με χρήση του μοντέλου συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 2. 69
Σχήμα 4.20: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής με χρήση του μοντέλου πολλαπλών αντικειμενικών συναρτήσεων συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 1. 76
Σχήμα 4.21: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής με χρήση του μοντέλου πολλαπλών αντικειμενικών συναρτήσεων συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 2. 77
Σχήμα 4.22: Παραγόμενη ποσότητα οικογενειών προϊόντων σε κάθε γραμμή παραγωγής με χρήση του μοντέλου βελτιστοποίησης πολλαπλών κριτηρίων συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 1. 78
Σχήμα 4.23: Παραγόμενη ποσότητα οικογενειών προϊόντων σε κάθε γραμμή παραγωγής με χρήση του μοντέλου βελτιστοποίησης πολλαπλών κριτηρίων συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 2. 78
Σχήμα 4.24: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής με χρήση βελτιστοποίησης πολλαπλών κριτηρίων του μοντέλου μικτού διακριτού/συνεχούς χρονικού ορίζοντα για την πρώτη ζήτηση. 81
Σχήμα 4.25: Παραγόμενη ποσότητα προϊόντων σε κάθε χρονική περίοδο με χρήση βελτιστοποίησης πολλαπλών κριτηρίων του μοντέλου μικτού διακριτού/συνεχούς χρονικού ορίζοντα σε περίπτωση ύπαρξης αποθεμάτων και προκαθορισμένων ημερομηνιών παράδοσης των προϊόντων. 82
Σχήμα 4.26: Ποσοστό συνεισφοράς προϋπάρχοντος αποθέματος στην κάλυψη της ζήτησης για τα προϊόντα της οικογένειας F2. 83
Σχήμα 4.27: Απόθεμα προϊόντων στο τέλος του διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα με χρήση βελτιστοποίησης πολλαπλών κριτηρίων του μοντέλου μικτού διακριτού/ συνεχούς χρονικού ορίζοντα σε περίπτωση ύπαρξης αποθεμάτων και προκαθορισμένων ημερομηνιών παράδοσης των προϊόντων. 84
Σχήμα 4.28: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής για τη μέγιστη ζήτηση προϊόντων, με το διαθέσιμο μηχανολογικό εξοπλισμό, ... 86

Σχήμα 4.29: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής για την προσθήκη επιπλέον γραμμής παραγωγής και αύξηση της ζήτησης κατά 45%. 87
Σχήμα 4.30: Παραγόμενη ποσότητα προϊόντων σε κάθε γραμμή παραγωγής με την προσθήκη νέας γραμμής παραγωγής και αύξηση της ζήτησης κατά 45%. 88

Σχήμα Β.1: Ποσοστό συνεισφοράς προϋπάρχοντος αποθέματος στην κάλυψη της ζήτησης για τα προϊόντα της οικογένειας F1.....117
Σχήμα Β.2: Ποσοστό συνεισφοράς προϋπάρχοντος αποθέματος στην κάλυψη της ζήτησης για τα προϊόντα της οικογένειας F3.....118
Σχήμα Β.3: Ποσοστό συνεισφοράς προϋπάρχοντος αποθέματος στην κάλυψη της ζήτησης για τα προϊόντα της οικογένειας F4.....118
Σχήμα Β.4: Ποσοστό συνεισφοράς προϋπάρχοντος αποθέματος στην κάλυψη της ζήτησης για τα προϊόντα της οικογένειας F5.....119
Σχήμα Β.5: Ποσοστό συνεισφοράς προϋπάρχοντος αποθέματος στην κάλυψη της ζήτησης για τα προϊόντα της οικογένειας F6.....119
Σχήμα Β.6: Ποσοστό συνεισφοράς προϋπάρχοντος αποθέματος στην κάλυψη της ζήτησης για τα προϊόντα της οικογένειας F7.....120
Σχήμα Β.7: Ποσοστό συνεισφοράς προϋπάρχοντος αποθέματος στην κάλυψη της ζήτησης για τα προϊόντα της οικογένειας F8.....120

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 2.1: Οικογένειες προϊόντων που μπορούν να επεξεργαστούν από κάθε γραμμή παραγωγής. 19
Πίνακας 4.1: Συγκριτικός πίνακας αποτελεσμάτων ελαχιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης 1 με χρήση των δύο αναπτυσσόμενων μοντέλων. 65
Πίνακας 4.2: Συγκριτικός πίνακας αποτελεσμάτων για την αντικειμενική συνάρτηση 2, με χρήση των δύο μοντέλων. 71
Πίνακας 4.3: Πίνακας συγκριτικών αποτελεσμάτων των μοντέλων βελτιστοποίησης μίας και πολλαπλών αντικειμενικών συναρτήσεων. 79
Πίνακας 4.4: Αποτελέσματα μεταβολής της ζήτησης. 85
Πίνακας Α.1: Πρώτη εβδομαδιαία ζήτηση προϊόντων, σε κιλά. 99
Πίνακας Α.2: Δεύτερη εβδομαδιαία ζήτηση προϊόντων, σε κιλά. 99
Πίνακας Α.3: Χρόνοι εναλλαγής οικογενειών προϊόντων, στη γραμμή παραγωγής m1, σε min. 100
Πίνακας Α.4: Χρόνοι εναλλαγής οικογενειών προϊόντων, στη γραμμή παραγωγής m2, σε min. 100
Πίνακας Α.5: Χρόνοι εναλλαγής οικογενειών προϊόντων, στη γραμμή παραγωγής m3, σε min. 100
Πίνακας Α.6: Χρόνοι εναλλαγής οικογενειών προϊόντων, στη γραμμή παραγωγής m4, σε min. 101
Πίνακας Α.7: Χρόνοι εναλλαγής οικογενειών προϊόντων, στη γραμμή παραγωγής m5, σε min. 101
Πίνακας Α.8: Χρόνοι εναλλαγής οικογενειών προϊόντων, στη γραμμή παραγωγής m6, σε min. 101
Πίνακας Α.9: Προϊόντα που ανήκουν σε κάθε οικογένεια προϊόντων. 102
Πίνακας Α.10: Προϊόντα που μπορούν να παραχθούν στην γραμμή παραγωγής m1. 104
Πίνακας Α.11: Προϊόντα που μπορούν να παραχθούν στην γραμμή παραγωγής m2. 105
Πίνακας Α.12: Προϊόντα που μπορούν να παραχθούν στην γραμμή παραγωγής m3. 106

Πίνακας Α.13: Προϊόντα που μπορούν να παραχθούν στην γραμμή παραγωγής m4. 107
Πίνακας Α.14: Προϊόντα που μπορούν να παραχθούν στην γραμμή παραγωγής m5. 108
Πίνακας Α.15: Προϊόντα που μπορούν να παραχθούν στην γραμμή παραγωγής m6. 110
Πίνακας Α.16: Ζήτηση προϊόντων με καθορισμένες ημερομηνίες παράδοσης, σε κιλά 111
Πίνακας Β.1: Χρόνοι επεξεργασίας προϊόντων της πρώτης εβδομαδιαίας ζήτησης για το μοντέλο μικτής διακριτής/συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα για την πρώτη αντικειμενική συνάρτηση, σε ώρες……..113
Πίνακας Β. 2: Χρόνοι επεξεργασίας προϊόντων της πρώτης εβδομαδιαίας ζήτησης για το μοντέλο συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα για την πρώτη αντικειμενική συνάρτηση, σε ώρες.....115

1 Εισαγωγή

Στη σύγχρονη εποχή, εξαιτίας των ταχέως μεταβαλλόμενων οικονομικών και πολιτικών συνθηκών σε παγκόσμια κλίμακα, η ανταγωνιστικότητα των επιχειρήσεων έχει ενταθεί. Δεδομένης της ολοένα και πιο ανταγωνιστικής παγκόσμιας αγοράς, το σύγχρονο επιχειρηματικό περιβάλλον, για να διασφαλίσει τη βιωσιμότητα και την ανάπτυξη του, επικεντρώνεται περισσότερο στη βελτίωση του τρόπου με τον οποίο σχεδιάζει τις δραστηριότητες του. Η κάλυψη της διαρκώς αυξανόμενης ζήτησης και των προσδοκιών των πελατών, η ευελιξία της παραγωγής και τα χαμηλότερα λειτουργικά κόστη έχουν γίνει αυτοσκοπός της σύγχρονης μεταποιητικής βιομηχανίας με την επίτευξη τους να απαιτεί, την ανάπτυξη και εφαρμογή αποτελεσματικών διαδικασιών λήψης αποφάσεων.

Ο χρονοπρογραμματισμός της παραγωγής αποτελεί μείζονος σημασίας διαδικασία λήψης αποφάσεων σε κάθε παραγωγική μονάδα, και διαδραματίζει σημαίνοντα ρόλο στη συνολική απόδοση της. Ο Pinedo (2012), ορίζει τον χρονοπρογραμματισμό της παραγωγής ως την κατανομή των διαθέσιμων πόρων μεταξύ ανταγωνιστικών διεργασιών που επιτελούνται εντός καθορισμένων χρονικών περιόδων. Κατά συνέπεια, κάθε πρόβλημα προγραμματισμού απαρτίζεται από τρία στοιχεία που χρήζουν χαρτογράφησης· τους πόρους (resources), τα καθήκοντα (tasks), και τον χρόνο. Αναλυτικότερα, οι απαιτούμενοι πόροι συνήθως περιλαμβάνουν τον εξοπλισμό για την επεξεργασία, την αποθήκευση και τη μεταφορά των υλών, το ανθρώπινο δυναμικό, τις βοηθητικές παροχές (π.χ. ατμό, ηλεκτρικό ρεύμα) κ.α., τα καθήκοντα συνήθως περιλαμβάνουν διεργασίες (π.χ. αντίδραση, διαχωρισμό, ανάμιξη, συσκευασία) που πρέπει να εκτελεστούν και ο χρόνος αντιπροσωπεύει τον χρονικό ορίζοντα εντός του οποίου πρέπει να εκτελεστούν οι διεργασίες, λαμβάνοντας υπόψη τη διαθεσιμότητα και τους περιορισμούς των απαιτούμενων πόρων, και συνήθως χρήζει βελτιστοποίησης.

Η βελτιστοποίηση του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής αποσκοπεί στην εύρεση λύσεων υψηλής ποιότητας που ικανοποιούν τους αντικειμενικούς στόχους που τίθενται από κάθε μονάδα παραγωγής, στο πρίσμα εξασφάλισης της βιωσιμότητας της. Οι τυπικοί αντικειμενικοί στόχοι που συναντώνται σε προβλήματα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής, αφορούν την ελαχιστοποίηση του κόστους ή τη μεγιστοποίηση του κέρδους, τη μεγιστοποίηση της παραγωγής, την ελαχιστοποίηση

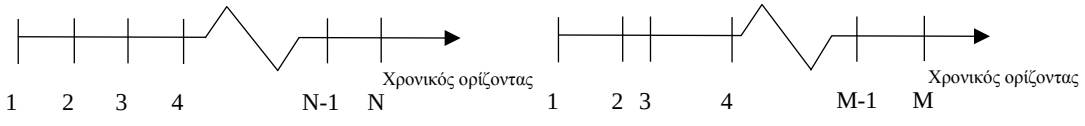
των αποθεμάτων (backlog), την ελαχιστοποίηση της απόκλισης από τους χρόνους παράδοσης των προϊόντων (earliness and tardiness), την ελαχιστοποίηση των χρόνων εναλλαγών μεταξύ των προϊόντων (changeover time), την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής (makespan) κ.α..

Οι σύγχρονες βιομηχανίες μεταποίησης, επιδίδονται στην παραγωγή ευρέος φάσματος προϊόντων, χρησιμοποιώντας ποικίλες παραγωγικές οδούς. Λόγω αυτής της ευελιξίας τους, ο προγραμματισμός τέτοιου είδους μονάδων, αποτελεί πρόβλημα υψηλής πολυπλοκότητας. Για τον λόγο αυτό, πληθώρα στρατηγικών για τη βελτιστοποίηση του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής έχει προταθεί από την ακαδημαϊκή κοινότητα, μεταξύ των οποίων και η ανάπτυξη μαθηματικών μοντέλων μικτού-ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (Mixed Integer Linear Programming - MILP). Για την ανάπτυξη ενός μαθηματικού μοντέλου του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής σε μεταποιητικές βιομηχανίες, κρίνεται σκόπιμο αρχικά να αποσαφηνιστεί το είδος των επιτελούμενων διεργασιών σε αυτές και ο τρόπος αναπαράστασης του διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα (Mendez et al., 2006).

Στις βιομηχανίες μεταποίησης η παραγωγική διαδικασία διακρίνεται σε διαδικασία συνεχούς, διαλείπουσας και ημι-συνεχούς (ημι-διαλείπουσας) λειτουργίας. Στην περίπτωση της παραγωγικής διαδικασίας συνεχούς λειτουργίας λαμβάνει χώρα συνεχής επεξεργασία των πρώτων υλών προς παραγωγή τελικών προϊόντων. Οι γραμμές παραγωγής τροφοδοτούνται συνεχώς με πρώτες ύλες και εξάγονται προϊόντα με σταθερό ρυθμό παραγωγής. Οι βιομηχανίες πετροχημικών προϊόντων αποτελούν συνήθη παραδείγματα παραγωγικής διαδικασίας συνεχούς λειτουργίας. Το πλεονέκτημα των διεργασιών συνεχούς λειτουργίας είναι η δυνατότητα επίτευξης υψηλής ποιότητας προϊόντων με ταυτόχρονη μείωση του κόστους παραγωγής και των αποβλήτων, για μαζική παραγωγή ομοειδών προϊόντων. Η παραγωγική διαδικασία διαλείπουσας λειτουργίας, αποτελεί μία μέθοδο παραγωγής στην οποία τα προϊόντα παράγονται σε παρτίδες μέσα σε ένα καθορισμένο χρονικό πλαίσιο. Στην περίπτωση της παραγωγικής διαδικασίας διαλείπουσας λειτουργίας, η διαδικασία της παραγωγής χωρίζεται σε επιμέρους στάδια. Σε κάθε στάδιο, επιτελείται μία συγκεκριμένη διεργασία στην διερχόμενη από αυτό παρτίδα και αυτή δεν μετακινείται στο επόμενο στάδιο της παραγωγικής διαδικασίας έως ότου ολοκληρωθεί ολόκληρη η παρτίδα. Η μέθοδος αυτή, συναντάται κυρίως στις βιομηχανίες φαρμακευτικών προϊόντων και τροφίμων. Τέλος, η παραγωγική διαδικασία ημι-συνεχούς λειτουργίας παρέχει μία

προσαρμοσμένη λειτουργία για ιδιαίτερα δυναμικά και αβέβαια περιβάλλοντα. Στην περίπτωση αυτή η παραγωγική διαδικασία λαμβάνει μέρος συνεχώς με ενδιάμεσες περιοδικές εκκινήσεις και παύσεις για τις μεταβάσεις των προϊόντων. Οι περισσότερες βιομηχανίες μεταποίησης επιλέγουν την ημι-συνεχή λειτουργία ως μέθοδο παραγωγής των προϊόντων, διότι καθιστά πιο ευέλικτη την παραγωγή και πιο αποδοτική την αξιοποίηση του διαθέσιμου μηχανολογικού εξοπλισμού (Kopanos, 2011).

Ανάλογα με το αν οι επιτελούμενες διεργασίες μπορούν να πραγματοποιηθούν μόνο σε χρονικές στιγμές εντός προκαθορισμένων χρονικών περιόδων ή μπορούν να συμβούν οποιαδήποτε στιγμή κατά τη διάρκεια του χρονικού ορίζοντα ενδιαφέροντος, εντοπίζονται δύο τρόποι αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα στα προβλήματα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής· η διακριτή (discrete time representation) και η συνεχής (continuous time representation). Κατά τη διακριτή αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα, γίνεται διαίρεση του διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα σε ένα πεπερασμένο αριθμό χρονικών διαστημάτων προκαθορισμένης διάρκειας, επιτάσσοντας στα γεγονότα που εισάγουν ασυνέχεια, όπως η έναρξη ή ο τερματισμός των διεργασιών, να πραγματώνονται μόνο εντός των ορίων αυτών των χρονικών διαστημάτων. Ωστόσο, η αύξηση του αριθμού των χρονικών διαστημάτων οδηγεί σε μοντέλα υψηλής πολυπλοκότητας. Κατά την συνεχή αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα, ο ορίζοντας διακρίνεται σε σαφώς μικρότερο αριθμό χρονικών διαστημάτων, το μέγεθος των οποίων αποτελεί μέρος της λύσης του προβλήματος. Η επιλογή του κατάλληλου τρόπου αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα σε κάθε πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής, εξαρτάται από το είδος της επιτελούμενης διεργασίας, τους περιορισμούς του προβλήματος και την αντικειμενική συνάρτηση που δύναται να βελτιστοποιηθεί. Η έννοια της διακριτής και συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, αποσαφηνίζεται μέσω του Σχήματος 1.1.



Διακριτός χρονικός ορίζοντας

Συνεχής χρονικός ορίζοντας

Σχήμα 1.1: Διακριτή και συνεχής αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα.

Κομβικό σημείο στην ιστορία του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής, μονάδων παραγωγής πολλαπλών λειτουργιών, υπήρξε η εισαγωγή του μοντέλου αναπαράστασης διεργασιών State-Task-Network (STN). Το διακριτικό χαρακτηριστικό της αναπαράστασης διεργασιών STN, είναι ότι αποτελείται από δύο κόμβους, τους πόρους (states) που αντιπροσωπεύουν τις πρώτες ύλες, τα ενδιάμεσα και τα τελικά προϊόντα, και τις διεργασίες (task) που αντιπροσωπεύουν τις διεργασίες που λαμβάνουν έναν ή περισσότερους πόρους (states) στην είσοδο τους και τον μετασχηματίζουν σε έναν ή περισσότερους πόρους (states) στην έξοδο τους. Σε ένα STN διάγραμμα, οι πόροι αναπαρίστανται με κύκλους και οι διεργασίες με ορθογώνια, και συνδέονται μεταξύ τους με βέλη, που δείχνουν την αλληλουχία των επιτελούμενων διεργασιών (Kondili, Pantelides & Sargent, 1993). Με βάση την αναπαράσταση STN οι Kondili et al., (1993) παρουσίασαν ένα μοντέλο μικτού-ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP) για τον βραχυπρόθεσμο χρονοπρογραμματισμό παραγωγής σε διεργασίες διαλείπουσας λειτουργίας. Το μοντέλο αυτό βασίστηκε σε δυαδικές μεταβλητές, που ορίζουν εάν οι διεργασίες αρχίζουν να εκτελούνται σε συγκεκριμένες γραμμές παραγωγής στην αρχή του κάθε χρονικού διαστήματος. Βασικές μεταβλητές του προβλήματος, αποτελούν επίσης το μέγεθος της παρτίδας που υφίσταται επεξεργασία κατά την εκτέλεση μίας διεργασίας, η ποσότητα των ενδιάμεσων προϊόντων που δύναται να αποθηκευτούν μετά το πέρας κάθε διεργασίας και η ποσότητα των απαιτούμενων βοηθητικών παροχών που απαιτούνται για κάθε διεργασία κατά τη διάρκεια κάθε χρονικού διαστήματος. Το μοντέλο αυτό, λαμβάνει παράλληλα υπ' όψιν περιορισμούς χρήσης του μηχανολογικού εξοπλισμού, των βοηθητικών παροχών, της δυναμικότητας καθώς και τα ισοζύγια μάζας. Το βασικό μειονέκτημα του μοντέλου, εντοπίζεται στην έλλειψη ικανότητας επίλυσης προβλημάτων υψηλής πολυπλοκότητας, κυρίως λόγω των περιορισμών του διακριτού χρονικού ορίζοντα, που οδηγούν σε ένα μοντέλο με υψηλό υπολογιστικό κόστος. Οι Giannelos και Georgiadis (2002), παρουσίασαν ένα μοντέλο μικτού-ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP) για συνεχείς διεργασίες πολλαπλών λειτουργιών, βασισμένο στην αναπαράσταση του STN σε συνδυασμό με μία συνεχή αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα. Η αντικειμενική συνάρτηση που μελετήθηκε αφορά τη μεγιστοποίηση του συνολικού κέρδους.

Αργότερα, ο Pantelides (1994) εισήγαγε το πιο γενικό μοντέλο αναπαράστασης διεργασιών Resource-Task-Network (RTN). Το κύριο χαρακτηριστικό της αναπαράστασης RTN, είναι η ομοιόμορφη περιγραφή όλων των διαθέσιμων παραγωγικών πόρων. Σε αντίθεση με την αναπαράσταση STN, στην αναπαράσταση RTN η έννοια των πόρων είναι πιο γενική και περιλαμβάνει όλες τις οντότητες που συμμετέχουν στα στάδια της παραγωγικής διαδικασίας, όπως υλικά (πρώτες ύλες, ενδιάμεσα και τελικά προϊόντα), εξοπλισμό επεξεργασίας και αποθήκευσης των προϊόντων (δεξαμενές, αντιδραστήρες κλπ.), βοηθητικές παροχές (ενέργεια, ατμός κλπ.) καθώς και τις συνθήκες του χρησιμοποιούμενου εξοπλισμού (καθαρό, βρώμικο). Το κύριο πλεονέκτημα του RTN έναντι του STN μοντέλου αναπαράστασης διεργασιών έγκειται στην εννοιολογική του απλότητα και στην άμεση εφαρμογή του σε μεγάλο αριθμό σύνθετων προβλημάτων προγραμματισμού παραγωγής. Εμπνευσμένοι από την εργασία του Pantelides (1994), οι Schilling και Pantelides (1996) παρουσίασαν ένα μαθηματικό μοντέλο μικτού-ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP) βασισμένο στην αναπαράσταση του RTN. Η διατύπωση αυτή βασίζεται σε μία συνεχή αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα. Η αδυναμία επίλυσης του προβλήματος, λόγω μεγάλης πολυπλοκότητας της λύσης, οδήγησε στην χρήση ενός νέου «διακλάδωσης και οριοθέτησης» αλγορίθμου (branch and bound algorithm), με στόχο τη μείωση του υπολογιστικού κόστους και την επίλυση προβλημάτων υψηλότερης πολυπλοκότητας. Επίσης, οι Castro et al. (2004) παρουσίασαν ένα μαθηματικό μοντέλο μικτού-ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP) βασισμένο στην αναπαράσταση του RTN για τον χρονοπρογραμματισμό παραγωγής σε διεργασίες συνεχούς ή/και διαλείπουσας λειτουργίας. Η διατύπωση του προβλήματος βασίστηκε σε συνεχή αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα και εξετάστηκαν δύο ρεαλιστικά βιομηχανικά προβλήματα, όπου μελετήθηκαν τρεις διαφορετικές περιπτώσεις αποθηκευτικής δυναμικότητας για μία βιομηχανία συνεχούς και μία διαλείπουσας λειτουργίας. Τα αποτελέσματα κρίνονται ιδιαίτερα σημαντικά, καθώς η βέλτιστη λύση του μοντέλου αυτού δίνει τη δυνατότητα πεπερασμένης αποθήκευσης αποθεμάτων μέσα στις «διεργασίες» (tasks) επεξεργασίας των πρώτων υλών και των ενδιάμεσων και τελικών προϊόντων.

Πέραν των μοντέλων αναπαράστασης διεργασιών μέσω δικτύων (Network-based models), έχουν προταθεί μαθηματικά μοντέλα που χρησιμοποιούν την έννοια της προτεραιότητας των επιτελούμενων διεργασιών (precedence-based models). Τα

μοντέλα αυτά, διακρίνοντα για την ικανότητα χειρισμού εξαρτημένων από την αλληλουχία δραστηριοτήτων (sequence-dependent activities), όπως είναι οι εναλλαγές που πραγματοποιούνται μεταξύ προϊόντων (Aguirre, Liu & Papageorgiou, 2017). Για τα μοντέλα που βασίζονται στην προτεραιότητα εισήχθη για πρώτη φορά η βασική ιδέα της διάκρισης των μεταβλητών κατανομής και αλληλουχίας των προϊόντων σε δύο διαφορετικά σύνολα δυαδικών μεταβλητών (Méndez, Henning & Cerdá, 2000). Οι δυαδικές μεταβλητές αλληλουχίας εισάγονται για την επιβολή σχέσεων προτεραιότητας μεταξύ των επιτελούμενων διεργασιών και την εξασφάλιση της δημιουργίας ενός εφικτού χρονοδιαγράμματος παραγωγής, αποκλείοντας τις περιπτώσεις εκτέλεσης πολλαπλών διεργασιών ταυτόχρονα στην ίδια γραμμή παραγωγής. Υπάρχουν δύο τύποι μεταβλητών αλληλουχίας που εντοπίζονται στα μοντέλα με βάση την προτεραιότητα και τα διακρίνουν σε άμεσης και γενικής προτεραιότητας. Στα μοντέλα γενικής προτεραιότητας, καθιερώνονται οι αλληλουχίες μεταξύ όλων των ζευγών διεργασιών ενώ στα μοντέλα άμεσης προτεραιότητας οι αλληλουχίες δημιουργούνται μόνο μεταξύ διαδοχικών ζευγών διεργασιών. Οι Gupta και Karimi (2003), ανέπτυξαν ένα μοντέλο μικτού-ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP) βασισμένο στο μοντέλο γενικής προτεραιότητας. Το μοντέλο, διατυπώνεται για συνεχή αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα και λαμβάνει υπ’ όψιν του χαρακτηριστικά που εντοπίζονται σε ρεαλιστικά προβλήματα όπως είναι οι ημερομηνίες παράδοσης των προϊόντων στους πελάτες, οι εξαρτώμενες από την αλληλουχία εναλλαγές προϊόντων κ.α.. Σημαντική υπήρξε και η αρωγή των Kopanos, Puigjaner και Maravelias (2011), που παρουσίασαν ένα μοντέλο μικτού-ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP) για τον προγραμματισμό διεργασιών συνεχούς λειτουργίας ενός σταδίου, στις οποίες παράγεται πλήθος προϊόντων, που ομαδοποιούνται σε οικογένειες προϊόντων. Το υπό μελέτη μοντέλο, εστιάζει στο στάδιο της συσκευασίας σε διεργασίες συνεχούς και διαλείπουσας λειτουργίας. Η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου αφορά την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους, συμπεριλαμβανομένου του κόστους λειτουργίας, αποθήκευσης και αλλαγών μεταξύ των προϊόντων. Το μαθηματικό μοντέλο λαμβάνει υπ’ όψιν περιορισμούς αλληλουχίας των οικογενειών των προϊόντων, χρονικούς περιορισμούς, περιορισμούς μεγέθους παρτίδας των προϊόντων, περιορισμούς εναλλαγών μεταξύ των προϊόντων, και περιορισμούς παραγωγικής δυναμικότητας, ενώ μέσω της λύσης προσδιορίζεται η παραγόμενη ποσότητα και το απόθεμα.

Οι συνεισφορές, που αναπτύχθηκαν ανωτέρω, αφορούν κυρίως προβλήματα μικρής ή μεσαίας κλίμακας, τα οποία δεν αντιπροσωπεύουν το μέγεθος και την πολυπλοκότητα των ρεαλιστικών βιομηχανικών προβλημάτων. Στοχεύοντας στην αποκλιμάκωση του χάσματος μεταξύ της ακαδημαϊκής έρευνας και της βιομηχανικής πρακτικής, πολλοί ερευνητές επιδίδονται στην ανάπτυξη μαθηματικών μοντέλων χρονοπρογραμματισμού παραγωγής που αφορούν ρεαλιστικά βιομηχανικά προβλήματα με δεδομένα και περιορισμούς που εξειδικεύονται στις ιδιαιτερότητες παραγωγής της κάθε μονάδας παραγωγής. (Georgiadis et al., 2020).

Οι βιομηχανίες μορφοποίησης πολυμερών, αποτέλεσαν από πολύ νωρίς σημείο ενδιαφέροντος για την ερευνητική κοινότητα. Η ταχεία ανάπτυξη τους, η πολυπλοκότητα των επιτελούμενων διεργασιών σε αυτές και η ποικιλομορφία των προϊόντων που δύνανται να παράξουν, καθιστά επιτακτική την ανάγκη ανάπτυξης μαθηματικών μοντέλων χρονοπρογραμματισμού παραγωγής για την εξασφάλιση εφικτών χρονοδιαγραμμάτων παραγωγής, στις μονάδες αυτές. Ακολούθως, παρουσιάζονται οι σημαντικότερες συνεισφορές στη βιβλιογραφία που αφορούν την ανάπτυξη μαθηματικών μοντέλων σε βιομηχανίες μορφοποίησης πολυμερών.

Οι Pinto και Grossman (1995), ανέπτυξαν ένα μοντέλο για τον βραχυπρόθεσμο χρονοπρογραμματισμό παραγωγής σε διεργασίες διαλείπουσας λειτουργίας πολλαπλών σταδίων που διενεργούνται σε παράλληλες γραμμές παραγωγής. Το μοντέλο, εφαρμόστηκε για το χρονοπρογραμματισμό παραγωγής μίας βιομηχανίας μορφοποίησης πολυμερών, που αποτελείται από 4 παράλληλες γραμμές παραγωγής. Η επιτελούμενη διεργασία είναι συνεχούς λειτουργίας, ενός σταδίου. Το προτεινόμενο μοντέλο είναι μικτού-ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP) και αναπτύσσεται για συνεχή αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα, ενώ η αντικειμενική συνάρτηση αποσκοπεί στην ελαχιστοποίηση της απόκλισης από τους χρόνους παράδοσης των προϊόντων (earliness). Το ίδιο πρόβλημα, μελετήθηκε αργότερα και από τους Kopanos, Lainez και Puigjaner (2009) που διατύπωσαν ένα μοντέλο μικτού-ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP) για την αντιμετώπιση εξαρτώμενων από την αλληλουχία ζητημάτων (χρόνοι εκκίνησης, κόστος κ.α.) σε διεργασίες διαλείπουσας λειτουργίας. Το μοντέλο περιλαμβάνει μεταβλητές γενικής προτεραιότητας και λαμβάνει υπόψη απαγορευμένες αλληλουχίες μεταξύ προϊόντων. Η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου, αποσκοπεί στην ελαχιστοποίηση της

απόκλισης από τους χρόνους παράδοσης των προϊόντων στην αγορά (earliness and tardiness).

Οι Schulz, Engell και Rudolf (1998) ανέπτυξαν ένα μοντέλο μικτού-ακέραιου μη γραμμικού προγραμματισμού (Mixed-Integer Non Linear Programming - MINLP), το οποίο εφάρμοσαν για το χρονοπρογραμματισμού παραγωγής σε μία βιομηχανία παραγωγής και μορφοποίησης πολυστυρενίου. Η υπό μελέτη βιομηχανική μονάδα διακρίνεται σε δύο στάδια, αυτό της αντίδρασης πολυμερισμού (διαλείπουσας λειτουργίας) και αυτό της επεξεργασίας του πολυστυρενίου προς παραγωγή κόκκων πολυστυρενίου (συνεχούς λειτουργίας). Το πρόβλημα κρίνεται ιδιαίτερα πολύπλοκο λόγω της πληθώρας μεταβλητών, γεγονός που αυξάνει το υπολογιστικό κόστος της επίλυσης του. Το μοντέλο απαρτίζεται από δύο αντικειμενικές συναρτήσεις· η πρώτη αποσκοπεί στην ελαχιστοποίηση της απόκλισης από τους χρόνους παράδοσης των προϊόντων στην αγορά (earliness and tardiness), ενώ η δεύτερη στην ελαχιστοποίηση του παραγόμενου αποθέματος.

Οι Wang et al. (2000) διατύπωσαν έναν γενετικό αλγόριθμο (Genetic Algorithms - GAs) για το χρονοπρογραμματισμό παραγωγής μίας βιομηχανικής μονάδας παραγωγής και μορφοποίησης πολυστυρενίου, διαλείπουσας λειτουργίας. Στα μοντέλα γενετικών αλγορίθμων, η περιγραφή του προβλήματος πραγματοποιείται μέσω προσομοίωσης έναντι της μαθηματικής μοντελοποίησης που χρησιμοποιείται κατά κόρον στον τομέα της βελτιστοποίησης χρονοπρογραμματισμού παραγωγής. Το προτεινόμενο μοντέλο, οδηγεί σε πιο αποδοτικές λύσεις με μικρό υπολογιστικό κόστος, συγκρινόμενο με τα μοντέλα μικτού-ακέραιου μη γραμμικού προγραμματισμού (MINLP) που έχουν διατυπωθεί για το χρονοπρογραμματισμό παραγωγής βιομηχανιών επεξεργασίας πολυμερών ίδιας κλίμακας μεγέθους.

Οι Castro, Barbosa-Póvoa και Matos (2002), διατύπωσαν ένα μοντέλο μικτού-ακέραιου μη γραμμικού προγραμματισμού (MINLP) για το βραχυπρόθεσμο χρονοπρογραμματισμό παραγωγής μίας βιομηχανίας κατεργασίας πολυμερών. Η παραγωγική διαδικασία της μονάδας είναι διαλείπουσας λειτουργίας και επιδίδεται στην παραγωγή πάνω από 1000 τελικών προϊόντων τα οποία ομαδοποιούνται σε 15 οικογένειες προϊόντων. Το μοντέλο είναι βασισμένο στην αναπαράσταση του RTN, αναπτύσσεται για διακριτή αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα και αποτελείται

από δύο αντικειμενικές συναρτήσεις που αποσκοπούν στη μεγιστοποίηση της παραγωγής και στην ελαχιστοποίηση του χρόνου εναλλαγών μεταξύ των προϊόντων.

Οι Yi και Reklaitis (2003), παρουσίασαν ένα μοντέλο μικτού-ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP) για τον χρονοπρογραμματισμό παραγωγής σε βιομηχανικές μονάδες παραγωγής και κατεργασίας πολυμερών, πολλαπλών σταδίων παραγωγής. Τα δεδομένα λήφθηκαν από 5 βιομηχανικές μονάδες, ενώ το μαθηματικό μοντέλο εστιάζει στα στάδια της εξώθησης και της συσκευασίας. Η υπό μελέτη αντικειμενική συνάρτηση αποσκοπεί στην μεγιστοποίηση του κέρδους.

Οι Shaik et al. (2007), διατύπωσαν ένα μαθηματικό μοντέλο για το βραχυπρόθεσμο και μεσοπρόθεσμο χρονοπρογραμματισμό παραγωγής σε μια μεγάλης κλίμακας βιομηχανική μονάδα κατεργασίας πολυμερών. Στο εξεταζόμενο πρόβλημα, η βιομηχανική μονάδα αποτελείται από 10 παράλληλες μηχανές εξώθησης πολυμερών από τις οποίες παράγονται 100 διαφορετικά προϊόντα, 65 διαφορετικών ποικιλιών, σε χρονικό ορίζοντα ενός μήνα, ενώ η διεργασία παραγωγής είναι συνεχούς λειτουργίας. Το πρόβλημα λαμβάνει υπ' όψιν ειδικούς περιορισμούς που τίθενται από την βιομηχανία και αφορούν περιορισμούς λειτουργίας της μονάδας τα Σαββατοκύριακα, περιορισμούς διαθεσιμότητας των πρώτων υλών και περιορισμούς στις αλλαγές μεταξύ των παραγόμενων προϊόντων. Η αντικειμενική συνάρτηση εξετάζει την ελαχιστοποίηση «ποινών» που αφορούν την ελάχιστη και τη μέγιστη επιτρεπόμενη παραγωγή, την απόκλιση από τους χρόνους παράδοσης των προϊόντων, την ελάχιστη παραγωγική δυναμικότητα του εξωθητήρα, την ελαχιστοποίηση της αδράνειας των γραμμών παραγωγής με στόχο την μεγιστοποίηση της συνολικής παραγωγικότητας.

Οι Chen, Papageorgiou και Pinto (2008), πρότειναν ένα μαθηματικό μοντέλο για το μεσοπρόθεσμο χρονοπρογραμματισμό παραγωγής σε μία βιομηχανία μορφοποίησης πολυμερών η οποία επιδίδεται στην παραγωγή πολλών προϊόντων. Η διεργασία παραγωγής είναι συνεχούς λειτουργίας ενός σταδίου και επιτελείται σε μία γραμμή παραγωγής. Πρόκειται για ένα μοντέλο μικτού-ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP) που διατυπώνεται για μικτή διακριτή/συνεχή αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα. Το πρόβλημα απαρτίζεται από περιορισμούς αποθηκευτικής δυναμικότητας των αποθηκών της εγκατάστασης και περιορισμούς προκαθορισμένων ημερομηνιών παράδοσης των προϊόντων στους πελάτες. Η αντικειμενική συνάρτηση στοχεύει στην μεγιστοποίηση του κέρδους. Το παραπάνω

πρόβλημα μελετήθηκε και από τους Liu, Pinto και Papageorgiou (2008). Η διαφοροποίηση του προτεινόμενου μοντέλου από το ανωτέρω, έγκειται στην ένταξη σε αυτό των περιορισμών του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή (Traveling Salesman Problem - TSP). Το μοντέλο αναπτύσσεται για μικτή διακριτή/συνεχή αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα και η αντικειμενική συνάρτηση στοχεύει στη μεγιστοποίηση του κέρδους. Συγκρινόμενο με τα ήδη υπάρχοντα μοντέλα, το μοντέλο αυτό οδηγεί σε βέλτιστες λύσεις με μειωμένο υπολογιστικό κόστος.

Ο Leung (2009), παρουσίασε ένα μοντέλο μικτού-ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP) για το χρονοπρογραμματισμού παραγωγής μίας μονάδας μορφοποίησης πολυμερών. Η μονάδα αποτελείται από παράλληλες γραμμές παραγωγής, που επιδίδονται στην παραγωγή πολλαπλών προϊόντων. Η αντικειμενική συνάρτηση αποσκοπεί στην ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους. Μια σημαντική καινοτομία της μελέτης αυτής, είναι η εξέταση των περιορισμών ποιότητας των προϊόντων. Συγκεκριμένα, ενσωματώθηκε στο μοντέλο ο ρυθμός ροής του εκβολέα που αποτελεί τον «συνδετικό κρίκο» μεταξύ της θερμοκρασίας του πολυμερικού τήγματος και του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής. Συναφής ήταν και η μελέτη των Younes et al. (2013), οι οποίοι διατύπωσαν ένα μοντέλο μικτού ακέραιου μη γραμμικού προγραμματισμού (MINLP) για το χρονοπρογραμματισμό παραγωγής μίας βιομηχανίας κατεργασίας πολυμερών. Το προτεινόμενο μοντέλο λαμβάνει υπ' όψιν του ποιοτικούς περιορισμούς και διατυπώνεται για δύο αντικειμενικές συναρτήσεις που στοχεύουν στην ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους και στην ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής (makespan).

Οι Subbiah και Engell (2010), παρουσίασαν ένα μαθηματικό μοντέλο για το μεσοπρόθεσμο χρονοπρογραμματισμό παραγωγής μίας βιομηχανίας κατεργασίας πολυμερών στην οποία λαμβάνουν χώρα εξαρτώμενες από την αλληλουχία εναλλαγές προϊόντων (sequence-dependent changeover). Πρόκειται για ένα μοντέλο χρονικού αυτοματισμού (timed automata - TA), και η αντικειμενική συνάρτησή του, αποσκοπεί στην ελαχιστοποίηση της απόκλισης από τους χρόνους παράδοσης των προϊόντων στην αγορά (earliness and tardiness). Από την σύγκριση των αποτελεσμάτων αυτού του μοντέλου και των ήδη υπαρχόντων μοντέλων μικτού-ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP), που έχουν προταθεί στη βιβλιογραφία, διαφαίνεται πως το μοντέλο χρονικού αυτοματισμού επιτυγχάνει πιο αποδοτικές λύσεις με ταυτόχρονη μείωση του υπολογιστικού κόστους.

Συχνά, κρίνεται απαραίτητη κατά τον χρονοπρογραμματισμό παραγωγής η ταυτόχρονη βελτιστοποίηση περισσότερων του ενός στόχων. Για τον λόγο αυτό, αναπτύχθηκαν τα μοντέλα πολλαπλών αντικειμενικών κριτηρίων μαθηματικού προγραμματισμού (Multi-Objective Mathematical Programming MOMP), τα οποία στοχεύουν ταυτόχρονα στην βελτιστοποίηση πολλαπλών αντικειμενικών συναρτήσεων. Στα μοντέλα αυτά η έννοια της βέλτιστης λύσης αντικαθίσταται από την έννοια της «πιο προτιμώμενης» λύσης ή λύσης Pareto. Οι λύσεις Pareto δεν μπορούν να βελτιστοποιήσουν μία αντικειμενική συνάρτηση χωρίς να επιδεινωθεί η απόδοση των υπολοίπων, γεγονός που εξηγεί την αδυναμία ύπαρξης μιας βέλτιστης λύσης. (Mavrotas, 2009).

Ο Sawik (2007), διατύπωσε ένα μοντέλο για το μακροπρόθεσμο χρονοπρογραμματισμό παραγωγής μίας βιομηχανίας παραγωγής προϊόντων κατά παραγγελία. Το συγκεκριμένο μοντέλο αποσκοπεί στην ταυτόχρονη βελτιστοποίηση δύο αντικειμενικών συναρτήσεων. Η πρώτη αντικειμενική συνάρτηση, αποσκοπεί στην ελαχιστοποίηση του αριθμού των καθυστερημένων παραγγελιών στους πελάτες, ενώ η δεύτερη στην ελαχιστοποίηση του συνολικού παραγόμενου αποθέματος.

Αργότερα, οι Bukchin et al. (2010), ανέπτυξαν ένα μοντέλο μικτού-ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού το οποίο βασίζεται στην διαίρεση της παραγωγής σε παρτίδες (lot-splitting), σε περιβάλλοντα ροής. Σε αντίθεση με προηγούμενες προσεγγίσεις, το μοντέλο αυτό βασίζεται στη βελτιστοποίηση με χρήση πολλαπλών κριτηρίων και απαρτίζεται από δύο αντικειμενικές συναρτήσεις· η μία έχει ως στόχο την ελαχιστοποίηση του χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής (makespan), ενώ η δεύτερη την ελαχιστοποίηση του χρόνου ροής μιας παρτίδας (flowtime).

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, μελετάται η βελτιστοποίηση του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής σε μία βιομηχανία παραγωγής πολυμερικών φιλμ για αγροτικές εφαρμογές. Η παραγωγική διαδικασία της βιομηχανίας, αποτελεί μία ιδιαίτερα σύνθετη διεργασία συνεχούς λειτουργίας, κατά την οποία παράγεται μία πληθώρα τελικών προϊόντων, που ομαδοποιούνται σε οικογένειες προϊόντων. Οι στόχοι του προβλήματος εντοπίζονται στην ελαχιστοποίηση του χρόνου εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών των προϊόντων (changeover time) και στην ελαχιστοποίηση του χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής (makespan).

Η διατριβή αυτή οργανώνεται ως εξής:

Στην δεύτερη ενότητα, πραγματοποιείται αναλυτική περιγραφή της παραγωγικής διαδικασίας που ακολουθείται για την παραγωγή πολυμερικών φιλμ στην υπό μελέτη εγκατάσταση, ενώ ταυτόχρονα παρουσιάζονται τα δεδομένα για τη βελτιστοποίηση του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής. Στην τρίτη ενότητα, αναπτύσσονται δύο μαθηματικά μοντέλα-προσεγγίσεις του προβλήματος, καθένα από τα οποία αντιστοιχεί σε διαφορετική αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα ενώ ταυτόχρονα, λαμβάνει χώρα αναλυτική περιγραφή των περιορισμών από τους οποίους απαρτίζονται. Στην τέταρτη ενότητα, παρουσιάζονται και αναλύονται τα αποτελέσματα επίλυσης του κάθε μοντέλου και εξετάζονται διάφορες μελέτες περίπτωσης. Τέλος, στην πέμπτη ενότητα συνοψίζονται τα συμπεράσματα που προέκυψαν κατά την επίλυση του προβλήματος του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής της υπό μελέτη μονάδας και εξάγονται προτάσεις για περεταίρω έρευνα και ανάπτυξη του μοντέλου.

2 Παραγωγική Διαδικασία

2.1 Η εταιρία Δάιος Πλαστικά Α.Β.Ε.Ε

Η εταιρία Δάιος Πλαστικά Α.Β.Ε.Ε., ιδρύθηκε το 1974 με κύριο αντικείμενο την παραγωγή πλαστικών σάκων. Σε σύντομο όμως χρονικό διάστημα, προσανατολίστηκε αποκλειστικά στην παραγωγή εξειδικευμένων προϊόντων για αγροτικές εφαρμογές. Από τότε, έχει δημιουργηθεί μία σειρά από εξαιρετικά καινοτόμα και διαφοροποιημένα προϊόντα σε μια συνεχή και ένθερμη προσπάθεια ικανοποίησης των αναγκών της αγοράς.

Φιλοσοφία της εταιρίας είναι η ανάπτυξη και η καινοτομία. Κατέχοντας ένα εντυπωσιακό ιστορικό με περισσότερες από 40 ευρωπαϊκές και παγκόσμιες πατέντες, η εταιρεία είναι ένας από τους ηγέτες στην παραγωγή καινοτόμων και διαφοροποιημένων προϊόντων που αποτελούν εργαλεία για την ανάπτυξη μιας σειράς από δυναμικές και απαιτητικές αγροτικές καλλιέργειες. Στα πλαίσια της έρευνας και ανάπτυξης, η εταιρία έρχεται πιο κοντά στους πελάτες της καθώς και σε αγρονομικά ινστιτούτα, ερευνητικά κέντρα και πανεπιστημιακά ιδρύματα.

Τα κύρια προϊόντα της εταιρίας είναι πολυμερικά φιλμ για αγροτικές καλλιέργειες, τα οποία ανάλογα με τις ιδιότητες και την χρήση τους, διακρίνονται σε: φιλμ αντιβρόχινης προστασίας, φιλμ κάλυψης θερμοκηπίων, φιλμ κάλυψης σπαραγγιού, φιλμ για χαμηλά τούνελ, φιλμ εδαφοκάλυψης, φιλμ για βιομηχανική συσκευασία και σωλήνες στάγδην άρδευσης.

Χωροταξικά η βιομηχανική μονάδα απαρτίζεται από τους χώρους της παραγωγής συμπεριλαμβανομένου και του εργαστηρίου ποιοτικού ελέγχου, τις αποθήκες πρώτων υλών και τελικών προϊόντων που βρίσκονται μέσα στην εγκατάσταση και δίπλα στον χώρο παραγωγής, και το λογιστήριο.

2.2 Περιγραφή Παραγωγικής Διαδικασίας

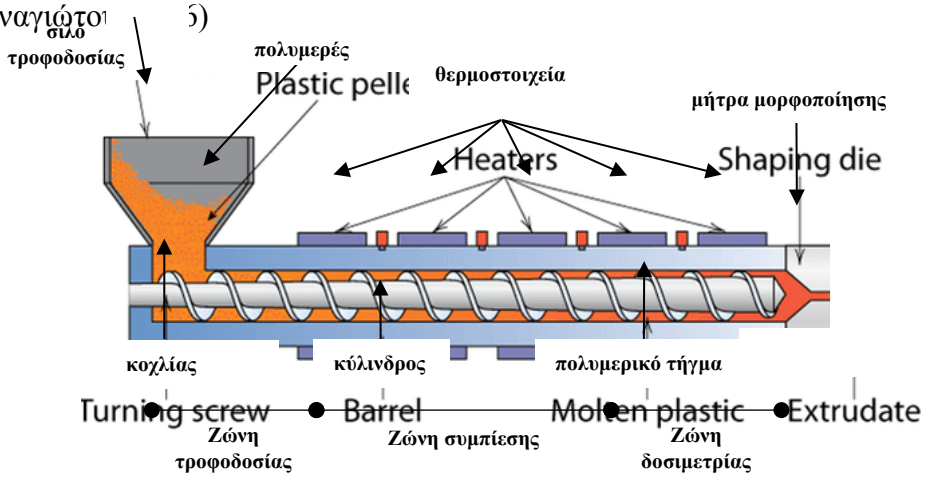
Στο παρόν κεφάλαιο, πραγματοποιείται λεπτομερής περιγραφή της παραγωγικής διαδικασίας των πολυμερικών φιλμ της εταιρίας Δάιος Πλαστικά Α.Β.Ε.Ε.. Πρόκειται για μία διεργασία συνεχούς λειτουργίας, ενός σταδίου που επιτελείται σε παράλληλες

γραμμές παραγωγής. Για την παραγωγή των πολυμερικών φιλμ χρησιμοποιείται η τεχνική της εξώθησης και εμφύσησης (blown film extrusion). Ακολούθως, αναφέρονται αρχικά οι κύριες πρώτες ύλες που χρησιμοποιούνται για την παραγωγή πολυμερικών φιλμ και εν συνεχεία, πραγματοποιείται αναλυτική περιγραφή της διαδικασίας παραγωγής τους.

Ως πρώτη ύλη, χρησιμοποιείται πολυαιθυλένιο (PE), το οποίο μπορεί να είναι χαμηλής πυκνότητας πολυαιθυλένιο (LDPE), υψηλής πυκνότητας πολυαιθυλένιο (HDPE), γραμμικό πολυαιθυλένιο χαμηλής πυκνότητας (LLDPE) ή πολυαιθυλένιο μεταλλοκενίου (mPE). Στο πλείστο των περιπτώσεων, το υλικό που μορφοποιείται, είναι ένα μίγμα του βασικού πολυμερούς μαζί με πολυμερικά πρόσθετα (additives) σε ποικίλη αναλογία. Τα πολυμερικά πρόσθετα, χρησιμοποιούνται για να διευκολύνουν την κατεργασία των πολυμερών ή/και για να προσδώσουν επιπλέον επιθυμητές ιδιότητες στο τελικό προϊόν. Τυπικά πρόσθετα υλικά που χρησιμοποιούνται για την παραγωγή εμφυσημένων φύλλων, είναι τα πρόσθετα αντι-μπλοκαρίσματος (Antiblocks), που αναστέλλουν την κολλώδη ιδιότητα (μπλοκάρισμα) των επιφανειών πλαστικών φύλλων, τα αντιοξειδωτικά (Antioxidants), που αναστέλλουν την οξείδωση πολυμερών, η οποία οδηγεί σε μοριακή υποβάθμιση τους, τα αντιστατικά (Antistats), που συμβάλλουν στην ελαχιστοποίηση της συσσώρευσης στατικών φορτίων στις επιφάνειες των πολυμερικών φύλλων, οι χρωστικές ουσίες (Colorants), που χρησιμοποιούνται κυρίως για να προσδώσουν χρώμα στα φύλλα, αλλά μπορούν να επιτευχθούν και δευτερεύοντα οφέλη από την χρήση τους, όπως για παράδειγμα η υπεριώδης απορροφητική ικανότητα της αιθάλης (carbon black), τα λιπαντικά (Lubricants), που χρησιμοποιούνται για εξωτερική και εσωτερική λίπανση και τα βοηθητικά κατεργασίας (processing aids) (Rauwendaal, 2014).

Η παραγωγική διαδικασία των πολυμερικών φιλμ, εκκινεί με την τροφοδοσία της πρώτης ύλης (παρθένας ή/και αναγεννημένης) και των πολυμερικών πρόσθετων (additives) στον εξωθητήρα ή εκβολέα (extruder). Οι πρώτες ύλες και οι πρόσθετες ουσίες βρίσκονται σε μορφή κόκκων (pellets) και η τροφοδοσία τους γίνεται με αυτόματα δοσομετρικά συστήματα ώστε να διασφαλίζεται η ομοιογένεια του μίγματος. Κάθε δοσομετρικό σύστημα αποτελείται από έναν αριθμό χοανών και ένα σύστημα ανάμιξης για τη λήψη και την ανάμιξη της τροφοδοσίας.

Εν συνεχεία, η πρώτη ύλη υφίσταται επεξεργασία στον εκβολέα (extruder), ο οποίος αποτελεί την καρδιά της διαδικασίας εξώθησης και αναμφισβήτητα το σημαντικότερο τμήμα του εξοπλισμού της. Μέσα στον εκβολέα, πραγματοποιείται σταδιακά τήξη, ανάμιξη και προώθηση του πολυμερικού υλικού προς μια μήτρα μορφοποίησης, με τη βοήθεια ενός ή περισσοτέρων περιστρεφόμενων ατέρμονων κοχλιών μέσα σε ένα θερμαινόμενο με ηλεκτρικές αντιστάσεις μεταλλικό κύλινδρο. Ένας εκβολέας χωρίζεται νοητά σε τρία τμήματα, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.1. Στο πρώτο τμήμα, (ζώνη τροφοδοσίας) το πολυμερικό υλικό προθερμαίνεται και προωθείται προοδευτικά στην επόμενη ζώνη. Ο σχεδιασμός αυτού του τμήματος, είναι ιδιαίτερα σημαντικός καθώς καθορίζει την ελάχιστη απαιτούμενη ποσότητα πολυμερικού υλικού, που πρέπει να υφίσταται επεξεργασία στον εκβολέα, ώστε να επιτυγχάνεται επαρκής τήξη του μέσα σε αυτόν. Στο δεύτερο τμήμα (ζώνη συμπίεσης), το υλικό συμπιέζεται με αποτέλεσμα την αποβολή του συμπαρασυρθέντα αέρα μεταξύ των κόκκων και την επιπρόσθετη τήξη του ενώ στο τρίτο τμήμα (ζώνη δοσιμετρίας) το πολυμερικό τήγμα ομογενοποιείται ώστε να έχει ομοιόμορφη σύσταση, πίεση και θερμοκρασία και οδηγείται με σταθερή ροή προς τη μήτρα μορφοποίησης (Παναγιώτου [illegible])

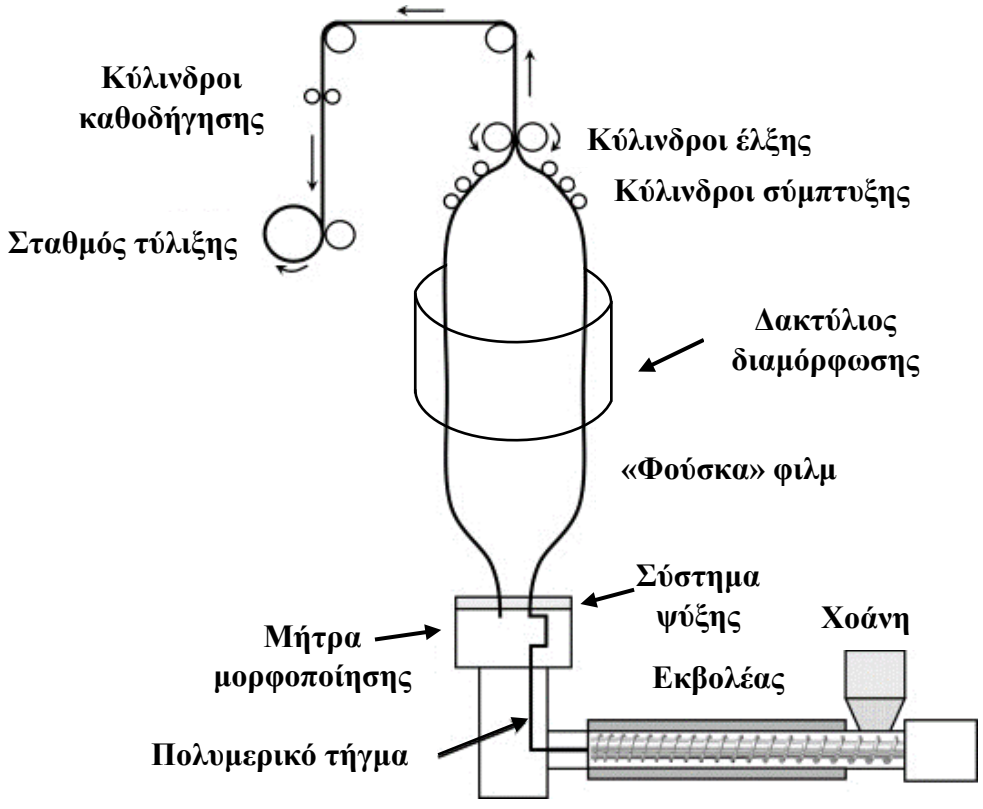


Σχήμα 2.1: Σχηματική αναπαράσταση ενός εκβολέα.

Μετά την έξοδο του από τον εκβολέα, το πολυμερικό τήγμα, διέρχεται αρχικά μέσα από ένα φίλτρο για την παρεμπόδιση διέλευσης στερεών ή άλλου ανομοιογενούς υλικού, η ύπαρξη του οποίου θα επέφερε φραγή της εξόδου και δημιουργία ανωμαλιών στο τελικό προϊόν. Στη συνέχεια το τήγμα πολυμερούς, προωθείται στη δακτυλιοειδή μήτρα μορφοποίησης (blown film die), η οποία του προσδίδει το επιθυμητό κυλινδρικό σχήμα και μετέπειτα εκβάλλεται από μία σωληνοειδή διάταξη

που ονομάζεται κεφαλή (head). Το εκβαλλόμενο τήγμα ψύχεται εξωτερικά και εσωτερικά με σύστημα αέρα ψύξης ή/και με ατμοσφαιρικό αέρα (air cooling ring). Λόγω της εσωτερικής παροχής αέρα, το τήγμα διογκώνεται σε μια σωληνοειδή διάταξη μεγαλύτερης διαμέτρου («φούσκα»), ενώ λόγω της περιμετρικής παροχής αέρα ψύχεται και στερεοποιείται. Το πολυμερές ψύχεται διανύοντας μία απόσταση μερικών μέτρων από το σημείο εκβολής του μέχρι τον τραβηχτικό σταθμό (Nip rolls), στον οποίο ανέρχεται με την βοήθεια «κυλίνδρων οδηγών». Στο ανώτερο τμήμα της ανόδου του, και πριν τον τραβηχτικό σταθμό, η «φούσκα» υφίσταται συμπίεση και επιπεδώνεται μέσω ενός συστήματος πολλαπλών κυλίνδρων σύμπτυξης (collapsing frame). Για μια δεδομένη διάμετρο της μήτρας μορφοποίησης, η διάμετρος της «φούσκας» και επομένως το πλάτος του πολυμερικού φιλμ (το πλάτος του πεπλατυσμένου σωλήνα), καθορίζεται από την ποσότητα αέρα που διοχετεύεται στο εσωτερικό του και από την γεωμετρία (διάμετρο) του δακτυλίου διαμόρφωσης (basket).

Στην συνέχεια, το πολυμερικό φιλμ μέσω καθοδηγητικών κυλίνδρων κατέρχεται προς τον σταθμό τύλιξης (winder station), όπου τυλίγεται σε ρολό. Όταν το τυλιγμένο στο ρολό φύλλο, φτάσει τα επιθυμητά μέτρα τότε με την βοήθεια εγκάρσιου μαχαιριού κόβεται, και ένα νέο ρολό αρχίζει να τυλίγεται. Η διαδικασία παραγωγής πολυμερικών φιλμ γίνεται περισσότερο αντιληπτή με τη βοήθεια του Σχήματος 2.2.



Σχήμα 2.2: Στάδια παραγωγικής διαδικασίας πολυμερικών φιλμ.

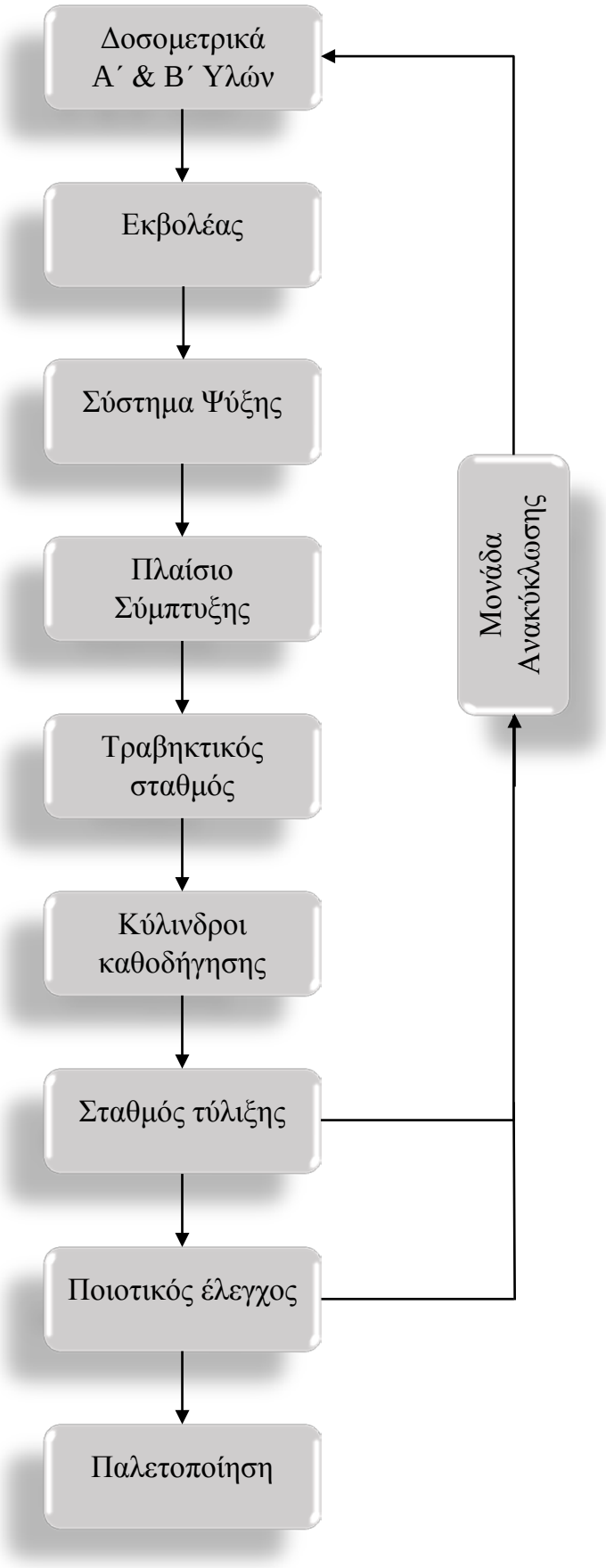
Για κάθε ρολό πολυμερικού φιλμ που παράγεται λαμβάνεται δείγμα το οποίο οδηγείται στο εργαστήριο ποιοτικού ελέγχου όπου και ελέγχονται τα ποιοτικά του χαρακτηριστικά. Εάν το ρολό διαθέτει τα επιθυμητά ποιοτικά χαρακτηριστικά, τότε συσκευάζεται με τα υπόλοιπα ρολά και μαζί οδηγούνται στις αποθήκες της εγκατάστασης με τη βοήθεια ειδικών οχημάτων (κλαρκ), όπου και φυλάσσονται μέχρι να διανεμηθούν στην αγορά.

Με γνώμονα την προστασία του περιβάλλοντος, η εταιρία διαθέτει μονάδα ανακύκλωσης πολυμερών. Έτσι, στην περίπτωση που το παραγόμενο ρολό δεν διαθέτει τα επιθυμητά ποιοτικά χαρακτηριστικά, οδηγείται στη μονάδα ανακύκλωσης. Στο τμήμα αυτό λαμβάνει χώρα πρωτογενής ανακύκλωση των πολυμερών, που περιλαμβάνει τη μορφοποίηση του πολυμερούς στον εκβολέα, ακολούθως την ψύξη του πολυμερικού τήγματος σε λουτρό ψύξης και τελικώς την παραλαβή των νέων κόκκων πολυμερούς. Τα ανακυκλωμένα πολυμερή, αποθηκεύονται στις αποθήκες πρώτων υλών της εγκατάστασης, και μαζί με παρθένα πρώτη ύλη και πρόσθετα μπορούν να οδηγηθούν εκ νέου στις γραμμές παραγωγής της εγκατάστασης, για την παραγωγή νέων πολυμερικών φιλμ.

Δεδομένου ότι η παραγωγική διαδικασία είναι συνεχούς λειτουργίας, οι αλλαγές μεταξύ των προϊόντων γίνονται κατά τη διάρκεια που οι γραμμές παραγωγής είναι σε λειτουργία (online), γεγονός που οδηγεί σε παραγωγή προϊόντων με υποβαθμισμένα ποιοτικά χαρακτηριστικά (φύρα), τα οποία δεν μπορούν να διατεθούν προς πώληση. Και αυτά τα προϊόντα οδηγούνται στη μονάδα ανακύκλωσης για μορφοποίηση και παραγωγή φιλμ, εκ νέου.

Πρέπει να σημειωθεί, ότι τα στάδια της επεξεργασίας της φύρας δεν επηρεάζουν τον χρονοπρογραμματισμό παραγωγής της μονάδας και ως εκ τούτου δεν μελετώνται στην παρούσα εργασία.

Ακολούθως παρουσιάζεται το διάγραμμα ροής της διαδικασίας παραγωγής πολυμερικών φιλμ.



Σχήμα 2.3: Διάγραμμα ροής παραγωγικής διαδικασίας πολυμερικών φιλμ

2.3 Δεδομένα Παραγωγικής Διαδικασίας

Το υπό μελέτη τμήμα της βιομηχανικής μονάδας, απαρτίζεται από 6 αυτοματοποιημένες γραμμές παραγωγής (m1, m2, m3, m4, m5, m6) πολυμερικών φιλμ που επιδίδονται στην παραγωγή πάνω από 450 κωδικών τελικών προϊόντων. Η υπερπληθώρα των διαφορετικών τελικών προϊόντων καθιστά τον χρονοπρογραμματισμό της παραγωγής ένα ιδιαίτερα πολύπλοκο πρόβλημα για τον μηχανικό της παραγωγής. Αντιλαμβανόμενη το πρόβλημα αυτό, η εταιρία έχει κατηγοριοποιήσει τα προϊόντα της σε οικογένειες προϊόντων. Σε κάθε οικογένεια προϊόντων ανήκουν προϊόντα που παράγονται από τις ίδιες πρώτες ύλες, και διαφοροποιούνται ως προς το πλάτος τους. Τα δεδομένα των προϊόντων που ανήκουν σε κάθε οικογένεια προϊόντων, παρουσιάζονται υπό μορφή πινάκων στο Παράρτημα Α. Ωστόσο, δεν είναι εφικτό όλες οι μονάδες μηχανολογικού εξοπλισμού να μπορούν να κατεργαστούν όλα τα τελικά προϊόντα και συνεπώς όλες τις οικογένειες προϊόντων. Στον Πίνακα 2.1, παρουσιάζονται οι οικογένειες προϊόντων που μπορούν να παραχθούν από κάθε γραμμή παραγωγής, ενώ οι επιτρεπόμενοι συνδυασμοί προϊόντων-γραμμών παραγωγής, παρουσιάζονται στο Παράρτημα Α για χάρη συντομίας.

Πίνακας 2.1: Οικογένειες προϊόντων που μπορούν να επεξεργαστούν από κάθε γραμμή παραγωγής.

Οικογένεια προϊόντων / **Γραμμή παραγωγής**	**m1**	**m2**	**m3**	**m4**	**m5**	**m6**
F1	✓	✓	✓	✓	✓	✓
F2	✓	✓	✓	✓	✓	✓
F3	✓	✓	✓	✓	✓	✓
F4	✓	✓	✓	✓	✓	✓
F5	✓	✓	✓	✓	✓	✓
F6	-	-	-	✓	✓	✓
F7	✓	✓	✓	✓	✓	✓
F8	✓	-	-	-	✓	✓
F9	-	-	-	-	-	✓

(*) Με (–) εμφανίζονται τα απαγορευμένα ζεύγη οικογενειών προϊόντων - γραμμών παραγωγής.

Σύμφωνα με την πολιτική της εταιρίας, εναλλαγές μεταξύ των προϊόντων που ανήκουν στην ίδια οικογένεια δεν οδηγούν σε παραγωγή προϊόντων με υποβαθμισμένα ποιοτικά χαρακτηριστικά (φύρα). Αντίθετα, οι εναλλαγές μεταξύ των οικογενειών προϊόντων οδηγούν σε χρόνους εναλλαγής που κυμαίνονται από 5 λεπτά μέχρι και 10 ώρες, και συνεπώς στην παραγωγή μεγάλης ποσότητας ποιοτικά υποβαθμισμένων προϊόντων, τα οποία δεν μπορούν να διατεθούν προς πώληση. Παράλληλα, εντοπίζονται εναλλαγές μεταξύ οικογενειών προϊόντων ιδιαίτερα χρονοβόρες, που συχνά ξεπερνούν σε χρονική διάρκεια τον διαθέσιμο χρονικό ορίζοντα, και γι' αυτό οι εναλλαγές αυτές καθίστανται αδύνατες. Δεδομένου, ότι είναι αδύνατο όλες οι οικογένειες προϊόντων να παραχθούν σε όλες τις γραμμές παραγωγής, η εναλλαγή μεταξύ μίας οικογένειας προϊόντος που παράγεται σε μία γραμμή παραγωγής και μίας άλλης που δεν μπορεί να παραχθεί σε αυτήν, κρίνεται απαγορευμένη. Σημειώνεται, πως μεταξύ δύο όμοιων οικογενειών προϊόντων, δεν υφίστανται χρόνοι εναλλαγής, σε όλες τις γραμμές παραγωγής. Στους Πίνακες Α.3-Α.8 του παραρτήματος Α παρουσιάζονται οι χρόνοι εναλλαγής μεταξύ των οικογενειών προϊόντων σε κάθε γραμμή παραγωγής.

Σε διεργασίες συνεχούς λειτουργίας, η παραγωγική δυναμικότητα κάθε γραμμής παραγωγής είναι μεταβλητή και καθορίζεται από τη ζήτηση και την αποθηκευτική δυναμικότητα της μονάδας (Kopanos et al., 2011). Ο εκβολέας αποτελεί το κύριο τμήμα του εξοπλισμού της διεργασίας παραγωγής και συνεπώς η παραγωγική του δυναμικότητα, εκφρασμένη σε κιλά παραγόμενου προϊόντος ανά ώρα, καθορίζει και την παραγωγική δυναμικότητα όλης της διεργασίας. Όλες οι γραμμές παραγωγής που εντοπίζονται στην εταιρία, διαφέρουν ως προς την παραγωγική τους δυναμικότητα. Κάθε γραμμή παραγωγής διαθέτει μία μέγιστη και μία ελάχιστη παραγωγική δυναμικότητα η οποία μεταβάλλεται ανάλογα με το προϊόν που επεξεργάζεται. Τα δεδομένα της ελάχιστης και μέγιστης παραγωγικής δυναμικότητας κάθε γραμμής παραγωγής ως προς κάθε προϊόν, δεν παρουσιάζονται στην παρούσα εργασία για λόγους προστασίας των δεδομένων της εταιρίας.

Η ζήτηση πολυμερικών φιλμ για αγροτικές εφαρμογές εμφανίζει διακυμάνσεις ανάλογα με την εποχή. Η μεγαλύτερη ζήτηση παρουσιάζεται τους χειμερινούς μήνες, λόγω εποχικότητας. Για το λόγο αυτό, κρίθηκε σκόπιμο να ληφθούν δεδομένα ζήτησης για δύο εβδομάδες δύο διαφορετικών χειμερινών μηνών, για τις οποίες η οργάνωση και βελτιστοποίηση χρονοπρογραμματισμού παραγωγής κρίνεται

απαραίτητη. Η πρώτη ζήτηση αφορά 76 διαφορετικά προϊόντα που ανήκουν σε 8 οικογένειες προϊόντων (F1-F8), ενώ η δεύτερη ζήτηση αφορά 70 διαφορετικά προϊόντα που ανήκουν και στις 9 οικογένειες προϊόντων (F1-F9). Στους Πίνακες Α.1 και Α.2 του παραρτήματος Α παρουσιάζονται τα δεδομένα των δύο εβδομαδιαίων ζητήσεων.

Η παραγωγή οργανώνεται σε εβδομαδιαία βάση, ενώ δε υπάρχουν περιορισμοί που να αφορούν προκαθορισμένες ημερομηνίες παράδοσης των προϊόντων, συνεπώς η παράδοση των προϊόντων γίνεται μετά το πέρας της εβδομάδας. Μέχρι την παράδοση τους, τα προϊόντα αποθηκεύονται στις αποθήκες τις εγκατάστασης, οι οποίες διαθέτουν απεριόριστη αποθηκευτική δυναμικότητα.

Η βιομηχανία λειτουργεί συνεχώς όλες τις ημέρες του χρόνου συμπεριλαμβανομένου σαββατοκύριακων και αργιών και η παραγωγή διακρίνεται σε 4 βάρδιες των 8 ωρών. Λόγω της συνεχούς λειτουργίας της διεργασίας, δεν υφίστανται χρόνοι εκκίνησης και τερματισμού (setup & shutdown time) των γραμμών παραγωγής της μονάδας, ενώ για την ομαλή λειτουργία της διεργασίας λαμβάνει χώρα προγραμματισμένη συντήρηση και καθαρισμός των γραμμών παραγωγής σε τακτά χρονικά διαστήματα, συνήθως ανά δύο εβδομάδες λειτουργίας, η οποία δεν πραγματοποιείται ταυτόχρονα σε όλες τις γραμμές παραγωγής.

Κρίνεται σκόπιμο να σημειωθεί στο σημείο αυτό, πως οι πρώτες ύλες, τα πολυμερικά πρόσθετα καθώς και οι ύλες συσκευασίας (π.χ παλέτες) παραλαμβάνονται από αντίστοιχες βιομηχανικές μονάδες και βρίσκονται πάντα σε αφθονία στις αποθήκες

3 Ανάπτυξη Μαθηματικών Μοντέλων

Για την επίλυση του προβλήματος χρονοπρογραμματισμού παραγωγής της βιομηχανικής μονάδας, που περιεγράφηκε στο κεφάλαιο 2, προτείνονται δύο μαθηματικά μοντέλα που αφορούν τον χρονοπρογραμματισμό παραγωγής διεργασιών συνεχούς λειτουργίας, ενός σταδίου. Σε αυτές τις διεργασίες, η παραγωγή λαμβάνει χώρα σε παράλληλες γραμμές παραγωγής που επιδίδονται στην παραγωγή μεγάλου αριθμού τελικών προϊόντων.

Τα παραγόμενα προϊόντα μπορούν να κατηγοριοποιηθούν σε επιμέρους οικογένειες προϊόντων. Στο υπό μελέτη πρόβλημα, το κίνητρο για να ληφθούν υπόψη οικογένειες προϊόντων, έγκειται στο γεγονός ότι υπάρχουν προϊόντα που μοιράζονται πολλά κοινά χαρακτηριστικά, ενώ παράλληλα η χρήση των οικογενειών προϊόντων συμπίπτει πλήρως με την πολιτική της υπό μελέτη βιομηχανίας. Επομένως, το πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού που επιλύεται επικεντρώνεται στις οικογένειες προϊόντων και όχι σε κάθε προϊόν χωριστά. Τα μαθηματικά μοντέλα που διατυπώνονται για οικογένειες προϊόντων είναι ισοδύναμα με τα μαθηματικά μοντέλα που διατυπώνονται για κάθε προϊόν ξεχωριστά. Γενικά, σε τέτοιου είδους μοντέλα, η ομαδοποίηση σε οικογένειες βασίζεται σε διάφορα κριτήρια, μεταξύ των οποίων οι ομοιότητες των τελικών προϊόντων, οι ομοιότητες επεξεργασίας τους ή οι παράμετροι εναλλαγών μεταξύ τους. Στόχος της προαναφερθείσας ομαδοποίησης, είναι η διατύπωση υποδειγματικών μοντέλων βελτιστοποίησης, χωρίς την αλλοίωση της ποιότητας της λύσης, καθώς η χρήση οικογενειών προϊόντων μειώνει σημαντικά το μέγεθος του υποκείμενου μαθηματικού μοντέλου και συνεπώς, την απαραίτητη υπολογιστική ισχύ χωρίς να παραλείπεται κάποιος λογικός ή τεχνικός περιορισμός (Kopanos et al., 2011).

Η ομοιότητα των δύο αναπτυσσόμενων μοντέλων έγκειται στην ένταξη των μεταβλητών άμεσης προτεραιότητας σε αυτά (immediate precedence-based models). Το γεγονός αυτό επιτρέπει τη διαχείριση εξαρτώμενων από την αλληλουχία δραστηριοτήτων, όπως οι εναλλαγές μεταξύ των οικογενειών προϊόντων, γεγονός που διευκολύνει τον υπολογισμό των χρόνων εναλλαγών μεταξύ τους. Γενικά, τα μοντέλα γενικής προτεραιότητας (general precedence-based models) είναι πιο αποτελεσματικά και ταχύτερα στην επίλυσή τους, καθώς βασίζονται σε μικρότερο αριθμό

μεταβλητών, σε σύγκριση με τα μοντέλα άμεσης προτεραιότητας. Ωστόσο, η ύπαρξη εξαρτώμενων από την αλληλουχία στόχων, όπως η ελαχιστοποίηση των εναλλαγών μεταξύ προϊόντων, δεν μπορεί να ληφθεί υπόψη χωρίς την ενσωμάτωση μεταβλητών άμεσης προτεραιότητας (Elekidis, Corominas & Georgiadis, 2019).

Η διαφορά μεταξύ των δύο αναπτυσσόμενων μαθηματικών μοντέλων έγκειται στη διαφορετική αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα, με το πρώτο μαθηματικό μοντέλο να διατυπώνεται για μικτή διακριτή/συνεχή αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα, ενώ το δεύτερο για αμιγώς συνεχή αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα. Σε προσεγγίσεις μικτού διακριτού/συνεχούς χρονικού ορίζοντα, ο χρονικός ορίζοντας διαιρείται σε ισομήκη διαστήματα καθορισμένης χρονικής διάρκειας, με την αρχή και το τέλος των επιτελούμενων διεργασιών να συνδέονται με τα όρια αυτών των χρονικών διαστημάτων. Η προσέγγιση του διακριτού χρονικού ορίζοντα, συσχετίζεται με τους περιορισμούς που λαμβάνουν υπ’ όψιν τη διαχείριση του αποθέματος, ενώ η προσέγγιση του συνεχούς χρονικού ορίζοντα σχετίζεται με περιορισμούς που αφορούν την αλληλουχία των οικογενειών προϊόντων (μεταβλητές άμεσης προτεραιότητας). Σε προσεγγίσεις συνεχούς χρονικού ορίζοντα, το μήκος των χρονικών διαστημάτων καθορίζεται από τη βελτιστοποίηση (Harjunkoski et al., 2004).

Συνεπώς, τα αναπτυσσόμενα μοντέλα, αποτελούνται από πανομοιότυπα σύνολα, παραμέτρους, μεταβλητές και περιορισμούς με την κύρια διαφορά στο μοντέλο συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, να αποτελεί η έλλειψη της έννοιας των χρονικών περιόδων.

Στις υποενότητες 3.1 και 3.2 παρατίθεται η μαθηματική διατύπωση των δύο μοντέλων.

3.1 Μαθηματικό μοντέλο με μικτή διακριτή/συνεχή αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα

3.1.1 Ονοματολογία

Σύνολα

$i \in I$	Σύνολο τελικών προϊόντων της μονάδας παραγωγής
$f, f' \in F$	Σύνολο οικογενειών στις οποίες ανήκουν τα τελικά προϊόντα
$j \in J$	Σύνολο γραμμών παραγωγής
$n \in N$	Σύνολο χρονικών περιόδων

Υποσύνολα

F_j	Σύνολο οικογενειών f που μπορούν να παραχθούν από τη γραμμή παραγωγής j
I_f	Σύνολο προϊόντων i που ανήκουν στην οικογένεια προϊόντων f
I_j	Σύνολο προϊόντων i που μπορούν να παραχθούν από τη γραμμή παραγωγής j
J_f	Σύνολο γραμμών παραγωγής j που μπορούν να επεξεργαστούν την οικογένεια προϊόντων f
J_i	Σύνολο γραμμών παραγωγής j που μπορούν να επεξεργαστούν το προϊόν i

Παράμετροι

$Ch_{ff'j}$	Χρόνος εναλλαγής μεταξύ των οικογενειών προϊόντων f και f' κατά την επεξεργασία τους στη γραμμή παραγωγής j, σε ώρες
D_{in}	Ζήτηση του προϊόντος i τη χρονική περίοδο n, σε κιλά
h	Ελάχιστος χρόνος εναλλαγής μεταξύ δύο οποιωνδήποτε οικογενειών προϊόντων f και f', σε ώρες
MF_f	Πληθάριθμος των οικογενειών προϊόντων f
MJ_j	Πληθάριθμος των γραμμών παραγωγής j
p	Χρονική διάρκεια μίας ημέρας, σε ώρες
PF_f^{min}	Ελάχιστη συνολική παραγόμενη ποσότητα της οικογένειας προϊόντων f, σε κιλά
PI_i^{min}	Ελάχιστη συνολική παραγόμενη ποσότητα του προϊόντος i, σε κιλά
ρ_{ij}^{max}	Μέγιστος ρυθμός παραγωγής του προϊόντος i στη γραμμή παραγωγής j, σε κιλά/ώρα
ρ_{ij}^{min}	Ελάχιστος ρυθμός παραγωγής του προϊόντος i στη γραμμή παραγωγής j, σε κιλά/ώρα
τ_{ij}^{min}	Ελάχιστος χρόνος επεξεργασίας του προϊόντος i στη γραμμή παραγωγής j, σε ώρες
ω_{jn}	Διαθέσιμος χρόνος λειτουργίας της γραμμής παραγωγής j στη χρονική περίοδο n, σε ώρες

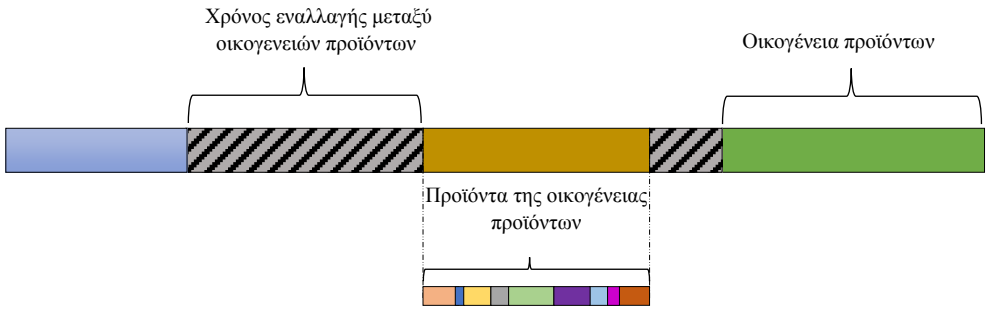
Συνεχείς μεταβλητές

C_{fjn}	Χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής της οικογένειας προϊόντων f στη γραμμή παραγωγής j στη χρονική περίοδο n, σε ώρες
C_{max}	Συνολικός χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής (makespan), σε ώρες
Ch_{max}	Συνολικός χρόνος εναλλαγής μεταξύ των οικογενειών προϊόντων, σε ώρες
P_{in}	Συνολική παραγόμενη ποσότητα του προϊόντος i στο χρονικό διάστημα n, σε κιλά
Q_{ijn}	Παραγόμενη ποσότητα του προϊόντος i στη γραμμή παραγωγής j στο χρονικό διάστημα n, σε κιλά
S_{in}	Απόθεμα του προϊόντος i στη χρονική περίοδο n, σε κιλά
T_{ijn}^{i}	Χρόνος επεξεργασίας του προϊόντος i στη γραμμή παραγωγής j στο χρονικό διάστημα n, σε ώρες
T_{fjn}^{f}	Χρόνος επεξεργασίας της οικογένειας προϊόντων f στη γραμμή παραγωγής j στο χρονικό διάστημα n, σε ώρες
U_{jn}	Χρόνος εντός ενός χρονικού διαστήματος n, που διενεργείται μία εναλλαγή οικογένειας προϊόντος f, η οποία θα ολοκληρωθεί στο επόμενο χρονικό διάστημα, στη γραμμή παραγωγής j, σε ώρες
$\overline{U}_{jn}$	Χρόνος εντός ενός χρονικού διαστήματος n που διενεργείται μία εναλλαγή οικογένειας προϊόντος f, η οποία άρχισε στο προηγούμενο

	χρονικό διάστημα, στη γραμμή παραγωγής j, σε ώρες
Δυαδικές μεταβλητές	
WF_{fjn}	Λαμβάνει την τιμή 1 εάν η οικογένεια προϊόντων f παράγεται πρώτη στη γραμμή παραγωγής j στη χρονική περίοδο n, διαφορετικά λαμβάνει την τιμή 0
WL_{fjn}	Λαμβάνει την τιμή 1 εάν η οικογένεια προϊόντων f παράγεται τελευταία στη γραμμή παραγωγής j στη χρονική περίοδο n, διαφορετικά λαμβάνει την τιμή 0
$X_{ff'jn}$	Λαμβάνει την τιμή 1 εάν η οικογένεια προϊόντων f υφίσταται επεξεργασία ακριβώς πριν την οικογένεια προϊόντων f' όταν εισάγονται στην γραμμή παραγωγής j στο χρονικό διάστημα n, διαφορετικά λαμβάνει την τιμή 0
$\bar{X}_{ff'jn}$	Λαμβάνει την τιμή 1 εάν η οικογένεια προϊόντων f στο χρονικό διάστημα $n-1$ ακολουθείται από την οικογένεια προϊόντων f' στο χρονικό διάστημα n, στη γραμμή παραγωγής j, διαφορετικά λαμβάνει την τιμή 0
Y_{ijn}^{i}	Λαμβάνει την τιμή 1 εάν το προϊόν i υφίσταται επεξεργασία στη γραμμή παραγωγής j στη χρονική περίοδο n, διαφορετικά λαμβάνει την τιμή 0
Y_{fjn}^{f}	Λαμβάνει την τιμή 1 εάν η οικογένεια προϊόντων f υφίσταται επεξεργασία στη γραμμή παραγωγής j στη χρονική περίοδο n, διαφορετικά λαμβάνει την τιμή 0

3.1.2 Ορισμός του προβλήματος

Το υπό μελέτη πρόβλημα αφορά το βέλτιστο χρονοπρογραμματισμού παραγωγής της εταιρίας Δάιος Πλαστικά Α.Β.Ε.Ε.. Όπως προαναφέρθηκε η παραγωγική διαδικασία είναι συνεχούς λειτουργίας και επιτελείται σε ένα στάδιο παραγωγής (single stage-single unit). Το προτεινόμενο μοντέλο, είναι ένα μοντέλο μικτού-ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (Mixed-Integer Linear Programming - MILP) και μελετά την αλληλουχία και την κατανομή των οικογενειών προϊόντων αντί των προϊόντων ξεχωριστά, στις διαθέσιμες γραμμές παραγωγής κατά τη διάρκεια του διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα. Η προσέγγιση αυτή γίνεται περισσότερο αντιληπτή με τη βοήθεια του Σχήματος 3.1. Οι στόχοι του προβλήματος επικεντρώνονται στην ελαχιστοποίηση του χρόνου εναλλαγής μεταξύ των προϊόντων (changeover time) και στην ελαχιστοποίηση του συνολικού εβδομαδιαίου χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής των προϊόντων (makespan).



Σχήμα 3.1: Προτεινόμενο μοντέλο χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με χρήση οικογενειών προϊόντων.

Το υπό μελέτη πρόβλημα απαρτίζεται από τους ακόλουθους περιορισμούς:

- Περιορισμοί ισοζυγίων υλικών (Material Balance Constraints)
- Περιορισμοί κατανομής των οικογενειών προϊόντων (Allocation Constraints)
- Περιορισμοί αλληλουχίας των οικογενειών προϊόντων & χρονικοί περιορισμοί (Sequencing and Timing Constraints)

- Περιορισμοί εναλλαγών μεταξύ οικογενειών προϊόντων σε παρακείμενα χρονικά διαστήματα (Changeovers Across Adjacent Periods)
- Περιορισμοί εναλλαγών μεταξύ οικογενειών προϊόντων που ολοκληρώνονται σε επόμενο χρονικό διάστημα (Changeover Crossover Constraints)
- Περιορισμοί χρόνου λειτουργίας των γραμμών παραγωγής (Unit Production Time)
- Περιορισμοί μεγέθους παρτίδας προϊόντων (Lot-Sizing Constraints)
- Περιορισμοί βελτίωσης του χρόνου επίλυσης του μοντέλου (Tightening Constraints).

3.1.3 Μαθηματική Διατύπωση Μοντέλου

3.1.3.1 Περιορισμοί του προβλήματος

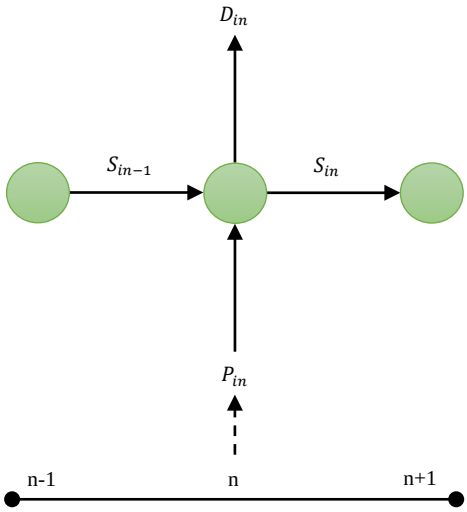
Περιορισμοί Ισοζυγίων Υλικών

Το ισοζύγιο μάζας (3.1.1) εξασφαλίζει ότι η συνολική ποσότητα του προϊόντος i που παράγεται στο χρονικό διάστημα n είναι ίση με το άθροισμα των ποσοτήτων του προϊόντος i που παράγονται σε όλες τις γραμμές παραγωγής j στο χρονικό διάστημα n.

$$P_{in} = \sum_{j \in J_i} Q_{ijn} \qquad \forall i, n \qquad (3.1.1)$$

Οι περιορισμοί (3.1.2) εξασφαλίζουν ότι το απόθεμα του προϊόντος i που υπάρχει στις αποθήκες της εγκατάστασης στο τέλος του χρονικού διαστήματος n μείον το απόθεμα του ίδιου προϊόντος i, από το προηγούμενο χρονικό διάστημα $n-1$, ισούται με την ποσότητα του προϊόντος i που έχει παραχθεί στο τέλος του χρονικού διαστήματος n μείον την ζητούμενη ποσότητα του προϊόντος i στο χρονικό διάστημα n. Σημειώνεται, πως στην περίπτωση της εβδομάδας που μελετάται η αρχική ποσότητα αποθέματος για κάθε προϊόν θεωρείται ίση με μηδέν ($S_{in=0} = 0$). Ο περιορισμός ισοζυγίων υλικών γίνεται πιο κατανοητός από το Σχήμα 3.2.

$$S_{in} - S_{in-1} = P_{in} - D_{in} \qquad \forall i, n \qquad (3.1.2)$$



Σχήμα 3.2: Διάγραμμα ισοζυγίου υλικών

Οι περιορισμοί (3.1.3) διασφαλίζουν ότι η συνολική παραγόμενη ποσότητα του προϊόντος i, είναι μεγαλύτερη ή ίση από τη συνολική ζήτηση για αυτό το προϊόν. Η χρήση της ανισοισότητας έναντι της ισότητας στην εξίσωση αυτή είναι σημαντική καθώς παρέχει τη δυνατότητα συνυπολογισμού και του παραγόμενου αποθέματος, εφόσον υπάρχει.

$$\sum_{n} P_{in} \geq \sum_{n} D_{in} \qquad \forall i \qquad (3.1.3)$$

Περιορισμοί κατανομής των οικογενειών προϊόντων

Οι περιορισμοί (3.1.4) διασφαλίζουν ότι η οικογένεια προϊόντων f επεξεργάζεται στη γραμμή παραγωγής j στο χρονικό διάστημα n, μόνο εφόσον τουλάχιστον ένα από τα προϊόντα που ανήκουν σε αυτή την οικογένεια προϊόντων ($i \in I_f$) παράγεται στη γραμμή παραγωγής j, στο χρονικό διάστημα n.

$$Y^{f}_{fjn} \geq Y^{i}_{ijn} \qquad \forall f, i \in I_f, j \in J_f, n \qquad (3.1.4)$$

Οι περιορισμοί (3.1.5) επιβάλλουν στη δυαδική μεταβλητή Y^{f}_{fjn}να λαμβάνει μηδενική τιμή όταν δεν παράγεται κανένα προϊόν που ανήκει στην οικογένεια προϊόντων f ($i \in I_f$), στη γραμμή παραγωγής j, στο χρονικό διάστημα n.

$$Y^{f}_{fjn} \leq \sum_{i \in I_f} Y^{i}_{ijn} \qquad \forall f, i \in I_f, j \in J_f, n \qquad (3.1.5)$$

Περιορισμοί αλληλουχίας των οικογενειών προϊόντων & χρονικοί περιορισμοί

Οι περιορισμοί (3.1.6) και (3.1.7) διασφαλίζουν ότι εάν μία οικογένεια προϊόντων f, παράγεται στη γραμμή παραγωγής j, στο χρονικό διάστημα n, ($Y_{fjn}^{f} = 1$), τότε το πολύ μία οικογένεια προϊόντων f' παράγεται πριν και μετά από την οικογένεια f, αντίστοιχα. Παράλληλα, αν η οικογένεια προϊόντων f παράγεται πρώτη στη γραμμή παραγωγής j, ($WF_{fjn} = 1$), τότε δεν υπάρχει οικογένεια προϊόντων που να παράγεται πριν την f στη γραμμή παραγωγής αυτή. Αντίστοιχα, εάν η οικογένεια προϊόντων f παράγεται τελευταία στη γραμμή παραγωγής j, ($WL_{fjn} = 1$), τότε δεν υπάρχει οικογένεια προϊόντων που να παράγεται μετά από την f στη γραμμή παραγωγή j στο χρονικό διάστημα n (Kopanos et al., 2011).

$$\sum_{f' \neq f, f' \in F_j} X_{f'fjn} + WF_{fjn} = Y_{fjn}^{f} \qquad \forall f, j \in J_f, n \qquad (3.1.6)$$

$$\sum_{f' \neq f, f' \in F_j} X_{ff'jn} + WL_{fjn} = Y_{fjn}^{f} \qquad \forall f, j \in J_f, n \qquad (3.1.7)$$

Σύμφωνα με τους περιορισμούς (3.1.8), ο συνολικός αριθμός των ενεργών δυαδικών μεταβλητών αλληλουχίας $X_{ff'jn}$ συν 1, ισούται με τον συνολικό αριθμό των ενεργών δυαδικών μεταβλητών Y_{fjn}^{f}. Παραδείγματος χάριν, εάν παράγονται συνολικά 4 οικογένειες προϊόντων στη γραμμή παραγωγής j στο χρονικό διάστημα n τότε ο συνολικός αριθμός ενεργών δυαδικών μεταβλητών είναι ίσος με 3.

$$\sum_{f \in F_j} \sum_{f' \neq f, f' \in F_j} X_{ff'jn} + 1 = \sum_{f \in F_j} Y_{fjn}^{f} \qquad \forall j, n \qquad (3.1.8)$$

Ο περιορισμοί (3.1.9) και (3.1.10) αποσκοπούν στην εξασφάλιση ενός εφικτού χρονοδιαγράμματος παραγωγής όλων των οικογενειών προϊόντων που παράγονται στην ίδια γραμμή παραγωγής j. Συγκεκριμένα, οι περιορισμοί (3.1.9), δηλώνουν ότι εάν η παραγωγή μιας οικογένειας προϊόντων f προηγείται της παραγωγής μιας άλλης οικογένειας προϊόντων f' σε μία γραμμή παραγωγής j στο χρονικό διάστημα n ($X_{ff'jn} = 1$), τότε ο χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής της οικογένειας προϊόντων f' είναι οπωσδήποτε μεγαλύτερος ή ίσος με το άθροισμα του χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής της προηγούμενης οικογένειας προϊόντων f, του χρόνου παραγωγής της οικογένειας προϊόντων f' και του χρόνου εναλλαγής μεταξύ των δύο οικογενειών.

Αντίστοιχα, σύμφωνα με τους περιορισμούς (3.1.10) εάν η παραγωγή μιας οικογένειας προϊόντων f προηγείται της παραγωγής μιας άλλης οικογένειας προϊόντων f' σε μία γραμμή παραγωγής j, στο χρονικό διάστημα n, ($X_{ff'jn} = 1$), τότε ο χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής της οικογένειας προϊόντων f' είναι οπωσδήποτε μικρότερος ή ίσος με το άθροισμα του χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής της προηγούμενης οικογένειας προϊόντων f, του χρόνου παραγωγής της οικογένειας προϊόντων f' και του χρόνου εναλλαγής μεταξύ των δύο οικογενειών προϊόντων.

Επιπρόσθετα, όταν μόνο μία οικογένεια προϊόντων παράγεται στην γραμμή παραγωγής j, στο χρονικό διάστημα n ($X_{ff'jn}$=0), τότε οι περιορισμοί (3.1.9) και (3.1.10), διασφαλίζουν ότι ο χρόνος ολοκλήρωσης της οικογένειας προϊόντων f δεν ξεπερνά το διαθέσιμο χρόνο λειτουργίας της γραμμής παραγωγής j σε αυτό το χρονικό διάστημα (ω_{jn}).

Οι περιορισμοί αυτοί, διαμορφώνονται ως περιορισμοί μεγάλων τιμών (big-M constraints), στους οποίους ο διαθέσιμος χρόνος λειτουργίας κάθε γραμμής παραγωγής σε κάθε χρονικό διάστημα, αποτελεί την παράμετρο M (Big-M value). Σημειώνεται, πως η επιλογή των τιμών των παραμέτρων M είναι καθοριστικής σημασίας για την υπολογιστική πολυπλοκότητα του μοντέλου, και πρέπει να επιλέγονται κατά τρόπο τέτοιο ώστε να μειώνουν το υπολογιστικό κόστος της επίλυσης του (Aguirre et al., 2017).

$$C_{f'jn} \geq C_{fjn} + T^{f}_{f'jn} + Ch_{ff'j} \cdot X_{ff'jn} - \omega_{jn} \cdot (1 - X_{ff'jn}) \qquad (3.1.9)$$

$$\forall f, f' \neq f, j \in (J_f \cap J_{f'}), n$$

$$C_{f'jn} \leq C_{fjn} + T^{f}_{f'jn} + Ch_{ff'j} \cdot X_{ff'jn} + \omega_{jn} \cdot (1 - X_{ff'jn}) \qquad (3.1.10)$$

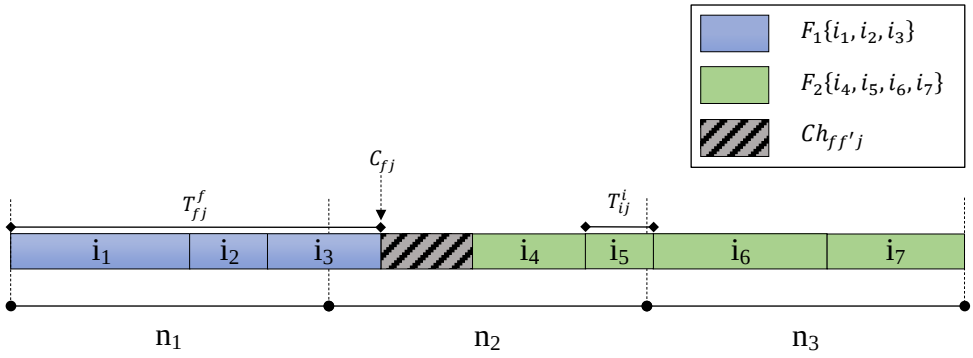
$$\forall f, f' \neq f, j \in (J_f \cap J_{f'}), n$$

Σύμφωνα με τους περιορισμούς (3.1.11) και (3.1.12), ο χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής της οικογένειας προϊόντων f που παράγεται στη γραμμή παραγωγής j, στο χρονικό διάστημα n, είναι μεγαλύτερος ή ίσος από το χρόνο παραγωγής της οικογένειας f και μικρότερος ή ίσος από το διαθέσιμο χρόνο λειτουργίας της

γραμμής παραγωγής j, στη χρονική περίοδο n. Στο Σχήμα 3.3, παρουσιάζονται ο χρόνος επεξεργασίας και ολοκλήρωσης των προϊόντων και των οικογενειών προϊόντων.

$$C_{fjn} \geq T^{f}_{fjn} \qquad \forall f, j \in J_f, n \qquad (3.1.11)$$

$$C_{fjn} \leq \omega_{jn} \qquad \forall f, j \in J_f, n \qquad (3.1.12)$$



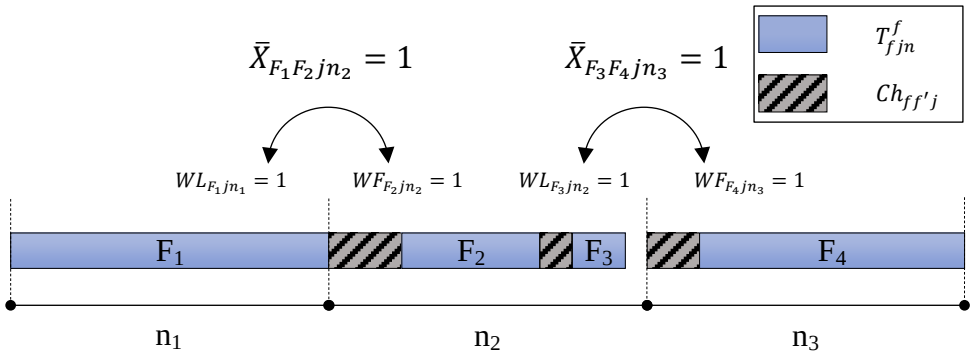
Σχήμα 3.3: Χρόνος επεξεργασίας και χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής των προϊόντων και των οικογενειών προϊόντων.

Περιορισμοί εναλλαγών μεταξύ οικογενειών προϊόντων σε παρακείμενα χρονικά διαστήματα

Σύμφωνα με τους περιορισμούς (3.1.13) και (3.1.14), η δυαδική μεταβλητή $\bar{X}_{ff'jn}$, η οποία υποδηλώνει αν μια εναλλαγή μεταξύ των οικογενειών f και f' λαμβάνει χώρα στην αρχή του χρονικού διαστήματος n, ενεργοποιείται μόνο για την οικογένεια προϊόντων f που παράγεται τελευταία στο χρονικό διάστημα $n-1$ ($WL_{fjn-1} = 1$), και για την οικογένεια προϊόντων f' που παράγεται πρώτη στο χρονικό διάστημα n ($WF_{f'jn} = 1$). Οι περιορισμοί αυτοί, γίνονται περισσότερο αντιληπτοί μέσω του Σχήματος 3.4.

$$WF_{fjn} = \sum_{f' \in F_j} \bar{X}_{f'fjn} \qquad \forall f, j \in J_f, n > 1 \qquad (3.1.13)$$

$$WL_{fjn-1} = \sum_{f' \in F_j} \bar{X}_{ff'jn} \qquad \forall f, j \in J_f, n > 1 \qquad (3.1.14)$$

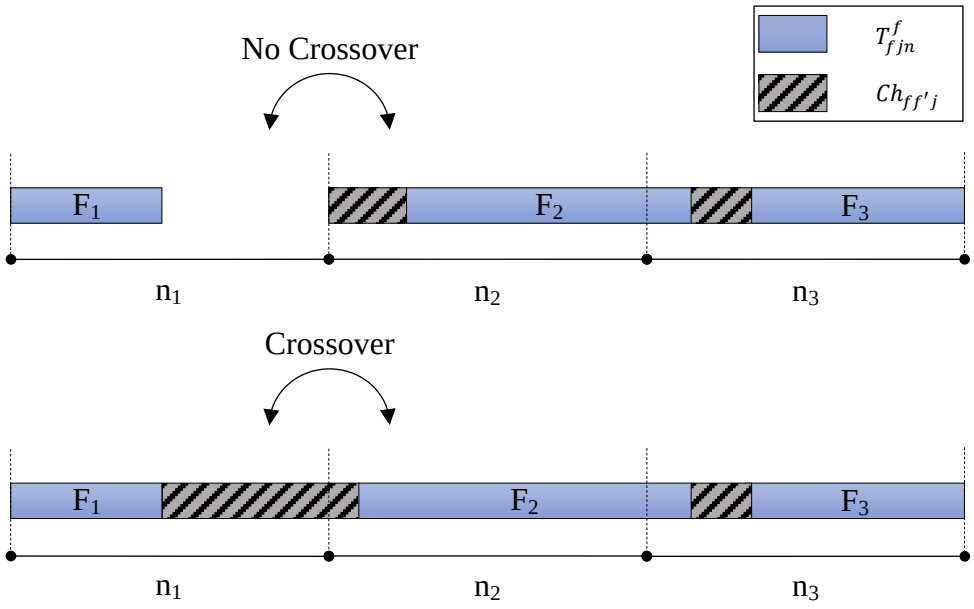


Σχήμα 3.4: Αλληλουχίες των οικογενειών προϊόντων μεταξύ παρακείμενων χρονικών περιόδων.

Περιορισμοί εναλλαγών μεταξύ οικογενειών προϊόντων που ολοκληρώνονται σε επόμενο χρονικό διάστημα

Στα περισσότερα υπάρχοντα μοντέλα, μελετώνται οι αλληλουχίες μεταξύ των προϊόντων που παράγονται στο ίδιο χρονικό διάστημα του διακριτού χρονικού ορίζοντα, ενώ αντίθετα οι χρόνοι εναλλαγών μεταξύ δύο διαδοχικών χρονικών διαστημάτων (crossover), δεν λαμβάνονται υπ' όψιν. Οι παραπάνω περιορισμοί, οδηγούν σε λιγότερο αποδοτικές λύσεις, καθώς εντοπίζονται τμήματα του χρονικού ορίζοντα, που αυτός παραμένει αναξιοποίητος. Το εμπόδιο αυτό, μπορεί να αποφευχθεί με την εισαγωγή των περιορισμών (3.1.15) σύμφωνα με τους οποίους αν μία εναλλαγή από μία οικογένεια προϊόντων f σε μία οικογένεια προϊόντων f', με διάρκεια ίση με $Ch_{ff'jn}$, αρχίζει στο χρονικό διάστημα $n-1$, και συνεχίζεται στο χρονικό διάστημα n, τότε η μεταβλητή U_{jn-1} αντιπροσωπεύει τη χρονική διάρκεια της εναλλαγής που λαμβάνει χώρα στο χρονικό διάστημα $n-1$, ενώ η μεταβλητή $\bar{U}_{jn}$ αντιπροσωπεύει τη χρονική διάρκεια της εναλλαγής που λαμβάνει χώρα στο χρονικό διάστημα n, (Kopanos et al., 2011). Το Σχήμα 3.5, αποσαφηνίζει την έννοια των ανωτέρω περιορισμών.

$$\bar{U}_{jn} + U_{jn-1} = \sum_{f \in F_j} \sum_{f' \in F_j f' \neq f} Ch_{ff'jn} \cdot \bar{X}_{ff'jn} \qquad \forall j, n > 1 \qquad (3.1.15)$$

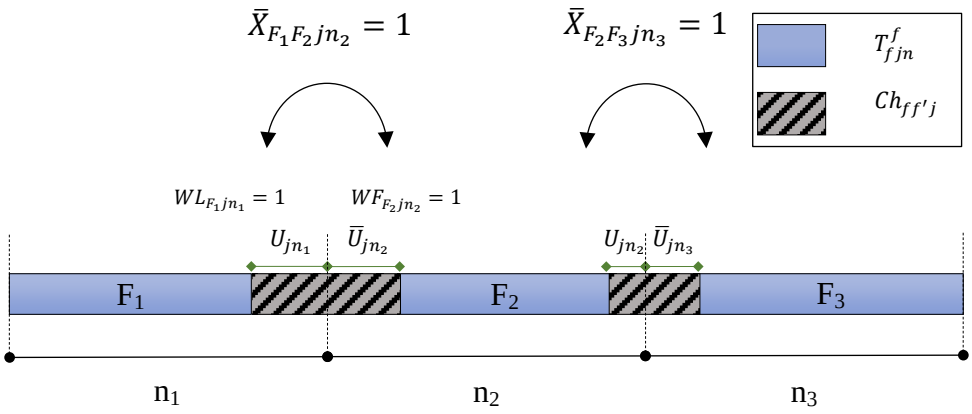


Σχήμα 3.5: Εναλλαγές μεταξύ οικογενειών προϊόντων που εκκινούν και περατώνονται σε διαφορετικά χρονικά διαστήματα (crossover).

Περιορισμοί χρόνου λειτουργίας των γραμμών παραγωγής

Οι περιορισμοί (3.1.16) διασφαλίζουν ότι το άθροισμα των χρόνων παραγωγής των οικογενειών προϊόντων $(f \in F_j)$ που παράγονται στη γραμμή παραγωγής j και το σύνολο των χρόνων εναλλαγών στο χρονικό διάστημα n, συμπεριλαμβανομένων και των χρόνων U_{jn} και $\overline{U}_{jn}$ είναι μικρότερο ή ίσο του διαθέσιμου χρόνου λειτουργίας της γραμμής παραγωγής j, στο χρονικό διάστημα n. Ο περιορισμός αυτός, γίνεται περισσότερο αντιληπτός με τη βοήθεια του Σχήματος 3.6. Σημειώνεται, πως η μεταβλητή $\overline{U}_{jn=1}$ αντιπροσωπεύει τη χρονική στιγμή στην οποία η γραμμή παραγωγής j είναι διαθέσιμη να εκκινήσει την παραγωγή μιας οικογένειας προϊόντων f στο πρώτο χρονικό διάστημα $(n = 1)$. Εξ' ορισμού, η δυαδική μεταβλητή αλληλουχίας λαμβάνει μηδενική τιμή για το πρώτο χρονικό διάστημα ($\bar{X}_{ff'jn=1} = 0$), καθώς αυτή ενεργοποιείται μόνο όταν η παραγωγή μιας οικογένειας προϊόντων f', στο χρονικό διάστημα n έπεται της παραγωγής της οικογένειας f, στο χρονικό διάστημα $n-1$, που στην προκειμένη περίπτωση δεν υπάρχει (Kopanos et al., 2011).

$$\overline{U}_{jn} + U_{jn} + \sum_{f \in F_j} T^f_{fjn} + \sum_{f \in F_j} \sum_{f' \in F_j f' \neq f} Ch_{ff'jn} \cdot X_{ff'jn} \leq \omega_{jn} \quad \forall j, n \quad (3.1.16)$$



Σχήμα 3.6: Χρόνοι εναλλαγών μεταξύ οικογενειών προϊόντων που εκκινούν σε ένα χρονικό διάστημα και περατώνονται στο επόμενο χρονικό διάστημα.

Περιορισμοί μεγέθους παρτίδας προϊόντων

Οι περιορισμοί (3.1.17) και (3.1.18) θέτουν ένα ανώτατο και κατώτατο όριο παραγωγής του προϊόντος i στη γραμμή παραγωγής j, στο χρονικό διάστημα n. Έτσι, η παραγόμενη ποσότητα κάθε προϊόντος i, θα πρέπει να είναι μεγαλύτερη από τον ελάχιστο ρυθμό παραγωγής του και παράλληλα μικρότερη από το μέγιστο ρυθμό παραγωγής του, πολλαπλασιασμένο και στις δύο περιπτώσεις με το χρόνο παραγωγής του προϊόντος αυτού στη γραμμή παραγωγής j, στο χρονικό διάστημα n.

$$\rho_{ij}^{min} \cdot T_{ijn}^{i} \leq Q_{ijn} \qquad \forall i,j \in J_i, n \qquad (3.1.17)$$

$$Q_{ijn} \leq \rho_{ij}^{max} \cdot T_{ijn}^{i} \qquad \forall i,j \in J_i, n \qquad (3.1.18)$$

Αντίστοιχα, οι περιορισμοί (3.1.19) και (3.1.20) θέτουν ένα ανώτατο και κατώτατο όριο στο χρόνο παραγωγής του προϊόντος i, στη γραμμή παραγωγής j, στο χρονικό διάστημα n. Συγκεκριμένα, ο χρόνος παραγωγής κάθε προϊόντος θα πρέπει να είναι μεγαλύτερος από τον ελάχιστο απαιτούμενο χρόνο παραγωγής του, ενώ δεν θα πρέπει να υπερβαίνει τον μέγιστο χρόνο παραγωγής του, εφόσον το προϊόν επιλεχθεί να παραχθεί στη γραμμή παραγωγής j, στο χρονικό διάστημα n ($Y_{ijn}^{i} = 1$). Σημειώνεται, πως ο ελάχιστος χρόνος παραγωγής κάθε προϊόντος σε κάθε γραμμή παραγωγής στο χρονικό διάστημα n, είναι περιορισμός που τίθεται από τη βιομηχανία για να εξασφαλίσει τη βιωσιμότητα της παραγωγής, ενώ ο μέγιστος χρόνος παραγωγής κάθε προϊόντος αντιστοιχεί στο λόγο του αθροίσματος της

ζήτησης του προϊόντος i, στο χρονικό διάστημα n, προς τον ελάχιστο ρυθμό παραγωγής του προϊόντος i, στη γραμμή παραγωγής j.

$$\tau_{ij}^{min} \cdot Y_{ijn}^{i} \leq T_{ijn}^{i} \qquad \forall i,j \in J_i, n \qquad (3.1.19)$$

$$T_{ijn}^{i} \leq \left(\sum_{n'}^{N} \frac{D_{in}}{\rho_{ij}^{min}} \right) \cdot Y_{ijn}^{i} \qquad \forall i,j \in J_i, n \qquad (3.1.20)$$

Σύμφωνα με τους περιορισμούς (3.1.21), το άθροισμα των χρόνων παραγωγής κάθε προϊόντος που ανήκει στην οικογένεια προϊόντων f είναι ίσο με το χρόνο παραγωγής της οικογένειας f.

$$T_{fjn}^{f} = \sum_{i \in I_f} T_{ijn}^{i} \qquad \forall f,j \in J_f, n \qquad (3.1.21)$$

Οι περιορισμοί (3.1.22), διασφαλίζουν ότι η συνολική παραγόμενη ποσότητα ενός προϊόντος i, είναι μεγαλύτερη ή ίση από την ελάχιστη απαιτούμενη παραγόμενη ποσότητα του προϊόντος αυτού, εφόσον το προϊόν i επιλέγεται να παραχθεί στην γραμμή παραγωγής j, σε κάποιο χρονικό διάστημα n ($Y_{ijn}^{i} = 1$).

$$\sum_{n} P_{in} \geq PI_{i}^{min} \cdot Y_{ijn}^{i} \qquad \forall i,j \in J_i, n \qquad (3.1.22)$$

Αντίστοιχα, οι περιορισμοί (3.1.23) διασφαλίζουν ότι η συνολική παραγόμενη ποσότητα όλων των προϊόντων που ανήκουν στην οικογένεια προϊόντων f, είναι μεγαλύτερη ή ίση από την ελάχιστη απαιτούμενη παραγόμενη ποσότητα της οικογένειας f, εφόσον αυτή η οικογένεια προϊόντων επιλέγεται να παραχθεί στην γραμμή παραγωγής j, σε κάποιο χρονικό διάστημα n ($Y_{fjn}^{f} = 1$).

$$\sum_{i \in I_f, n} P_{in} \geq PF_{f}^{min} \cdot Y_{fjn}^{f} \qquad \forall f,j \in J_f, n \qquad (3.1.23)$$

3.1.3.2 Αντικειμενικές συναρτήσεις

Στο παρόν πρόβλημα, εξετάζονται δύο αντικειμενικές συναρτήσεις, ανάλογα με τους στόχους που θέτει κάθε φορά η βιομηχανία, και αφορούν την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου εναλλαγών μεταξύ των προϊόντων (changeover time) και την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής (makespan).

Ακολούθως παρουσιάζονται οι αντικειμενικές συναρτήσεις που χρησιμοποιούνται σε αυτό το μαθηματικό μοντέλο.

Αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης του συνολικού χρόνου εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων (changeover time)

Στην περίπτωση αυτή, η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου, αφορά την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων (*changeover time*), σε όλες τις γραμμές παραγωγής, στη διάρκεια του διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα. Ο συνολικός χρόνος εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων, υπολογίζεται από το άθροισμα των επιμέρους χρόνων εναλλαγής όλων των οικογενειών προϊόντων που παράγονται σε όλες τις γραμμές παραγωγής σε κάθε χρονικό διάστημα πολλαπλασιασμένο με το άθροισμα των δυαδικών μεταβλητών αλληλουχίας $X_{ff'jn}$ και $\bar{X}_{ff'jn}$.

$$min\left\{\sum_{f}\sum_{f'\neq f}\sum_{j\in\left(J_f\cap J_{f'}\right)}\sum_{n}Ch_{ff'j}\cdot\left(X_{ff'jn}+\bar{X}_{ff'jn}\right)\right\} \qquad (3.1.24)$$

Αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής (makespan)

Η αντικειμενική συνάρτηση, στην περίπτωση αυτή, αφορά την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής των οικογενειών προϊόντων (makespan) σε όλες τις γραμμές παραγωγής, στη διάρκεια του διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα. Ο χρόνος ολοκλήρωσης της παραγωγής, αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή στην οποία έχουν παραχθεί όλες οι απαιτούμενες ποσότητες προϊόντων. Ο πρώτος όρος της αντικειμενικής συνάρτησης, αντιπροσωπεύει τον χρόνο ολοκλήρωσης παραγωγής της οικογένειας προϊόντων f στο χρονικό διάστημα n, ενώ ο δεύτερος όρος αντιπροσωπεύει τις ώρες παραγωγής της ίδιας οικογένειας τις προηγούμενες ημέρες, εφόσον υπάρχουν.

$$min\{C_{max}\geq C_{fjn}+p\cdot(n-1)\cdot Y_{fjn}^{f}\} \qquad \forall f,j,n \qquad (3.1.25)$$

3.1.3.3 Περιορισμοί βελτίωσης του χρόνου επίλυσης του μοντέλου

Το ανωτέρω μοντέλο, απαρτίζεται από πολλούς περιορισμούς και μεταβλητές, γεγονός που καθιστά το υπολογιστικό κόστος του ιδιαίτερα υψηλό. Έτσι επιβάλλεται η ανάπτυξη περιορισμών βελτίωσης του χρόνου επίλυσης του μοντέλου. Ανάλογα με την αντικειμενική συνάρτηση που ελαχιστοποιείται, το μοντέλο απαρτίζεται από διαφορετικούς περιορισμούς βελτίωσης του χρόνου επίλυσης του, οι οποίοι παρουσιάζονται αναλυτικά ακολούθως.

Περιορισμοί βελτίωσης του χρόνου επίλυσης του μοντέλου με αντικειμενική συνάρτηση την ελαχιστοποίηση του χρόνου εναλλαγών των προϊόντων

Οι ακόλουθοι περιορισμοί εφαρμόζονται στην περίπτωση που η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου αποσκοπεί στην ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων (changeover time). Σύμφωνα με τους περιορισμούς (3.1.26), ο συνολικός χρόνος εναλλαγών μεταξύ των προϊόντων είναι μεγαλύτερος ή ίσος με τη διαφορά του πληθάριθμου των γραμμών παραγωγής j, από τον πληθάριθμο των οικογενειών των προϊόντων f, πολλαπλασιασμένος με τον ελάχιστο δυνατό χρόνο εναλλαγών μεταξύ δύο οποιωνδήποτε οικογενειών προϊόντων. Για παράδειγμα, αν υπάρχουν 6 οικογένειες προϊόντων που πρέπει να εκχωρηθούν σε 3 γραμμές παραγωγής, ο περιορισμός αυτός, εξασφαλίζει πως θα πρέπει να λάβουν χώρα τουλάχιστον 3 εναλλαγές μεταξύ των οικογενειών προϊόντων, χρονικής διάρκειας μεγαλύτερης ή ίσης από τον ελάχιστο χρόνο εναλλαγής μεταξύ δύο οποιωνδήποτε οικογενειών προϊόντων, η καθεμία. Επισημαίνεται, πως ο περιορισμός αυτός έχει νόημα μόνο στην περίπτωση που ο αριθμός των οικογενειών προϊόντων που μπορούν να παραχθούν από τη μονάδα παραγωγής είναι μεγαλύτερος από τον αριθμό των διαθέσιμων γραμμών παραγωγής, γεγονός που εντοπίζεται στο πλείστο των ρεαλιστικών βιομηχανικών προβλημάτων.

$$Ch_{max} \geq \left(MF_f - MJ_j\right) \cdot h \qquad (3.1.26)$$

Σύμφωνα με τους περιορισμούς (3.1.27) εάν μία οικογένεια προϊόντων f υφίσταται επεξεργασία στη γραμμή παραγωγής j, στο χρονικό διάστημα n, $\left(Y_{fjn}^{f} = 1\right)$, τότε ο χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής αυτής της οικογένειας προϊόντων πρέπει να είναι μεγαλύτερος ή ίσος από το άθροισμα του χρόνου επεξεργασίας της, στη γραμμή

παραγωγής j, στο χρονικό διάστημα n, και του χρόνου που καταναλώνεται από μία εναλλαγή η οποία εκκίνησε στο προηγούμενο χρονικό διάστημα, $n-1$, και ολοκληρώνεται σε αυτό το χρονικό διάστημα. Ο συνδυασμός των περιορισμών (3.1.27) και (3.1.28) διασφαλίζει για την οικογένεια προϊόντων που υφίσταται επεξεργασία πρώτη στη γραμμή παραγωγής j, στο χρονικό διάστημα n, ότι ο χρόνος ολοκλήρωσης της παραγωγής της θα είναι ίσος με το χρόνο κατεργασίας της συν το χρόνο που καταναλώνεται από μία εναλλαγή η οποία εκκίνησε στο προηγούμενο χρονικό διάστημα, $n-1$, και ολοκληρώνεται στο χρονικό διάστημα n.

$$C_{fjn} \geq T^{f}_{fjn} + \overline{U}_{jn} - \omega_{jn} \cdot \left(1 - Y^{f}_{fjn}\right) \qquad \forall f, j, n \qquad (3.1.27)$$

$$C_{fjn} \leq T^{f}_{fjn} + \overline{U}_{jn} + \omega_{jn} \cdot \left(1 - WF_{fjn}\right) \qquad \forall f, j, n \qquad (3.1.28)$$

Περιορισμοί βελτίωσης του χρόνου επίλυσης του μοντέλου με αντικειμενική συνάρτηση την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής

Οι ακόλουθοι περιορισμοί εφαρμόζονται στην περίπτωση που η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου αποσκοπεί στην ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής (makespan). Σύμφωνα με τους περιορισμούς (3.1.29), ο μέγιστος χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής είναι οπωσδήποτε μεγαλύτερος ή ίσος με το άθροισμα του ελάχιστου χρόνου επεξεργασίας των προϊόντων i, στη γραμμή παραγωγής j, προς των πληθάριθμο των γραμμών παραγωγής j.

$$C_{max} \geq \sum_{i} {\tau^{min}_{ij}} \Big/ {MJ_j} \qquad (3.1.29)$$

Αντίστοιχα, οι περιορισμοί (3.1.30), υποδηλώνουν πως ο συνολικός χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής είναι μεγαλύτερος από το συνολικό άθροισμα για όλα τα προϊόντα, για κάθε γραμμή παραγωγής j και για κάθε χρονικό διάστημα n, του χρόνου παραγωγής τους προς τον πληθάριθμο των γραμμών παραγωγής j.

$$C_{max} \geq \left(\sum_{i \in I_j, j, n} T^{i}_{ijn}\right) \Big/ {MJ_j} \qquad (3.1.30)$$

3.2 Μαθηματικό μοντέλο με συνεχή αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα

3.2.1 Ονοματολογία

Σύνολα

$i \in I$	Σύνολο τελικών προϊόντων της μονάδας παραγωγής
$f, f' \in F$	Σύνολο οικογενειών στις οποίες ανήκουν τα τελικά προϊόντα.
$j \in J$	Σύνολο γραμμών παραγωγής

Υποσύνολα

F_j	Σύνολο οικογενειών προϊόντων f που μπορούν να παραχθούν από τη γραμμή παραγωγής j
I_f	Σύνολο προϊόντων i που ανήκουν στην οικογένεια προϊόντων f
I_j	Σύνολο προϊόντων i που μπορούν να παραχθούν από τη γραμμή παραγωγής j
J_f	Σύνολο γραμμών παραγωγής j που μπορούν να παράγουν την οικογένεια προϊόντων f
J_i	Σύνολο γραμμών παραγωγής j που μπορούν να παράγουν το προϊόν i

Παράμετροι

$Ch_{ff'j}$	Χρόνοι εναλλαγής μεταξύ των οικογενειών f και f' στην γραμμή παραγωγής j, σε ώρες
D_i	Συνολική ζήτηση του προϊόντος i, σε κιλά
MJ_j	Πληθάριθμος των γραμμών παραγωγής j
PF_f^{min}	Ελάχιστη συνολική παραγόμενη ποσότητα της οικογένειας προϊόντων f, σε κιλά
PI_i^{min}	Ελάχιστη συνολική παραγόμενη ποσότητα του προϊόντος i, σε κιλά
ρ_{ij}^{max}	Μέγιστος ρυθμός παραγωγής του προϊόντος i στη γραμμή παραγωγής j, σε κιλά/ώρα
ρ_{ij}^{min}	Ελάχιστος ρυθμός παραγωγής του προϊόντος i στη γραμμή παραγωγής j, σε κιλά/ώρα
τ_{ij}^{min}	Ελάχιστος χρόνος επεξεργασίας του προϊόντος i στη γραμμή παραγωγής j, σε ώρες
ω_j	Διαθέσιμος χρόνος λειτουργίας της γραμμής παραγωγής j, σε ώρες

Συνεχείς μεταβλητές

C_{fj}	Χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής της οικογένειας προϊόντων f στη γραμμή παραγωγής j, σε ώρες
C_{max}	Συνολικός χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής (makespan), σε ώρες
Ch_{max}	Συνολικός χρόνος εναλλαγής μεταξύ των οικογενειών προϊόντων, σε ώρες

P_i	Συνολική παραγόμενη ποσότητα του προϊόντος i, σε κιλά
Q_{ij}	Παραγόμενη ποσότητα του προϊόντος i στη γραμμή παραγωγής j, σε κιλά
T_{ij}^{i}	Χρόνος επεξεργασίας του προϊόντος i στη γραμμή παραγωγής j, σε ώρες
T_{fj}^{f}	Χρόνος επεξεργασίας της οικογένειας προϊόντων f στη γραμμή παραγωγής j, σε ώρες

Δυαδικές μεταβλητές

$X_{ff'j}$	Λαμβάνει την τιμή 1 εάν η οικογένεια προϊόντων f υφίσταται επεξεργασία ακριβώς πριν την οικογένεια προϊόντων f', όταν εισάγονται στην ίδια γραμμή παραγωγής j, διαφορετικά λαμβάνει την τιμή 0
Y_{ij}^{i}	Λαμβάνει την τιμή 1 εάν το προϊόν i υφίσταται επεξεργασία στη γραμμή παραγωγής j, διαφορετικά λαμβάνει την τιμή 0
Y_{fj}^{f}	Λαμβάνει την τιμή 1 εάν η οικογένεια προϊόντων f υφίσταται επεξεργασία στη γραμμή παραγωγής j, διαφορετικά λαμβάνει την τιμή 0

3.2.2 Ορισμός του προβλήματος

Και σε αυτή την περίπτωση, το αναπτυσσόμενο μοντέλο είναι μικτού-ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP). Οι στόχοι του προβλήματος εντοπίζονται στην ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων (changeover time) και στην ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής (makespan).

Στην περίπτωση αυτή οι περιορισμοί του προβλήματος περιορίζονται στους ακόλουθους:

- Περιορισμοί ισοζυγίων υλικών (Material Balance Constraints)
- Περιορισμοί κατανομής των οικογενειών προϊόντων (Allocation Constraints)
- Περιορισμοί αλληλουχίας των οικογενειών προϊόντων (Sequencing Constraints)
- Χρονικοί περιορισμοί (Timing Constraints)
- Περιορισμοί μεγέθους παρτίδας προϊόντων (Lot-Sizing Constraints)
- Περιορισμοί βελτίωσης του χρόνου επίλυσης του μοντέλου (Tightening Constraints).

3.2.3 Μαθηματική Διατύπωση Μοντέλου

3.2.3.1 Περιορισμοί του προβλήματος

Περιορισμοί Ισοζυγίων Υλικών

Όμοια με το μοντέλο μικτού διακριτού/συνεχούς χρονικού ορίζοντα, το ισοζύγιο μάζας (3.2.1) εξασφαλίζει ότι η συνολική παραγόμενη ποσότητα του προϊόντος i ισούται με το άθροισμα των επιμέρους ποσοτήτων του προϊόντος i, που παράγονται σε όλες τις γραμμές παραγωγής j.

$$P_i = \sum_{j \in J_i} Q_{ij} \qquad \forall i \qquad (3.2.1)$$

Οι περιορισμοί (3.2.2), διασφαλίζουν ότι η συνολική παραγόμενη ποσότητα του προϊόντος i είναι μεγαλύτερη ή ίση από τη συνολική ζήτηση για αυτό το προϊόν.

$$P_i \geq D_i \qquad \forall i \qquad (3.2.2)$$

Περιορισμοί κατανομής των προϊόντων

Όμοια με του περιορισμούς κατανομής του πρώτου μαθηματικού μοντέλου, οι περιορισμοί (3.2.3), διασφαλίζουν ότι η οικογένεια προϊόντων f υφίσταται επεξεργασία στη γραμμή παραγωγής j, μόνο εφόσον ένα τουλάχιστον από τα προϊόντα που ανήκουν σε αυτή την οικογένεια προϊόντων ($i \in I_f$) υφίσταται επεξεργασία στην ίδια γραμμή παραγωγής.

$$Y_{fj}^{f} \geq Y_{ij}^{i} \qquad \forall f, i \in I_f, j \in J_f \qquad (3.2.3)$$

Οι περιορισμοί (3.2.4), εξασφαλίζουν ότι η δυαδική μεταβλητή Y_{fj}^{f} λαμβάνει μηδενική τιμή όταν δεν παράγεται κανένα προϊόν που ανήκει στην οικογένεια προϊόντων f ($i \in I_f$), στη γραμμή παραγωγής j.

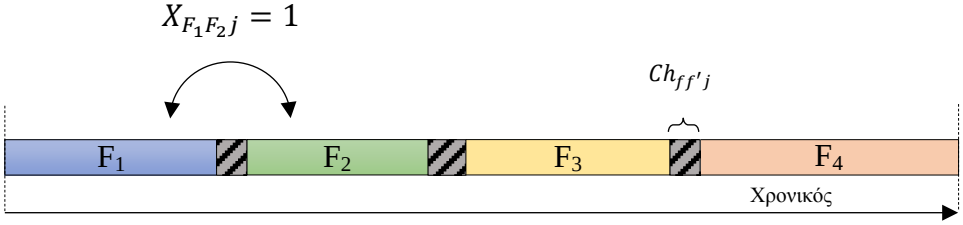
$$Y_{fj}^{f} \leq \sum_{i \in I_f} Y_{ij}^{i} \qquad \forall f, i \in I_f, j \in J_f \qquad (3.2.4)$$

Περιορισμοί αλληλουχίας προϊόντων

Οι περιορισμοί (3.2.5) και (3.2.6) διασφαλίζουν ότι εάν μία οικογένεια προϊόντων f, υφίσταται επεξεργασία στη γραμμή παραγωγής j, ($Y_{fj}^{f} = 1$), τότε το πολύ μία οικογένεια προϊόντων f' παράγεται πριν και μετά από την οικογένεια f, αντίστοιχα. Για τον περιορισμό αυτό, λαμβάνεται υπόψη η δυαδική μεταβλητή άμεσης προτεραιότητας ($X_{ff'j}$), της οποίας η λειτουργία διασαφηνίζεται στο Σχήμα 3.7.

$$\sum_{f' \neq f, f' \in F_j} X_{f'fj} \leq Y_{fj}^{f} \qquad \forall f, j \in J_f \qquad (3.2.5)$$

$$\sum_{f' \neq f, f' \in F_j} X_{ff'j} \leq Y_{fj}^{f} \qquad \forall f, j \in J_f \qquad (3.2.6)$$



Σχήμα 3.7: Η έννοια της μεταβλητής άμεσης προτεραιότητας.

Σύμφωνα με τους περιορισμούς (3.2.7) το άθροισμα του συνολικού αριθμού των ενεργών δυαδικών μεταβλητών αλληλουχίας $X_{ff'j}$ συν 1, είναι ίσο με τον συνολικό αριθμό των ενεργών δυαδικών μεταβλητών Y_{fj}^{f}.

$$\sum_{f\in F_j}\sum_{f'\neq f,f'\in F_j} X_{ff'j} + 1 = \sum_{f\in F_j} Y_{fj}^{f} \qquad \forall j \qquad (3.2.7)$$

Χρονικοί περιορισμοί

Οι περιορισμοί (3.2.8) και (3.2.9) είναι όμοιοι με τους περιορισμούς (3.1.9) και (3.1.10), και αποσκοπούν στην εξασφάλιση ενός εφικτού χρονοδιαγράμματος παραγωγής όλων των οικογενειών προϊόντων που παράγονται στην ίδια γραμμή παραγωγής j. Αναλυτικότερα, εάν η παραγωγή μιας οικογένειας προϊόντων f προηγείται της παραγωγής μιας άλλης οικογένειας προϊόντων f' σε μία γραμμή παραγωγής j ($X_{ff'j} = 1$), τότε ο χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής της οικογένειας προϊόντων f' είναι οπωσδήποτε μεγαλύτερος ή ίσος σύμφωνα με τους περιορισμούς (3.2.8) και μικρότερος ή ίσος σύμφωνα με τους περιορισμούς (3.2.9), με το άθροισμα του χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής της προηγούμενης οικογένειας προϊόντων f, του χρόνου παραγωγής της οικογένειας προϊόντων f' και του χρόνου εναλλαγής μεταξύ των δύο οικογενειών προϊόντων.

Επιπρόσθετα, όταν μόνο μία οικογένεια προϊόντων υφίσταται επεξεργασία στη γραμμή παραγωγής j ($X_{ff'j}$=0), τότε οι περιορισμοί διασφαλίζουν ότι ο χρόνος ολοκλήρωσης της οικογένειας προϊόντων f δεν ξεπερνά το διαθέσιμο χρονικό ορίζοντα (ω_j). Και αυτοί οι περιορισμοί διαμορφώνονται ως περιορισμοί μεγάλων τιμών (big-M constraints), στους οποίους ο διαθέσιμος χρονικός ορίζοντας, αποτελεί την παράμετρο M (Big-M value).

$$C_{f'j} \geq C_{fj} + T_{f'j}^{f} + Ch_{ff'j}\cdot X_{ff'j} - \omega_j\cdot\left(1 - X_{ff'j}\right) \qquad (3.2.8)$$

$$\forall f, f' \neq f, j \in \left(J_f \cap J_{f'}\right)$$

$$C_{f'j} \leq C_{fj} + T_{f'j}^{f} + Ch_{ff'j}\cdot X_{ff'j} + \omega_j\cdot\left(1 - X_{ff'j}\right) \qquad (3.2.9)$$

$$\forall f, f' \neq f, j \in \left(J_f \cap J_{f'}\right)$$

Οι περιορισμοί (3.2.10) και (3.2.11) θέτουν ένα ανώτερο και κατώτερο όριο στο χρόνο ολοκλήρωσης παραγωγής της οικογένειας προϊόντων f. Αναλυτικότερα, ο χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής της οικογένειας προϊόντων f που υφίσταται επεξεργασία στη γραμμή παραγωγής j είναι μεγαλύτερος ή ίσος από τον χρόνο παραγωγής της οικογένειας προϊόντων f και μικρότερος από το διαθέσιμο χρόνο λειτουργίας της γραμμής παραγωγής j.

$$C_{fj} \geq T_{fj}^{f} \quad \forall f, j \in J_f \qquad (3.2.10)$$

$$C_{fj} \leq \omega_j \quad \forall f, j \in J_f \qquad (3.2.11)$$

Περιορισμοί μεγέθους παρτίδας προϊόντων

Όμοια με τους περιορισμούς (3.1.17) και (3.1.18), το σύνολο των περιορισμών (3.2.12) και (3.2.13) θέτει ένα ανώτατο και κατώτατο όριο παραγωγής του προϊόντος i στη γραμμή παραγωγής j. Έτσι, η παραγόμενη ποσότητα κάθε προϊόντος i, θα πρέπει να είναι μεγαλύτερη από τον ελάχιστο ρυθμό παραγωγής του και παράλληλα μικρότερη από το μέγιστο ρυθμό παραγωγής του, πολλαπλασιασμένο και στις δύο περιπτώσεις με το χρόνο παραγωγής του προϊόντος αυτού, στη γραμμή παραγωγής j.

$$\rho_{ij}^{min} \cdot T_{ij}^{i} \leq Q_{ij} \quad \forall i, j \in J_i \qquad (3.2.12)$$

$$Q_{ij} \leq \rho_{ij}^{max} \cdot T_{ij}^{i} \quad \forall i, j \in J_i \qquad (3.2.13)$$

Αντίστοιχα, οι περιορισμοί (3.2.14) και (3.2.15) θέτουν ένα ανώτατο και κατώτατο όριο στο χρόνο παραγωγής του προϊόντος i, στη γραμμή παραγωγής j. Στην περίπτωση αυτή, ο διαθέσιμος χρονικός ορίζοντας (ω_j), αντιπροσωπεύει το ανώτερο όριο.

$$\tau_{ij}^{min} \cdot Y_{ij}^{i} \leq T_{ij}^{i} \quad \forall i, j \in J_i \qquad (3.2.14)$$

$$T_{ij}^{i} \leq \omega_j \cdot Y_{ij}^{i} \quad \forall i, j \in J_i \qquad (3.2.15)$$

Σύμφωνα με τους περιορισμούς (3.2.16) ο συνολικός χρόνος παραγωγής όλων των προϊόντων που ανήκουν στην οικογένεια προϊόντων f ισούται με το συνολικό χρόνο παραγωγής της οικογένειας f.

$$T_{fj}^{f} = \sum_{i \in I_f} T_{ij}^{i} \quad \forall f, j \in J_f \qquad (3.2.16)$$

Οι περιορισμοί (3.2.17) διασφαλίζουν ότι εφόσον ένα προϊόν i υφίσταται επεξεργασία στη γραμμή παραγωγής j, τότε η συνολική παραγόμενη ποσότητα του προϊόντος i θα είναι μεγαλύτερη ή ίση από την ελάχιστη απαιτούμενη παραγόμενη ποσότητα του.

$$P_i \geq PI_i^{min} \cdot Y_{ij}^{i} \quad \forall i, j \in J_i \qquad (3.2.17)$$

Αντίστοιχα, οι περιορισμοί (3.2.18) διασφαλίζουν ότι εφόσον η οικογένεια προϊόντων f υφίσταται επεξεργασία στη γραμμή παραγωγής j, τότε η συνολική παραγόμενη ποσότητα όλων των προϊόντων που ανήκουν στην οικογένεια προϊόντων f είναι μεγαλύτερη ή ίση από την ελάχιστη απαιτούμενη παραγόμενη ποσότητα της οικογένειας f.

$$\sum_{i \in I_f} P_i \geq PF_f^{min} \cdot Y_{fj}^{f} \quad \forall f, j \in J_f \qquad (3.2.18)$$

3.2.3.2 Αντικειμενικές συναρτήσεις

Ομοίως, για τους ανωτέρω περιορισμούς διαμορφώνονται δύο αντικειμενικές συναρτήσεις, που αφορούν την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων και του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής.

Αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης του συνολικού χρόνου εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων (changeover time)

Η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου, αφορά την ελαχιστοποίηση του χρόνου εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων (*changeover time*) σε όλες τις γραμμές παραγωγής, ο οποίος υπολογίζεται μέσω του αθροίσματος των επιμέρους χρόνων εναλλαγής όλων των οικογενειών προϊόντων, που παράγονται σε όλες τις γραμμές παραγωγής j, κατά τη διάρκεια του διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα, πολλαπλασιασμένο με τη δυαδική μεταβλητή άμεσης προτεραιότητας $X_{ff'j}$.

$$min\left\{\sum_{f}\sum_{f'\neq f}\sum_{j\in\left(J_f\cap J_{f'}\right)} Ch_{ff'j}\cdot\left(X_{ff'j}\right)\right\} \quad (3.2.19)$$

Αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής (makespan)

Η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου, στην περίπτωση αυτή, αφορά στην ελαχιστοποίηση του χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής όλων των οικογενειών προϊόντων f σε όλες τις γραμμές παραγωγής.

$$min\{C_{max}\geq C_{fj}\} \quad \forall f,j \quad (3.2.20)$$

3.2.3.3 Περιορισμοί βελτίωσης του χρόνου επίλυσης του μοντέλου

Στην περίπτωση αυτή, οι περιορισμοί βελτίωσης του χρόνου επίλυσης του μοντέλου εντοπίζονται μόνο για την αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής, καθότι στην περίπτωση αυτή η επίλυση του μοντέλου εκ φύσεως καθίσταται περισσότερο χρονοβόρα.

Περιορισμοί βελτίωσης της απόδοσης του μοντέλου με αντικειμενική συνάρτηση την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής

Οι περιορισμοί (3.2.21), υποδηλώνουν πως ο συνολικός χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής είναι μεγαλύτερος ή ίσος από το συνολικό χρόνο επεξεργασίας όλων των προϊόντων σε όλες τις γραμμές παραγωγής, προς τον πληθάριθμο των γραμμών παραγωγής.

$$C_{max}\geq \left(\sum_{i\in I_j,j} T_{ij}^{i}\right)\Big/_{MJ_j} \quad (3.2.21)$$

4 Μελέτες Περίπτωσης

4.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό, παρατίθενται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή των μαθηματικών μοντέλων, που αναπτύχθηκαν στις υποενότητες 3.1 και 3.2, σε μία σειρά μελετών περίπτωσης της υπό μελέτη βιομηχανικής μονάδας. Παράλληλα, λαμβάνουν χώρα υποθετικές μελέτες περίπτωσης που αφορούν την ταυτόχρονη βελτιστοποίηση πολλαπλών αντικειμενικών συναρτήσεων, τη διαχείριση προϋπάρχοντος αποθέματος για κάλυψη της ζήτησης, την ύπαρξη καθορισμένων ημερομηνιών διάθεσης των προϊόντων στην αγορά και τη μεταβολή της ζήτησης και του αριθμού των γραμμών παραγωγής. Σημειώνεται πως τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν για την λήψη των αποτελεσμάτων ανταποκρίνονται σε πραγματικές συνθήκες ζήτησης και παραχωρήθηκαν από την ίδια την βιομηχανία.

Αναλυτικότερα, στην πρώτη υποενότητα, παρουσιάζεται ο βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής, που προκύπτει από την επίλυση κάθε μαθηματικού μοντέλου για τις αντικειμενικές συναρτήσεις ελαχιστοποίησης του χρόνου εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων και του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής, για δύο διαφορετικές ζητήσεις προϊόντων, σε χρονικό ορίζοντα μιας εβδομάδας. Στη δεύτερη υποενότητα, μελετάται η περίπτωση βελτιστοποίησης με πολλαπλά κριτήρια (Multi-Objective), όπου λαμβάνει χώρα η ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση δύο αντικειμενικών συναρτήσεων, με την πρώτη να αποσκοπεί στην ελαχιστοποίηση του αριθμού των γραμμών παραγωγής που βρίσκονται σε λειτουργία εντός του διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα και την δεύτερη στην ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση του χρόνου εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων και του χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής. Στην τρίτη υποενότητα, εξετάζεται η δυνατότητα διαχείρισης προϋπάρχοντος αποθέματος των προϊόντων και ταυτόχρονα ύπαρξης καθορισμένων ημερομηνιών παράδοσης τους στην αγορά, για το μοντέλο μικτής διακριτής/συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα. Στην τέταρτη υποενότητα, μελετώνται περιπτώσεις σταδιακής αύξησης της ζήτησης, και εξετάζεται η μέγιστη ζήτηση που μπορεί να καλυφθεί με τον διαθέσιμο μηχανολογικό εξοπλισμό. Στην πέμπτη υποενότητα, μελετάται η περίπτωση προσθήκης μίας

επιπλέον γραμμής παραγωγής για την κάλυψη αυξημένης ζήτησης, και η μέγιστη ζήτηση που μπορεί να καλυφθεί με το νέο μηχανολογικό εξοπλισμό.

Το παρόν πρόβλημα, αποτελεί ένα πρόβλημα μικτού-ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (Mixed-Integer Linear Programming - MILP). Η υλοποίηση των μαθηματικών μοντέλων, πραγματοποιήθηκε με τη βοήθεια του υπολογιστικού εργαλείου GAMS (General Algebraic Modeling System). Η επίλυση, έγινε με χρήση του επιλυτή ILOG CPLEX, ο οποίος είναι ενσωματωμένος στο υπολογιστικό εργαλείο GAMS (GAMS, 2017).

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την επίλυση των μαθηματικών μοντέλων, παρουσιάζονται με τη μορφή διαγραμμάτων χρονοπρογραμματισμού παραγωγής (Gantt Chart), τα οποία κατασκευάστηκαν με τη βοήθεια του εργαλείου Matlab (Matlab, 2014). Τα διαγράμματα Gantt, αποτελούν μια απεικόνιση της χρονικής διάρκειας και της αλληλουχίας των επιτελούμενων διεργασιών και αναπτύχθηκαν για πρώτη φορά από τον Henry Gantt το 1917, ως ένα εργαλείο ελέγχου παραγωγής (Herrmann, 2006). Στην συγκεκριμένη μελέτη, το διάγραμμα Gantt, αποτελεί μία γραφική απεικόνιση της χρονικής διάρκειας και της αλληλουχίας των οικογενειών προϊόντων ή των προϊόντων. Ο οριζόντιος άξονας του γραφήματος, αντιπροσωπεύει το διαθέσιμο χρονικό ορίζοντα, σε ώρες (168 ώρες =1 εβδομάδα), ενώ ο κατακόρυφος άξονας αντιπροσωπεύει το διαθέσιμο μηχανολογικό εξοπλισμό, (6 γραμμές παραγωγής). Οι χρόνοι παραγωγής των οικογενειών προϊόντων (ή των προϊόντων), σε κάθε γραμμή παραγωγής, απεικονίζονται με ορθογώνια παραλληλόγραμμα διαφορετικού χρώματος για την κάθε οικογένεια προϊόντων (προϊόν), και μήκους ίσου προς τη χρονική διάρκεια παραγωγής της (του). Παράλληλα, οι εναλλαγές χρόνων μεταξύ των οικογενειών προϊόντων απεικονίζονται με τη μορφή κενών διαστημάτων.

4.2 Αποτελέσματα βελτιστοποίησης χρονοπρογραμματισμού παραγωγής

Στους Πίνακες Α.1 και Α.2 του Παραρτήματος Α παρουσιάζονται τα δεδομένα των δύο ρεαλιστικών εβδομαδιαίων ζητήσεων των προϊόντων της βιομηχανίας. Η πρώτη ζήτηση, αντιστοιχεί σε 76 διαφορετικά προϊόντα που ανήκουν σε 8 οικογένειες

προϊόντων (F1-F8), ενώ η δεύτερη ζήτηση αντιστοιχεί σε 70 διαφορετικά προϊόντα που ανήκουν στις 9 οικογένειες προϊόντων (F1-F9). Η συνολική ζητούμενη ποσότητα των προϊόντων της πρώτης ζήτησης είναι μεγαλύτερη της δεύτερης.

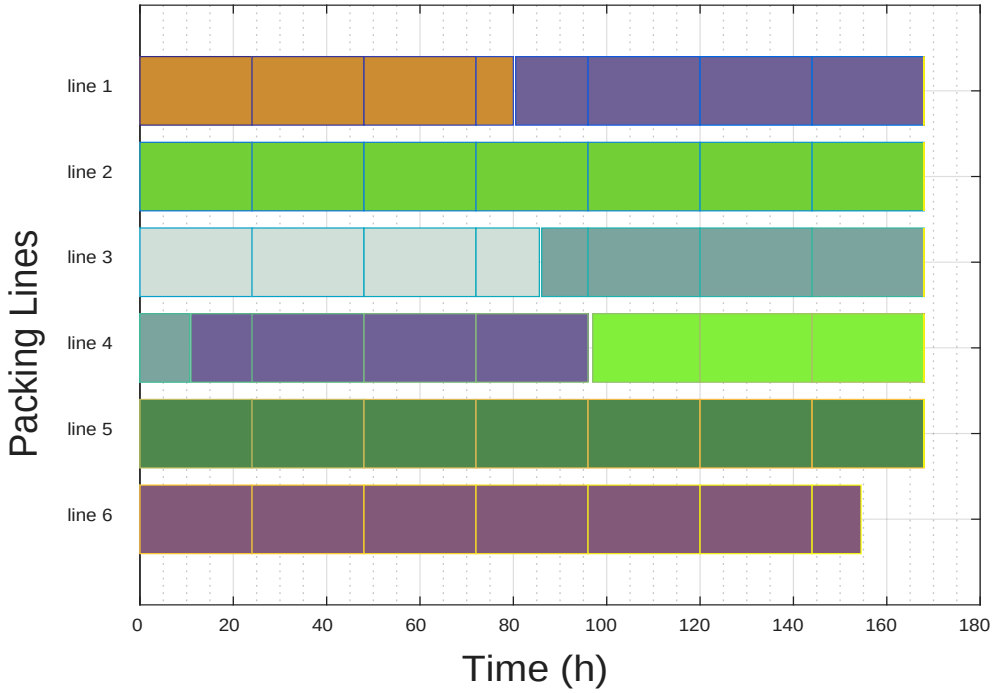
Στην υποενότητα αυτή, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη βελτιστοποίηση χρονοπρογραμματισμού παραγωγής των δύο μοντέλων που αναπτύχθηκαν εκτενώς στο κεφάλαιο 3, για τις αντικειμενικές συναρτήσεις ελαχιστοποίησης του συνολικού χρόνου εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων (αντικειμενική συνάρτηση 1) και ελαχιστοποίησης του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής (αντικειμενική συνάρτηση 2), για τις δύο εβδομαδιαίας ζητήσεις.

Για το πρώτο μοντέλο, η αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα είναι μικτή διακριτή/συνεχής, με την εβδομάδα να διαιρείται σε 7 ισομήκη διαστήματα (ημέρες) διάρκειας 24 ωρών, ενώ για το δεύτερο ο χρονικός ορίζοντας είναι συνεχής διάρκειας 168 ωρών. Επισημαίνεται, πως και στην περίπτωση μικτού διακριτού/συνεχούς χρονικού ορίζοντα, η ζήτηση είναι εβδομαδιαία και όχι ημερήσια, καθώς η εταιρία δεν διαθέτει καθορισμένες ημερομηνίες παράδοσης των προϊόντων της, εντός του διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα. Αυτό επιτυγχάνεται, με εκχώρηση της ζήτησης όλων των προϊόντων στο τελευταίο χρονικό διάστημα του διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα, με την παραγόμενη ποσότητα των προϊόντων σε κάθε χρονικό διάστημα, να καθορίζεται από τη βελτιστοποίηση.

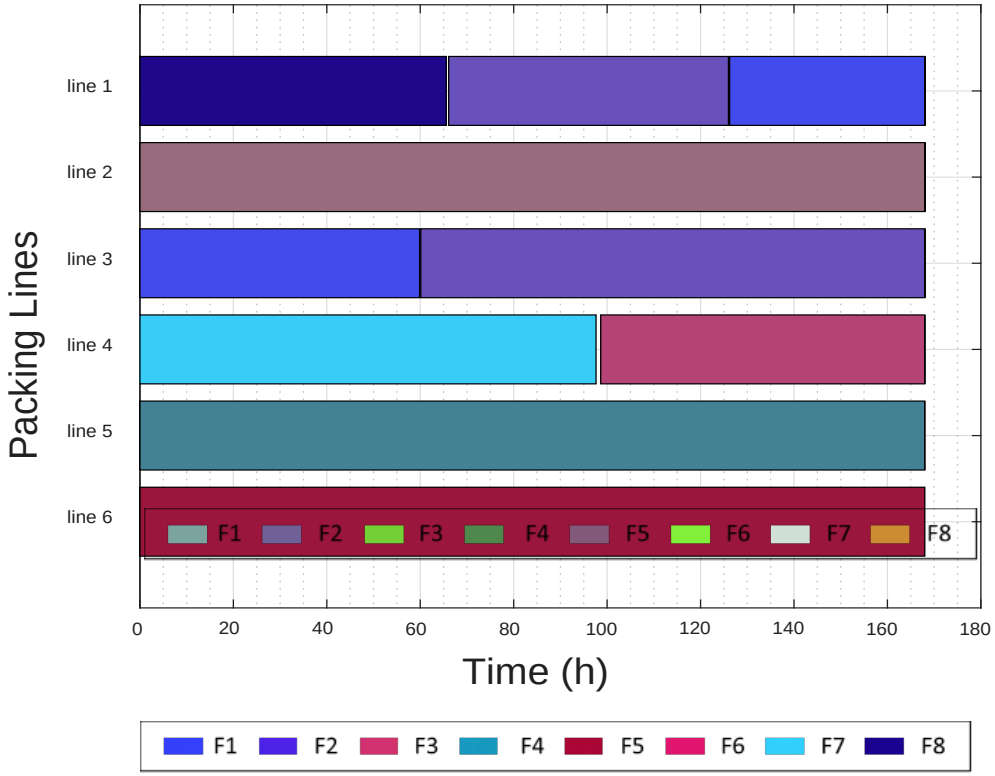
4.2.1 Αποτελέσματα βελτιστοποίησης του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με στόχο την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων

Ζήτηση 1

Ακολούθως, παρουσιάζονται, για την πρώτη εβδομαδιαία ζήτηση, τα διαγράμματα βέλτιστου χρονοπρογραμματισμού παραγωγής, που προέκυψαν από την επίλυση των δύο μαθηματικών μοντέλων, με στόχο την ελαχιστοποίηση των περιορισμών (3.1.24) και (3.2.19), αντίστοιχα.



Σχήμα 4.1: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής ελαχιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης 1, με χρήση του μοντέλου μικτής διακριτής/συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 1.



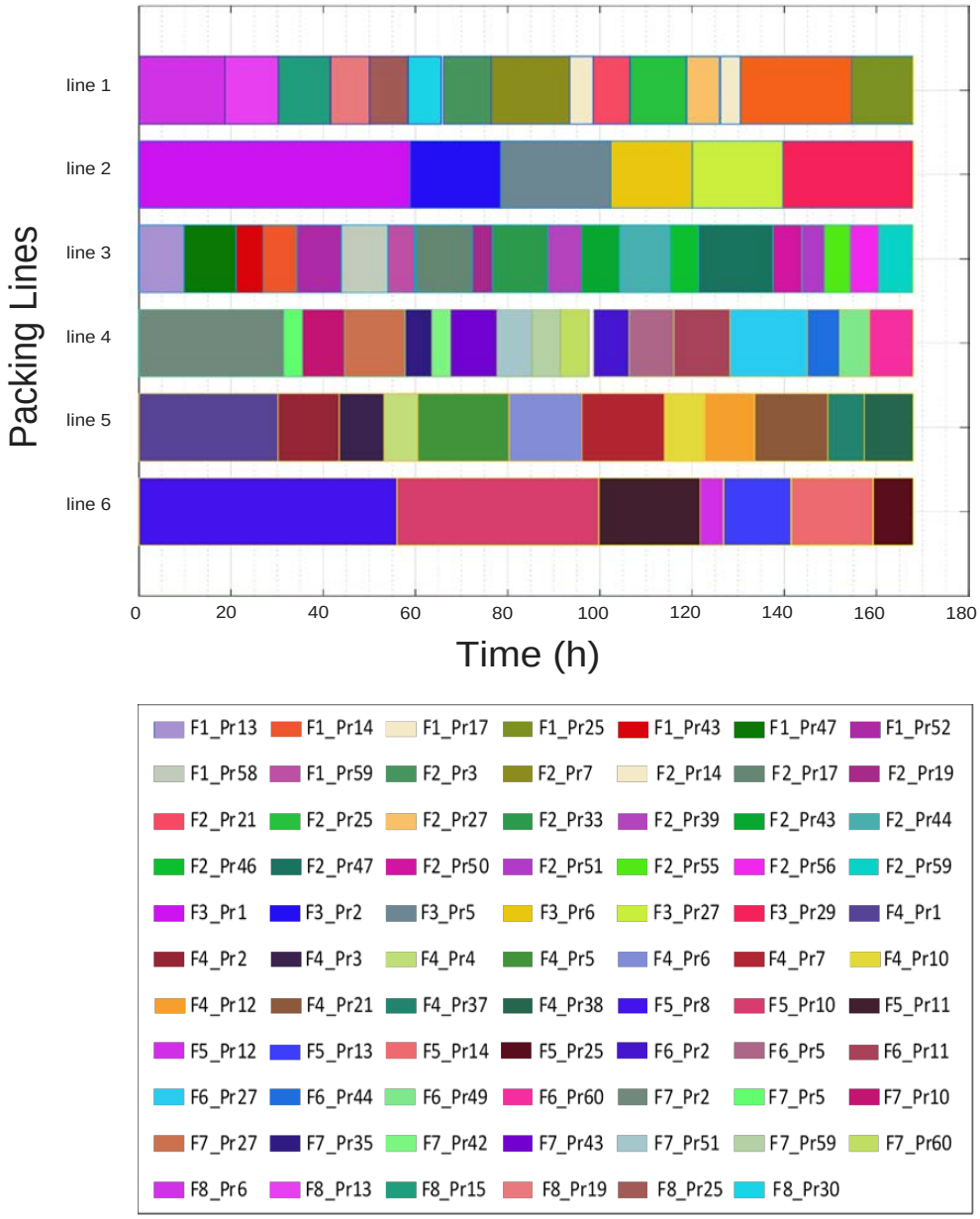
Σχήμα 4.2: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής ελαχιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης 1 με χρήση του μοντέλου συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα για την ζήτηση 1.

Στα Σχήματα 4.1 και 4.2 παρουσιάζεται ο βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής, για τα μοντέλα μικτής διακριτής/συνεχούς και συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, αντίστοιχα. Στα διαγράμματα Gantt, παρουσιάζονται οι αλληλουχίες και η χρονική διάρκεια παραγωγής των οικογενειών προϊόντων σε κάθε γραμμή παραγωγής στον διαθέσιμο χρονικό ορίζοντα που ανέρχεται στις 168 ώρες (1 εβδομάδα). Από την επίλυση των μαθηματικών μοντέλων, ο συνολικός χρόνος εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων στην περίπτωση του μικτού διακριτού/συνεχούς χρονικού ορίζοντα ανέρχεται στις 2 ώρες και 9 λεπτά, ενώ στην περίπτωση του συνεχούς χρονικού ορίζοντα ανέρχεται στις 2 ώρες.

Παρατηρώντας το Σχήμα 4.1, η γραμμές παραγωγής 2, 5 και 6 επεξεργάζονται μόνο μία οικογένεια προϊόντων, η καθεμιά και συνεπώς δεν υφίστανται αλλαγές χρόνων μεταξύ οικογενειών προϊόντων, σε αυτές. Στις γραμμές παραγωγής 1 και 3, λαμβάνει χώρα μόνο μία εναλλαγή μεταξύ οικογενειών προϊόντων, στην καθεμία, ενώ στη γραμμή παραγωγής 4 υφίσταται η εναλλαγή μεταξύ οικογενειών προϊόντων με τη μεγαλύτερη χρονική διάρκεια. Παράλληλα στη γραμμή παραγωγής 6, η παραγωγή ολοκληρώνεται νωρίτερα από το διαθέσιμο χρονικό ορίζοντα, γεγονός που αποτελεί ένα συχνό φαινόμενο σε μοντέλα μικτού διακριτού/συνεχούς χρονικού ορίζοντα, σε περιπτώσεις μέτριας ή χαμηλής ζήτησης.

Από τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την επίλυση του μοντέλου συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα (Σχήμα 4.2), παρατηρείται ότι υπάρχουν 3 γραμμές παραγωγής που επεξεργάζονται μόνο μία οικογένεια προϊόντων η καθεμιά, οδηγώντας σε μηδενικό χρόνο εναλλαγής μεταξύ των οικογενειών προϊόντων, σε αυτές. Στη γραμμή παραγωγής 1 λαμβάνουν χώρα οι περισσότερες εναλλαγές μεταξύ οικογενειών προϊόντων, ενώ στην γραμμή παραγωγής 4 λαμβάνει χώρα η μεγαλύτερη σε διάρκεια εναλλαγή.

Στο Σχήμα 4.3 παρουσιάζεται ενδεικτικά το διάγραμμα Gantt ελαχιστοποίησης του χρόνου εναλλαγών μεταξύ των προϊόντων για το μοντέλο συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την πρώτη ζήτηση.



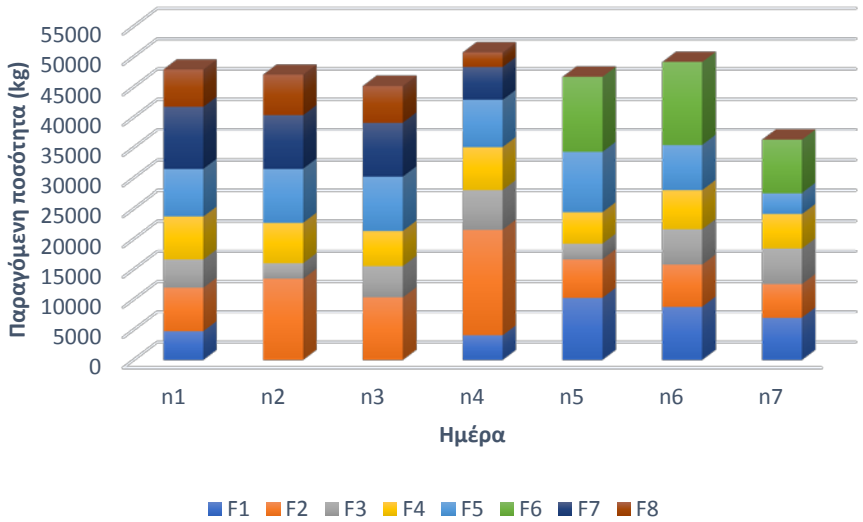
Σχήμα 4.3: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής ελαχιστοποίησης του χρόνου εναλλαγών μεταξύ των προϊόντων, με χρήση του μοντέλου συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 1.

Το ανωτέρω διάγραμμα, αποτελεί μία αναλυτική απεικόνιση της αλληλουχίας και της χρονικής διάρκειας παραγωγής των προϊόντων, στις γραμμές παραγωγής. Σημειώνεται, πως για προϊόντα που ανήκουν στην ίδια οικογένεια προϊόντων οι χρόνοι εναλλαγής είναι μηδενικοί, ενώ εναλλαγές χρόνων παρατηρούνται μόνο μεταξύ προϊόντων που ανήκουν σε δύο διαφορετικές οικογένειες, με τον χρόνο εναλλαγής τους να ισούται με το χρόνο εναλλαγής μεταξύ των δύο αντίστοιχων οικογενειών προϊόντων. Ωστόσο, το διάγραμμα Gantt απεικόνισης των προϊόντων, δείχνει περισσότερο πολύπλοκο σε σχέση με το αντίστοιχο απεικόνισης των

οικογενειών προϊόντων, διότι καθιστά τους χρόνους εναλλαγής μεταξύ των οικογενειών προϊόντων δυσδιάκριτους. Στους Πίνακες Β.1 και Β.2 του Παραρτήματος Β, παρουσιάζονται αναλυτικά οι χρόνοι παραγωγής των ζητούμενων προϊόντων όπως προέκυψαν από την επίλυση των δύο μοντέλων.

Όπως προαναφέρθηκε, η βιομηχανία λειτουργεί συνεχώς όλες τις ημέρες του χρόνου και η επιτελούμενη διεργασία είναι συνεχούς λειτουργίας, γεγονός που συνεπάγεται μηδενικούς χρόνους εκκίνησης και τερματισμού (setup & shutdown time) της λειτουργίας των γραμμών παραγωγής. Παράλληλα, δεν υφίστανται ενδιάμεσες διακοπές για καθαρισμό των γραμμών παραγωγής, καθώς οι εναλλαγές πραγματοποιούνται κατά τη διάρκεια που αυτές βρίσκονται σε λειτουργία (online). Το γεγονός αυτό, διαφαίνεται και από τα παραπάνω διαγράμματα, με τις γραμμές παραγωγής να βρίσκονται σε λειτουργία καθ' όλη τη διάρκεια του διαθεσίμου χρονικού ορίζοντα. Ωστόσο η «επιβαλλόμενη» συνεχής λειτουργία του μηχανολογικού εξοπλισμού, σε περιπτώσεις χαμηλής ή μέτριας ζήτησης οδηγεί σε παραγωγή μεγάλης ποσότητας αποθέματος. Στο σημείο αυτό υπενθυμίζεται πως δεν υπάρχει περιορισμός αποθηκευτικής δυναμικότητας που να τίθεται από την εταιρία, ούτε περιορισμοί αλλοίωσης της ποιότητας των προϊόντων, γεγονός που επιτρέπει την παραγωγή και αποθήκευση αποθέματος για μεγάλο χρονικό διάστημα.

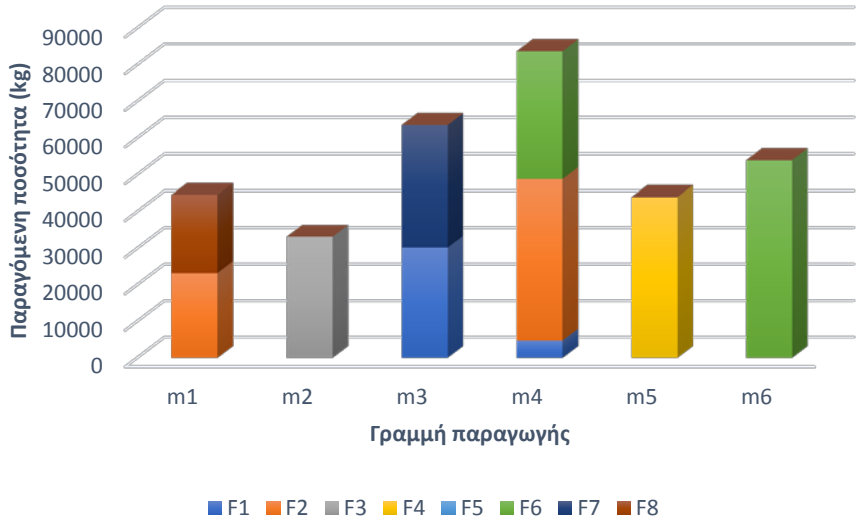
Στο Σχήμα 4.4 παρουσιάζεται η συνολική παραγόμενη ποσότητα των οικογενειών προϊόντων για κάθε χρονικό διάστημα, όπως προκύπτει από την επίλυση του μοντέλου μικτής διακριτής/συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα.



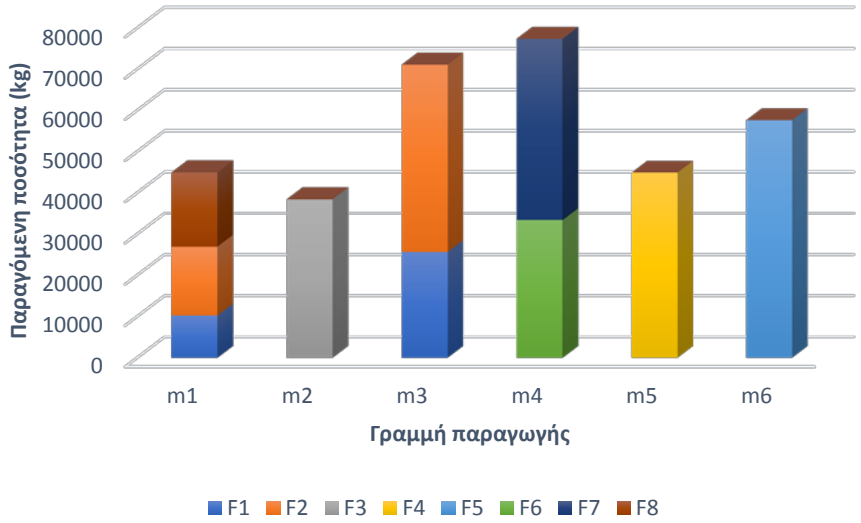
Σχήμα 4.4: Παραγόμενη ποσότητα για κάθε χρονικό διάστημα με χρήση του μοντέλου μικτής διακριτής/συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 1.

Από το ανωτέρω γράφημα, γίνεται εμφανές, πως σε όλα τα χρονικά διαστήματα η παραγόμενη ποσότητα κυμαίνεται στα ίδια επίπεδα. Εξαίρεση, αποτελεί το τελευταίο χρονικό διάστημα στο οποίο η παραγόμενη ποσότητα είναι αισθητά μικρότερη, γεγονός που οφείλεται στην ολοκλήρωση της παραγωγής της γραμμής παραγωγής 6 πριν το πέρας του διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα.

Στα γραφήματα 4.5 και 4.6 παρουσιάζεται, η συνολική παραγόμενη ποσότητα προϊόντων από κάθε γραμμή παραγωγής, όπως προέκυψε από την επίλυση των δύο μοντέλων.



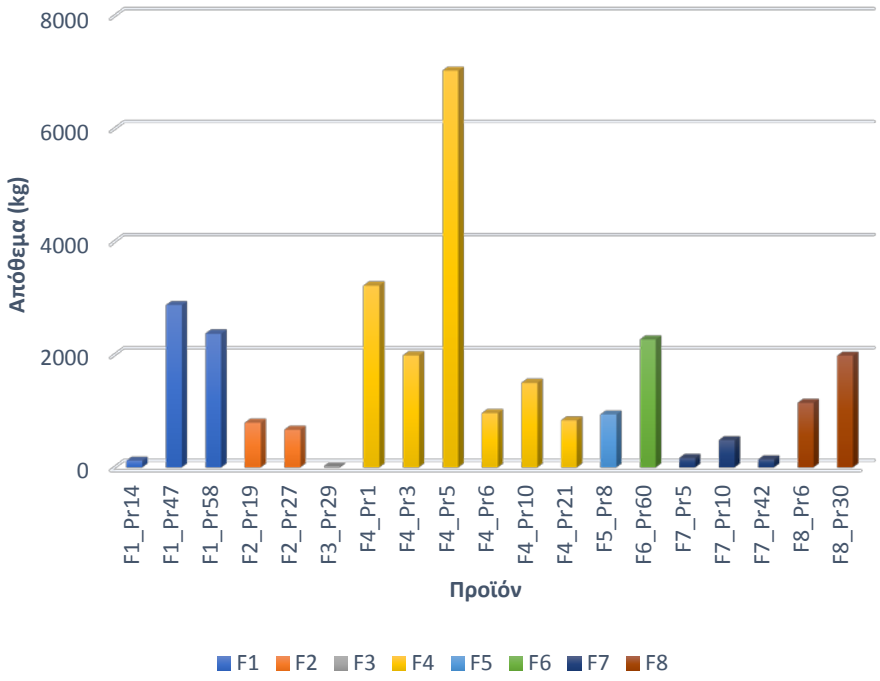
Σχήμα 4.5: Παραγόμενη ποσότητα οικογενειών προϊόντων σε κάθε γραμμή παραγωγής με χρήση του μοντέλου μικτής διακριτής/συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 1.



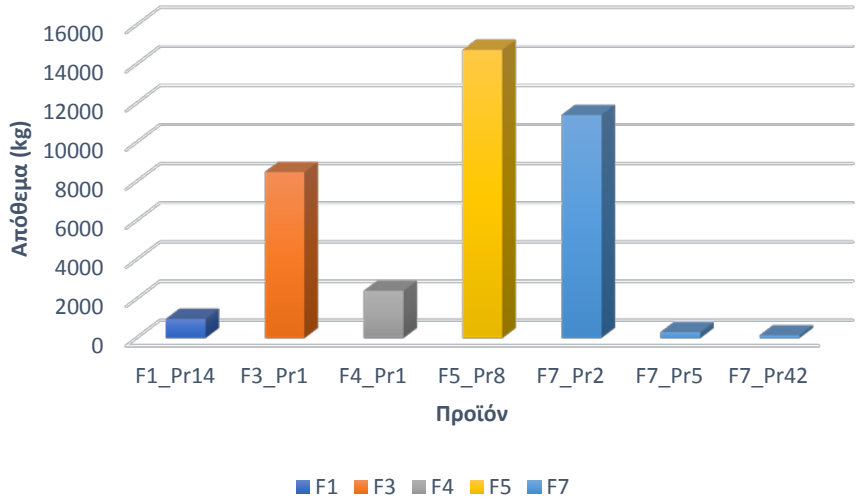
Σχήμα 4.6: Παραγόμενη ποσότητα οικογενειών προϊόντων σε κάθε γραμμή παραγωγής με χρήση του μοντέλου συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 1.

Από τα γραφήματα 4.5 και 4.6 γίνεται αντιληπτό, πως και για τα δύο μοντέλα που αναπτύχθηκαν οι γραμμές παραγωγής 3 και 4 επιδίδονται στην παραγωγή της μεγαλύτερης ποσότητας τελικών προϊόντων, καθ' όλη τη διάρκεια του χρονικού ορίζοντα. Το γεγονός αυτό, εξηγείται από τη μέγιστη παραγωγική δυναμικότητα των γραμμών αυτών, η οποία για το πλείστο των προϊόντων υπερβαίνει την μέγιστη παραγωγική δυναμικότητα των υπολοίπων γραμμών παραγωγής.

Ακολούθως παρουσιάζεται η ποσότητα του παραγόμενου αποθέματος, που προέκυψε από την επίλυση των δύο μοντέλων.



Σχήμα 4.7: Παραγόμενο απόθεμα προϊόντων που προκύπτει από την επίλυση του μοντέλου μικτής διακριτής/συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 1.

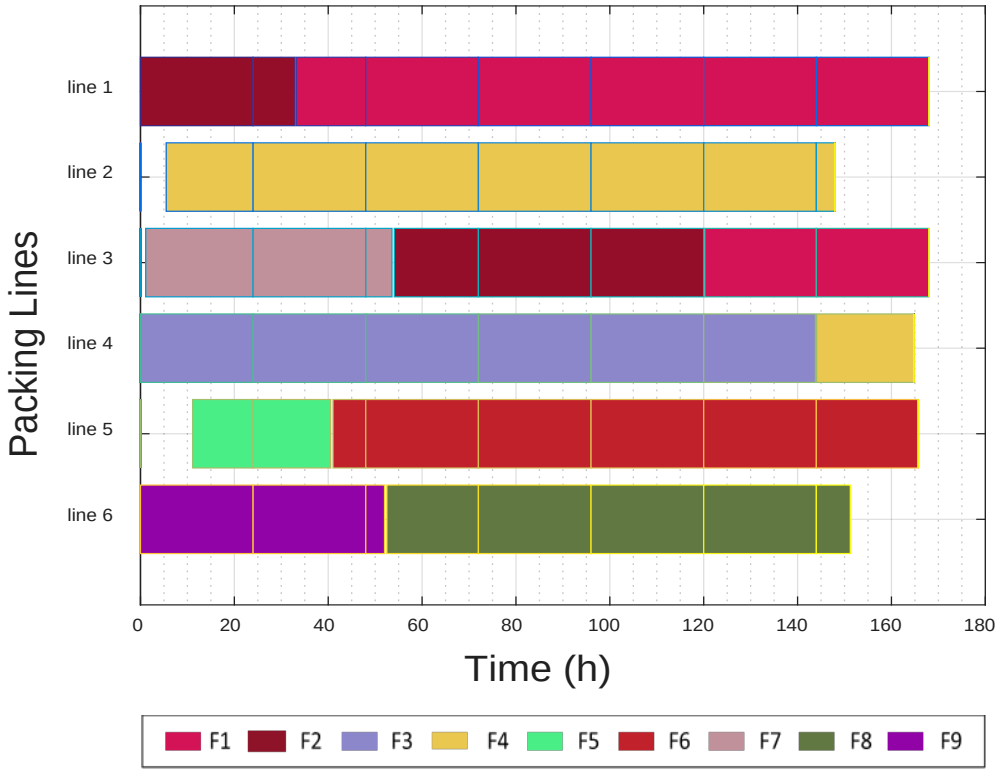


Σχήμα 4.8: Παραγόμενο απόθεμα προϊόντων που προκύπτει από την επίλυση του μοντέλου συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 1.

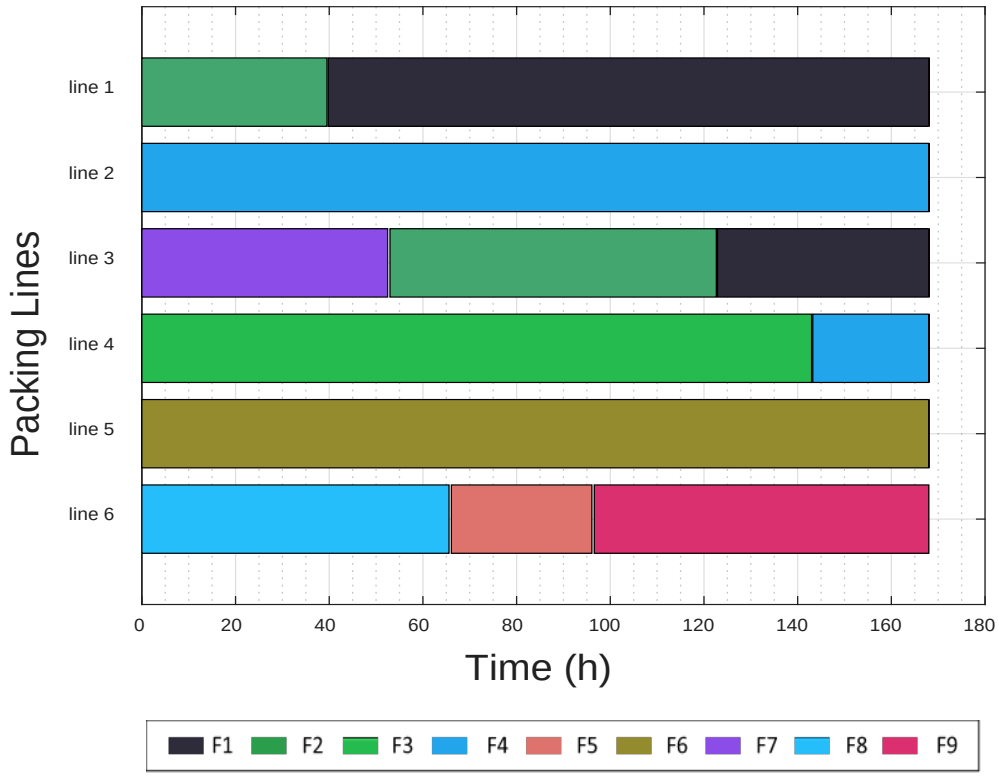
Από τα ανωτέρω γραφήματα, είναι εμφανές πως και για τα δύο μαθηματικά μοντέλα παράγεται μεγάλη ποσότητα αποθέματος. Στην περίπτωση του πρώτου μοντέλου, το παραγόμενο απόθεμα αφορά την παραγωγή μικρών ποσοτήτων για 19 από τα 76 ζητούμενα προϊόντα, ενώ στην περίπτωση του δεύτερου μοντέλου, το παραγόμενο απόθεμα αφορά την παραγωγή μόνο 7 προϊόντων, με τη συνολική ποσότητα τους να είναι σαφώς μεγαλύτερη, συγκριτικά. Δεδομένου, ότι στόχος κάθε εταιρίας είναι η παραγωγή και η διάθεση των προϊόντων απευθείας στην αγορά, χωρίς τη μεσολάβηση του σταδίου της αποθήκευσης, λόγω κόστους, η επιλογή της ελαχιστοποίησης του χρόνου εναλλαγών μεταξύ των προϊόντων ως αντικειμενικής συνάρτησης, δεν αποτελεί πάντα τη βέλτιστη πρακτική στην περίπτωση διεργασιών συνεχούς λειτουργίας.

Ζήτηση 2

Ακολούθως, παρουσιάζονται, για τη δεύτερη εβδομαδιαία ζήτηση, τα διαγράμματα βέλτιστου χρονοπρογραμματισμού παραγωγής, που προέκυψαν από την επίλυση των δύο μαθηματικών μοντέλων, με στόχο την ελαχιστοποίηση των περιορισμών (3.1.24) και (3.2.19), αντίστοιχα.



Σχήμα 4.9: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής ελαχιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης 1, με χρήση του μοντέλου μικτής διακριτής/συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για τη ζήτηση 2.



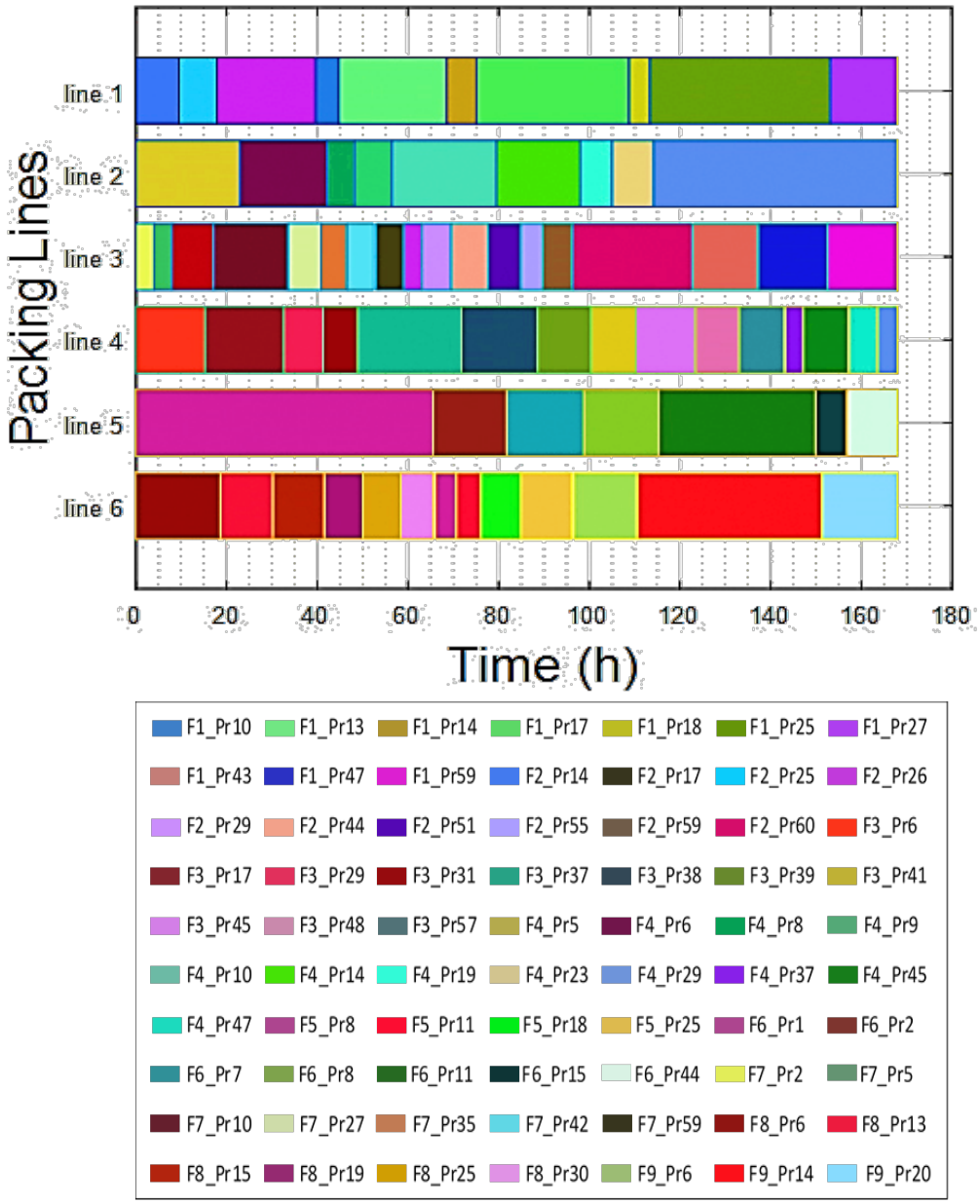
Σχήμα 4.10: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής ελαχιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης 1, με χρήση του μοντέλου συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για τη ζήτηση 2.

Στα Σχήματα 4.9 και 4.10 παρουσιάζεται ο βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής, για τα μοντέλα μικτής διακριτής/συνεχούς και συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, αντίστοιχα. Και σε αυτήν την περίπτωση, ο διαθέσιμος χρονικός ορίζοντας είναι οι 168 ώρες της εβδομάδας. Από την επίλυση των μαθηματικών μοντέλων, ο συνολικός χρόνος εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων ανέρχεται στις 2 ώρες και 15 λεπτά, και για τα δύο μοντέλα.

Από το Σχήμα 4.9 διαφαίνεται, πως μόνο οι γραμμές παραγωγής 1 και 4 βρίσκονται σε συνεχή λειτουργία καθ' όλη τη διάρκεια του διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα, ενώ εμφανίζεται το παράδοξο αδράνειας κάποιων γραμμών παραγωγής στην αρχή και στο τέλος του διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα. Συγκεκριμένα, οι γραμμές παραγωγής 2, 3 και 5 παραμένουν αδρανείς στην αρχή του διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα, για διαφορετικό χρονικό διάστημα η καθεμία, ενώ στις γραμμές παραγωγής 2 και 6 η παραγωγή ολοκληρώνεται πριν το τέλος της εβδομάδας. Πρόκειται για ένα σύνηθες φαινόμενο που εντοπίζεται σε περιπτώσεις χαμηλής ή μέτριας ζήτησης σε μοντέλα που βασίζονται σε μικτή διακριτή/συνεχή αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα στα οποία η αντικειμενική συνάρτηση αποσκοπεί στην ελαχιστοποίηση των εναλλαγών μεταξύ των προϊόντων. Αυτό συμβαίνει, καθώς στα μοντέλα αυτά, μελετάται μόνο η ελαχιστοποίηση του χρόνου εναλλαγών μεταξύ των προϊόντων χωρίς να λαμβάνονται υπ' όψιν περιορισμοί που στοχεύουν στην ελαχιστοποίηση του χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής, γεγονός που θα απέτρεπε τη δημιουργία κενών διαστημάτων εντός του διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα.

Σε αντίθεση με τα προαναφερθέντα, από το Σχήμα 4.10 διαφαίνεται πως όλες οι γραμμές παραγωγής λειτουργούν συνεχώς καθ' όλη τη διάρκεια του χρονικού ορίζοντα, με τις γραμμές παραγωγής 2 και 5 να επιδίδονται στην παραγωγή μόνο μίας οικογένειας προϊόντων, η καθεμία. Στις υπόλοιπες γραμμές παραγωγής, υφίστανται εναλλαγές μεταξύ των οικογενειών προϊόντων, που παράγονται σε αυτές, με τη μέγιστη σε διάρκεια εναλλαγή να λαμβάνει χώρα στη γραμμή παραγωγής 6.

Στο Σχήμα 4.11 παρουσιάζεται ενδεικτικά ο βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής ελαχιστοποίησης του χρόνου εναλλαγών μεταξύ των προϊόντων για το μοντέλο συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για τη δεύτερη εβδομαδιαία ζήτηση.

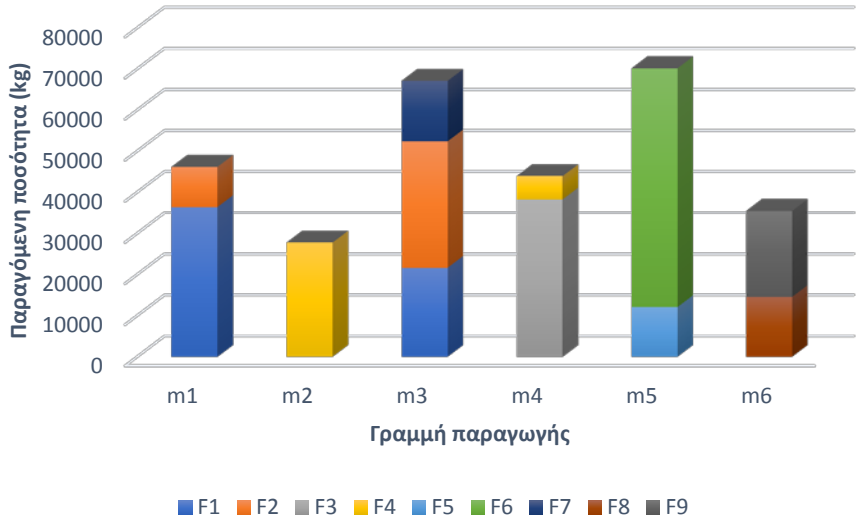


Σχήμα 4.11: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής ελαχιστοποίησης του χρόνου εναλλαγών μεταξύ των προϊόντων, με χρήση του μοντέλου συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 2.

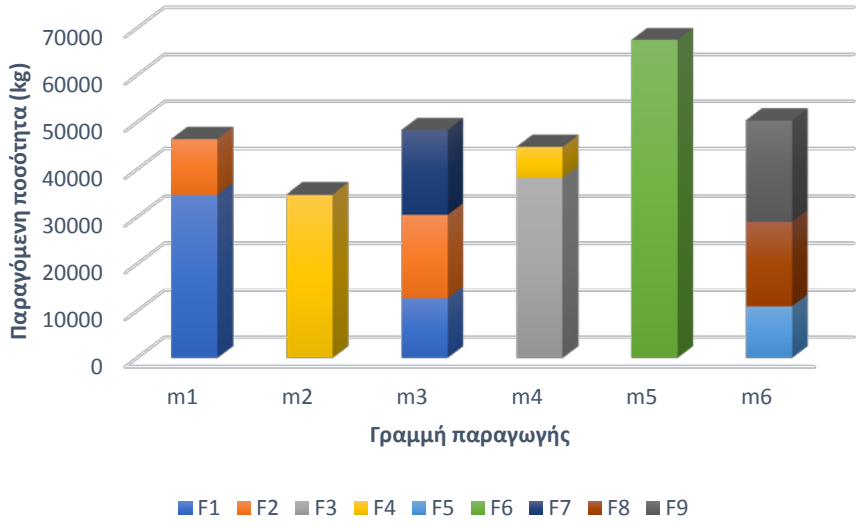
Στο ανωτέρω διάγραμμα, απεικονίζονται οι αλληλουχίες και ο χρόνος παραγωγής των προϊόντων στις γραμμές παραγωγής. Ωστόσο, όπως προαναφέρθηκε το διάγραμμα Gantt απεικόνισης των προϊόντων, είναι πιο πολύπλοκο σε σχέση με το διάγραμμα Gantt απεικόνισης των οικογενειών προϊόντων, με τους χρόνους εναλλαγής μεταξύ των οικογενειών προϊόντων να είναι δυσδιάκριτοι. Παράλληλα, οι χρόνοι εναλλαγής μεταξύ προϊόντων που ανήκουν στην ίδια οικογένεια προϊόντων είναι μηδενικοί. Λαμβάνοντας υπ’ όψιν τα ανωτέρω, και το γεγονός ότι η αλληλουχία των προϊόντων

που ανήκουν στην ίδια οικογένεια προϊόντων, είναι καθορισμένη από τη βιομηχανία, κρίνεται σκόπιμη στο εξής μόνο η παρουσίαση των διαγραμμάτων Gannt απεικόνισης των οικογενειών προϊόντων.

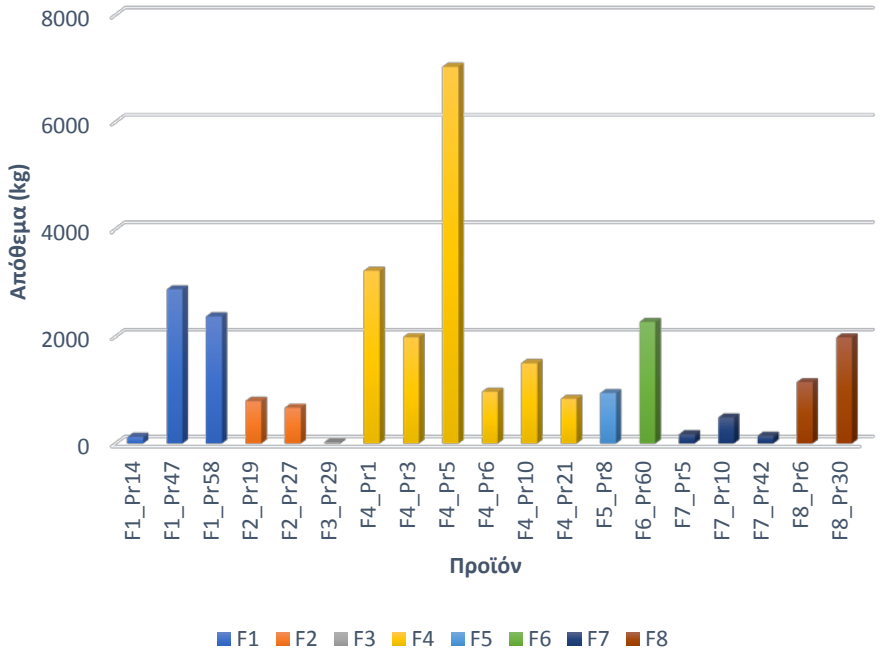
Ακολούθως, παρουσιάζεται, η συνολική παραγόμενη ποσότητα και το απόθεμα που προέκυψε από την επίλυση των δύο μοντέλων.



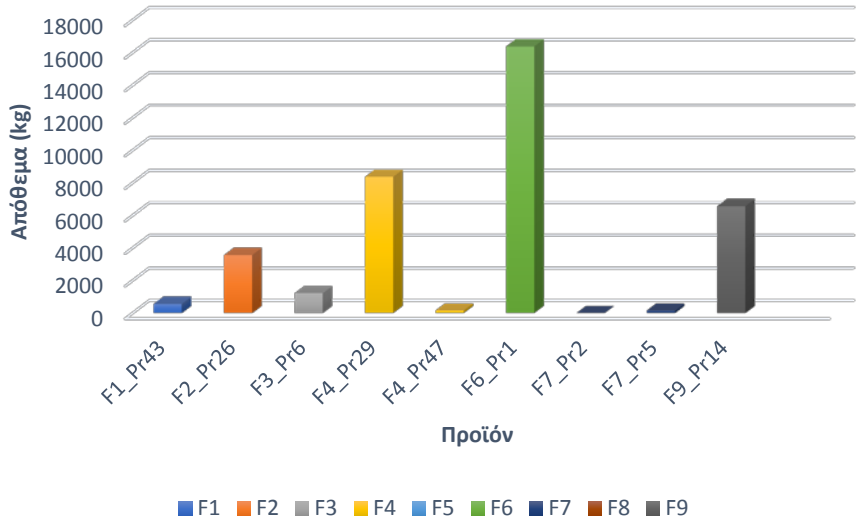
Σχήμα 4.12: Παραγόμενη ποσότητα οικογενειών προϊόντων σε κάθε γραμμή παραγωγής με χρήση του μοντέλου μικτής διακριτής/συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 2.



Σχήμα 4.13: Παραγόμενη ποσότητα οικογενειών προϊόντων στις γραμμές παραγωγής με χρήση του μοντέλου συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 2.



Σχήμα 4.14: Παραγόμενο απόθεμα προϊόντων που προκύπτει από την επίλυση του μοντέλου μικτής διακριτής/συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 2.



Σχήμα 4.15: Παραγόμενο απόθεμα προϊόντων που προκύπτει από την επίλυση του μοντέλου συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 2.

Από τα Σχήματα 4.12 και 4.13 διαφαίνεται πως οι γραμμές παραγωγής 3 και 5 για το μοντέλο μικτής διακριτής/συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα και η γραμμή παραγωγής 5 για το μοντέλο συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, επιδίδονται στην παραγωγή της μεγαλύτερης ποσότητας τελικών

προϊόντων. Και για αυτή την περίπτωση ζήτησης, από τα Σχήματα 4.14 και 4.15 παρατηρείται πως το παραγόμενο απόθεμα που προκύπτει από το μοντέλο μικτής διακριτής/συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα αντιστοιχεί σε μεγαλύτερο αριθμό προϊόντων ωστόσο το μοντέλο συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα οδηγεί σε μεγαλύτερη ποσότητα αποθέματος.

Ακολούθως, παρουσιάζονται συγκριτικά τα αποτελέσματα ελαχιστοποίησης του χρόνου εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων των μοντέλων μικτού διακριτού/συνεχούς και συνεχούς χρονικού ορίζοντα, για τις δύο ζητήσεις.

Πίνακας 4.1: Συγκριτικός πίνακας αποτελεσμάτων ελαχιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης 1 με χρήση των δύο αναπτυσσόμενων μοντέλων.

	Μαθηματικό μοντέλο (χρονικός ορίζοντας)	**Χρόνος επίλυσης (sec)**	**Αριθμός μεταβλητών**	**Χρόνος εναλλαγής προϊόντων (hr)**
Ζήτηση 1	Μικτός διακριτός/συνεχής	1800.00	11,861	2.15
	Συνεχής	6.20	1,351	2.00
Ζήτηση 2	Μικτός διακριτός/συνεχής	1800.00	10,937	2.25
	Συνεχής	1.06	1,219	2.25

Από τον Πίνακα 4.1, είναι εμφανές πως το υπολογιστικό κόστος επίλυσης του μοντέλου μικτής διακριτής/συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα και για τις δύο περιπτώσεις εβδομαδιαίας ζήτησης, είναι σαφώς υψηλότερο σε σχέση με αυτό του μοντέλου συνεχούς ορίζοντα, γεγονός που οφείλεται στην ύπαρξη περισσότερων μεταβλητών και περιορισμών, στο πρώτο. Επιπλέον, όπως έγινε εμφανές από τα διαγράμματα Gantt που παρουσιάστηκαν ανωτέρω, στην περίπτωση του μοντέλου μικτού διακριτού/συνεχούς χρονικού ορίζοντα, εμφανίζονται χρονικά διαστήματα στα οποία ο μηχανολογικός εξοπλισμός παραμένει αδρανής, σε περίπτωση χαμηλής ή μέτριας ζήτησης. Από τα ανωτέρω, συμπεραίνεται πως η χρήση του μοντέλου συνεχούς χρονικού ορίζοντα είναι προτιμότερη στην περίπτωση που η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου αποσκοπεί στην ελαχιστοποίηση του χρόνου εναλλαγών μεταξύ των προϊόντων, καθώς οδηγεί σε περισσότερο αποδεκτές λύσεις. Ωστόσο, ένα πλεονέκτημα του μοντέλου μικτής διακριτής/συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, είναι ότι οδηγεί σε παραγωγή μικρότερης ποσότητας αποθέματος, γεγονός

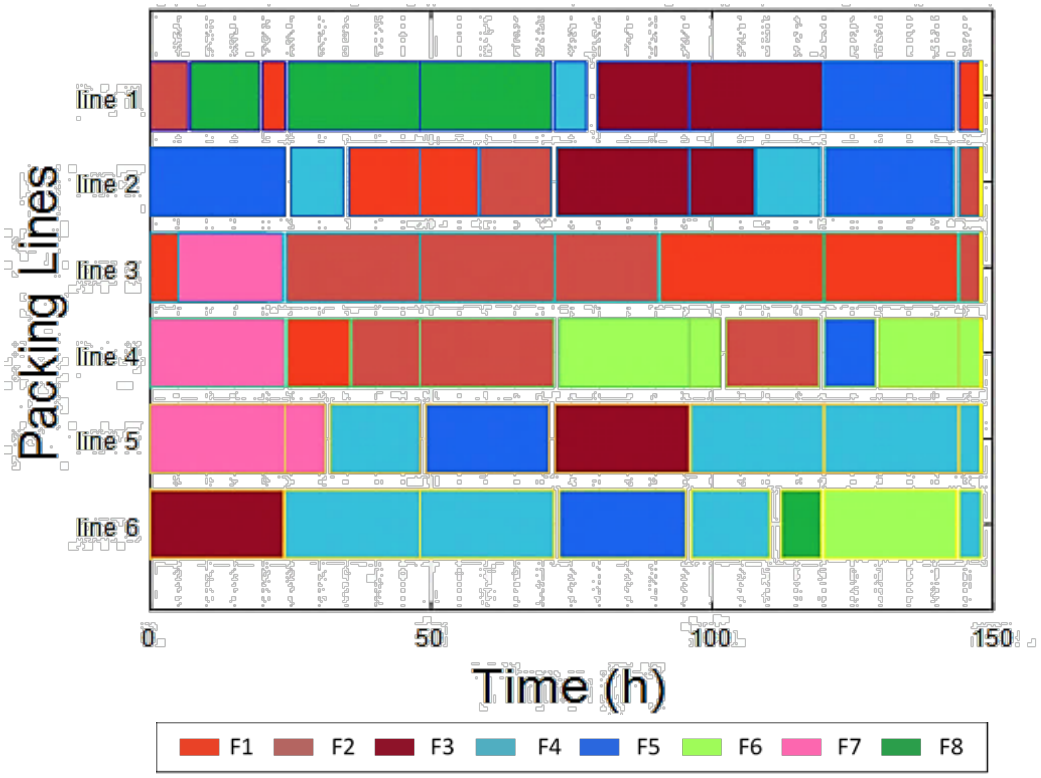
που συμβάλλει σημαντικά στην ελαχιστοποίηση του κόστους αποθήκευσης της μονάδας.

4.2.2 Αποτελέσματα βελτιστοποίησης του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με στόχο την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής

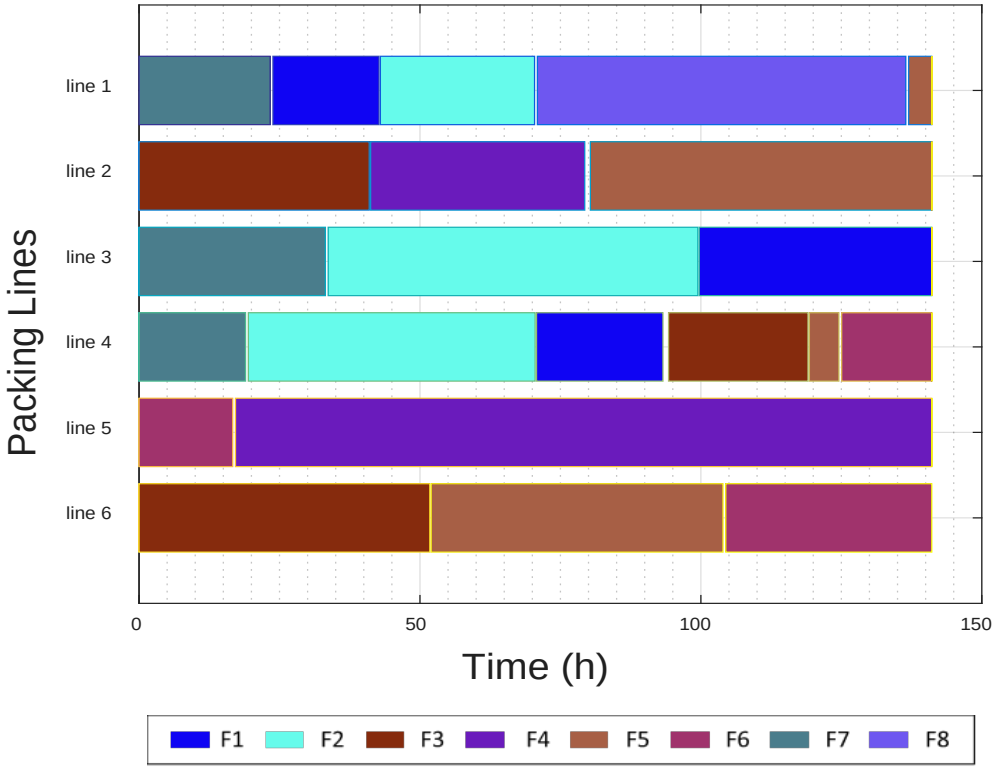
Συχνά κρίνεται σκόπιμη, η ολοκλήρωση της παραγωγής να πραγματοποιείται πριν το πέρας του διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα. Τα μοντέλα που εξετάστηκαν στην προηγούμενη υποενότητα, αποσκοπούν μόνο στην ελαχιστοποίηση του χρόνου εναλλαγών μεταξύ των προϊόντων. Για τον λόγο αυτό, μελετάται η δεύτερη αντικειμενική συνάρτηση που αποσκοπεί στην ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής.

Ζήτηση 1

Ακολούθως, παρουσιάζονται τα διαγράμματα βέλτιστου χρονοπρογραμματισμού παραγωγής για την πρώτη ζήτηση, που προέκυψαν από την επίλυση των δύο μαθηματικών μοντέλων, με στόχο την ελαχιστοποίηση των περιορισμών (3.1.25) και (3.2.20), αντίστοιχα.



Σχήμα 4.16: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής ελαχιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης 2 με χρήση του μοντέλου μικτής διακριτής/συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα για την ζήτηση 1.

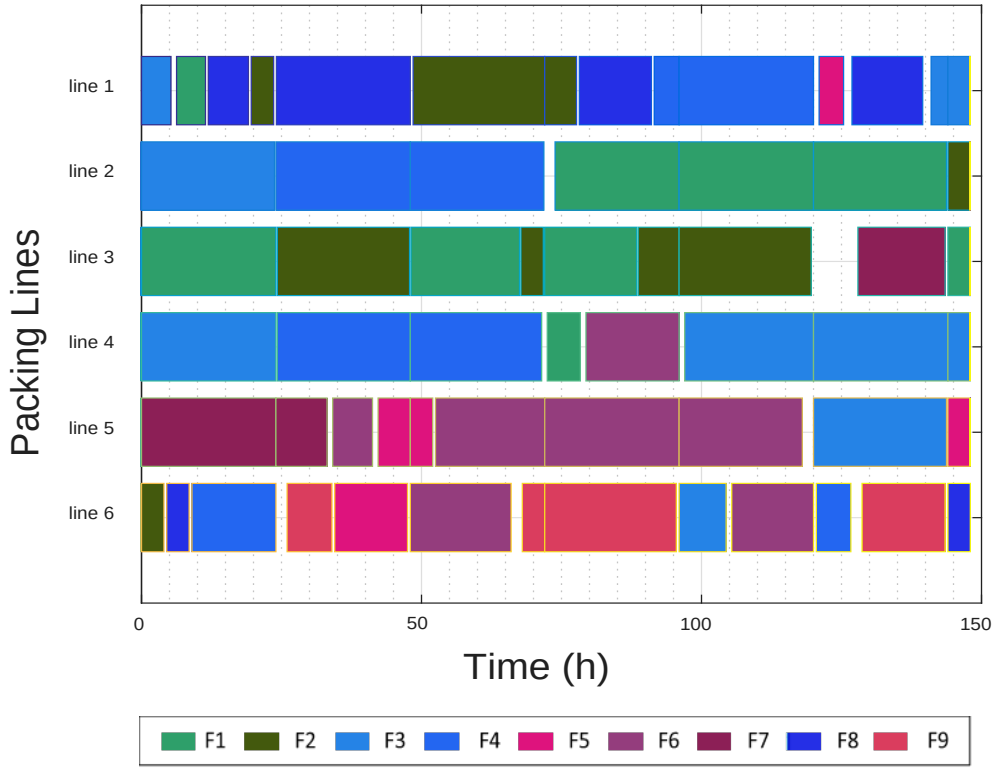


Σχήμα 4.17: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής ελαχιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης 2 με χρήση του μοντέλου συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα για την πρώτη ζήτηση 1.

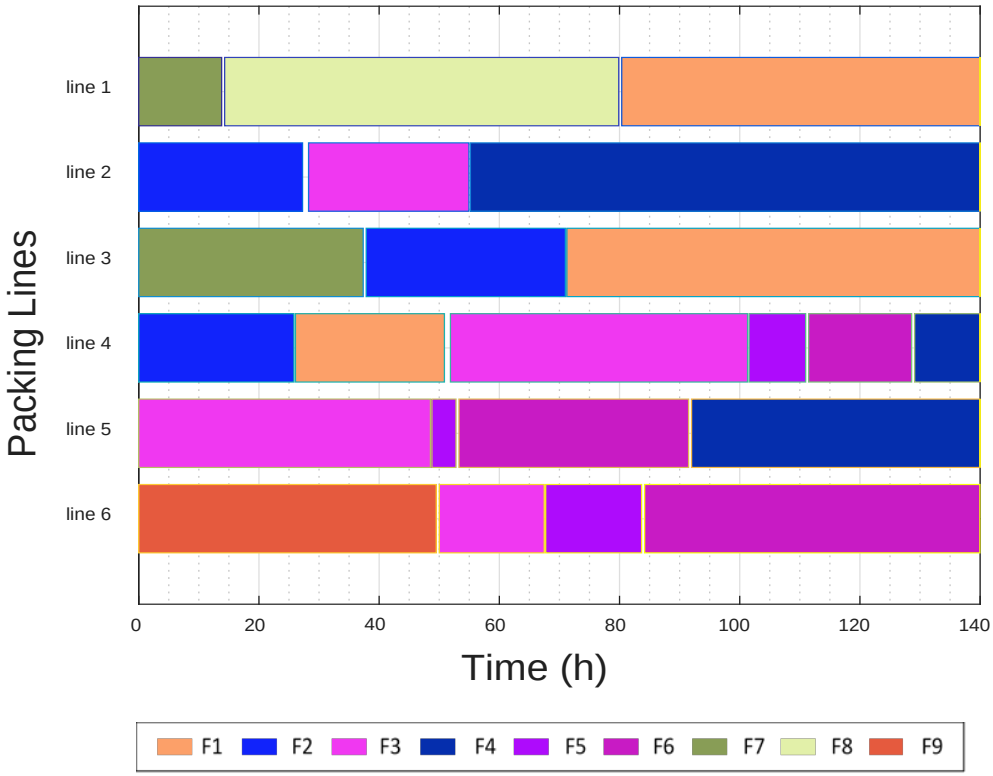
Όπως παρατηρείται, από τα σχήματα 4.16 και 4.17 για την κάλυψη της πρώτης εβδομαδιαίας ζήτησης, ο συνολικός χρόνος ολοκλήρωσης της παραγωγής στην περίπτωση του μικτού διακριτού/συνεχούς χρονικού ορίζοντα ανέρχεται στις 148 ώρες, συνεπώς παρατηρείται μείωση του συνολικού χρόνου παραγωγής κατά 12%, ενώ στην περίπτωση του συνεχούς χρονικού ορίζοντα ανέρχεται στις 141 ώρες και συνεπώς επέρχεται μείωση του χρόνου παραγωγής κατά 16%.

Ζήτηση 2

Ακολούθως, παρουσιάζονται τα διαγράμματα βέλτιστου χρονοπρογραμματισμού παραγωγής για την δεύτερη ζήτηση, που προέκυψαν από την επίλυση των δύο μαθηματικών μοντέλων, με στόχο την ελαχιστοποίηση των περιορισμών (3.1.25) και (3.2.20), αντίστοιχα.



Σχήμα 4.18: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής ελαχιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης 2 με χρήση του μοντέλου μικτής διακριτής/συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 2.



Σχήμα 4.19: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής ελαχιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης 2 με χρήση του μοντέλου συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 2.

Από τα Σχήματα 4.18 και 4.19 παρατηρείται πως για την κάλυψη της δεύτερης εβδομαδιαίας ζήτησης, ο συνολικός χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής στην περίπτωση του μοντέλου του μικτού διακριτού/συνεχούς χρονικού ορίζοντα ανέρχεται στις 148 ώρες, συνεπώς παρατηρείται μείωση του συνολικού χρόνου παραγωγής κατά 12%, ενώ στην περίπτωση του μοντέλου του συνεχούς χρονικού ορίζοντα ανέρχεται στις 140 ώρες και συνεπώς επέρχεται μείωση του χρόνου παραγωγής κατά 17%.

Όπως διαφαίνεται από τα ανωτέρω γραφήματα (Σχ. 4.16 - 4.19), με χρήση της αντικειμενικής συνάρτησης ελαχιστοποίησης του χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής όλες οι γραμμές παραγωγής βρίσκονται σε συνεχή λειτουργία μέχρι τη χρονική στιγμή ολοκλήρωσης της παραγωγής, ενώ η παραγωγή εκκινεί από την πρώτη στιγμή του διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα. Ωστόσο, η χρήση αυτής της αντικειμενικής συνάρτησης οδηγεί σε σαφώς περισσότερες εναλλαγές μεταξύ των οικογενειών προϊόντων, με μεγαλύτερη συνολική διάρκεια σε σχέση με την αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης του χρόνου εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών

προϊόντων. Και για τις δύο περιπτώσεις ζήτησης, στο μοντέλο μικτής διακριτής/συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα εντοπίζονται περισσότερες εναλλαγές μεταξύ οικογενειών προϊόντων συγκριτικά με το μοντέλο συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα.

Στην περίπτωση χρήσης της αντικειμενικής συνάρτησης ελαχιστοποίησης του χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής, η παραγόμενη ποσότητα κάθε προϊόντος είναι ίση με τη ζητούμενη ποσότητά του. Απόθεμα, παράγεται μόνο στην περίπτωση που η ζητούμενη ποσότητα ενός προϊόντος είναι μικρότερη από την ελάχιστη απαιτούμενη παραγόμενη ποσότητα του, με την παραγόμενη ποσότητα να καθίσταται ίση με αυτή. Συγκριτικά με το απόθεμα που παράγεται με την αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης του χρόνου εναλλαγών μεταξύ των προϊόντων, στις περιπτώσεις των δύο ζητήσεων που αναλύθηκαν παραπάνω το παραγόμενο απόθεμα με χρήση της αντικειμενικής συνάρτησης ελαχιστοποίησης του χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής, είναι ελάχιστο. Και για τις δύο περιπτώσεις ζήτησης, τα δύο μοντέλα οδηγούν στην ίδια ποσότητα παραγόμενου αποθέματος.

Σημειώνεται, πως σε πολλές βιομηχανικές μονάδες, μεταξύ των οποίων και στην υπό μελέτη μονάδα, υπεισέρχονται απρόσμενοι παράγοντες (π.χ. διακοπές ρεύματος), η εμφάνιση των οποίων διακυβεύει την ολοκλήρωση της παραγωγής εντός του διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα και την εμπρόθεσμη παράδοση των παραγγελιών. Η ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής δίνει την ευελιξία στη βιομηχανία, διασφάλισης της κάλυψης της ζήτησης μέχρι το πέρας της εβδομάδας, σε περίπτωση εμφάνισης τέτοιων φαινομένων, στη διάρκεια της. Παράλληλα, με την ολοκλήρωση της παραγωγής νωρίτερα από το πέρας της εβδομάδας, δίνεται η δυνατότητα πραγματοποίησης προγραμματισμένης συντήρησης των γραμμών παραγωγής, εφόσον υπάρχει, στο τέλος της εβδομάδας, ή/και εκκίνησης παραγωγής των προϊόντων της επόμενης εβδομαδιαίας ζήτησης, αν αυτή είναι γνωστή εκ των προτέρων.

Ακολούθως, παρουσιάζονται συγκριτικά τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την επίλυση των δύο μοντέλων με στόχο την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής, για τις δύο εβδομαδιαίας ζητήσεις.

Πίνακας 4.2: Συγκριτικός πίνακας αποτελεσμάτων για την αντικειμενική συνάρτηση 2, με χρήση των δύο μοντέλων.

	Μαθηματικό Μοντέλο (Χρονικός ορίζοντας)	**Χρόνος επίλυσης (sec)**	**Αριθμός μεταβλητών**	**Χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής (hr)**
Ζήτηση 1	Μικτός διακριτός/συνεχής	2320.00	11,649	148.00
	Συνεχής	1800.00	1,357	141.01
Ζήτηση 2	Μικτός διακριτός/συνεχής	2112.00	10,725	148.00
	Συνεχής	1800.00	1,225	139.95

Στην περίπτωση αυτή, το υπολογιστικό κόστος των δύο μοντέλων είναι όμοιο, όμως το μοντέλο συνεχούς χρονικού ορίζοντα οδηγεί σε αποδοτικότερη λύση, καθώς επιτυγχάνει μεγαλύτερο ποσοστό ελαχιστοποίησης του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής, και για τις δύο περιπτώσεις ζήτησης προϊόντων, γεγονός που εξηγείται από την ύπαρξη λιγότερων μεταβλητών, σε αυτό. Παράλληλα, και σε αυτή την περίπτωση, στο μοντέλο μικτής συνεχούς/διακριτής αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, οι εναλλαγές χρόνων μεταξύ των οικογενειών προϊόντων είναι περισσότερες σε ποσότητα και διάρκεια. Συνεπώς, και για αυτή την αντικειμενική συνάρτηση, ενδείκνυται η χρήση του μοντέλου συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, διότι οδηγεί σε περισσότερο αποδοτικές λύσεις.

4.3 Βελτιστοποίηση πολλαπλών κριτηρίων

Συχνά, σε πολλά ρεαλιστικά προβλήματα βέλτιστου σχεδιασμού, είναι πιθανό να υπεισέρχονται παραπάνω του ενός κριτήρια, τα οποία ζητείται να βελτιστοποιηθούν ταυτόχρονα. Γενικά, ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης πολλαπλών κριτηρίων, αποτελείται από περισσότερες της μίας αντικειμενικές συναρτήσεις, που όμως δεν μπορούν οδηγήσουν σε μία ενιαία βέλτιστη λύση που να τις βελτιστοποιεί όλες ταυτόχρονα. Για το χειρισμό ενός προβλήματος πολλαπλών και αντικρουόμενων στόχων, κρίνεται απαραίτητο να καθοριστεί μία διαδικασία αντικειμενικής αξιολόγησης μια οικογένειας λύσεων, που θεωρούνται ισοδύναμες, αποσκοπώντας στην επικράτηση μίας μοναδικής λύσης η οποία θα αντιστοιχεί σε ένα μοναδικό σχεδιασμό. Σε αυτή την περίπτωση υπεισέρχεται η έννοια της επικρατούσας ή «πιο

προτιμώμενης» λύσης, η οποία λαμβάνει υπ' όψιν της, την ύπαρξη συμβιβασμών μεταξύ των δύο ή περισσότερων αντικρουόμενων στόχων, έναντι της βέλτιστης λύσης που προκύπτει στα προβλήματα μίας αντικειμενικής συνάρτησης. Ένας σχεδιασμός αποτελεί βέλτιστη κατά Pareto λύση ή μη υποδεέστερη (noninferior) ή μη κυριαρχούμενη (non-dominated), αν δεν μπορεί να υπάρξει άλλος σχεδιασμός που να βελτιστοποιεί κάποιο κριτήριο χωρίς να δυσχεραίνει τουλάχιστον ένα από τα υπόλοιπα κριτήρια (Lei, 2009). Στη βιβλιογραφία, έχουν προταθεί πολλές τεχνικές αντιμετώπισης προβλημάτων βέλτιστου χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με πολλαπλές αντικειμενικές συναρτήσεις, μεταξύ των οποίων και η μέθοδος των περιορισμών (e-Constraint method), η οποία υποδεικνύει την αντικατάσταση του προβλήματος πολλαπλών κριτηρίων με ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης στο οποίο επικρατεί μόνο μία αντικειμενική συνάρτηση από τα πολλαπλά κριτήρια του αρχικού προβλήματος, ενώ τα υπόλοιπα κριτήρια αντιμετωπίζονται ως περιορισμοί.

Στο υπό μελέτη πρόβλημα, οι δύο αντικειμενικές συναρτήσεις που μελετήθηκαν εκτενώς στην προηγούμενη υποενότητα, αποτελούν δύο διαφορετικούς και αντικρουόμενους στόχους. Συγκεκριμένα, η αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης του συνολικού χρόνου εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων, λαμβάνει υπ' όψιν της μόνο αυτό το στόχο, οδηγώντας συχνά σε «άσκοπη» εκμετάλλευση ολόκληρου του χρονικού ορίζοντα, προς παραγωγή αποθέματος. Ταυτόχρονα, η αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής, δεν προβλέπει την ελαχιστοποίηση των εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων. Κρίνεται λοιπόν σκόπιμη, η ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση των δύο στόχων. Παράλληλα, το περιβάλλον παραγωγής, αποτελεί ένα ιδιαίτερα δυναμικό περιβάλλον, με αποτέλεσμα την εμφάνιση απρόσμενων παραγόντων (π.χ. διακοπές ρεύματος), ενδιαμέσου του χρονικού ορίζοντα, η αποκατάσταση των οποίων αυξάνει σημαντικά το λειτουργικό κόστος (π.χ. κόστος εκκίνησης των γραμμών παραγωγής). Για τον λόγο αυτό, κρίνεται σκόπιμο από την εταιρία να τίθεται σε λειτουργία μόνο ο ελάχιστος απαιτούμενος, για την κάλυψη της ζήτησης, αριθμός γραμμών παραγωγής σε κάθε υπό μελέτη χρονικό ορίζοντα.

Τα μοντέλα βελτιστοποίησης πολλαπλών και αντικρουόμενων αντικειμενικών συναρτήσεων, αναπτύχθηκαν για τους περιορισμούς που περιεγράφηκαν αναλυτικά στις ενότητες 3.1 και 3.2. Στο κάθε μοντέλο, εντοπίζονται δύο αντικειμενικές

συναρτήσεις, η πρώτη αφορά στην ελαχιστοποίηση των γραμμών παραγωγής που λειτουργούν στην εγκατάσταση την εβδομάδα που εξετάζεται, ενώ η δεύτερη αφορά την ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων και του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής. Για την επίλυση των μοντέλων εφαρμόζεται η μέθοδος των περιορισμών. Έτσι, αρχικά λαμβάνει χώρα η βελτιστοποίηση της πρώτης αντικειμενικής συνάρτησης και εν συνεχεία, διατηρώντας το αποτέλεσμά της ως περιορισμό, πραγματοποιείται ξανά η επίλυση του μοντέλου για τη βελτιστοποίηση της δεύτερης αντικειμενικής συνάρτησης.

Για την ανάπτυξη των μοντέλων βελτιστοποίησης πολλαπλών κριτηρίων, για την περίπτωση μικτού διακριτού/συνεχούς και συνεχούς χρονικού ορίζοντα, πραγματοποιούνται οι ακόλουθες τροποποιήσεις στους περιορισμούς που διατυπώθηκαν στο κεφάλαιο 3.

Και για τα δύο μοντέλα, αρχικά ορίζεται η ακόλουθη δυαδική μεταβλητή:

$$V_j \begin{cases} 1, \text{ εάν η γραμμή παραγωγής } j \text{ βρίσκεται σε λειτουργία} \\ 0, \text{ διαφορετικά.} \end{cases}$$

Για το μοντέλο μικτής διακριτής/συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, οι περιορισμοί (3.1.8) αντικαθίστανται από τους περιορισμούς (3.1.31), σύμφωνα με τους οποίους το άθροισμα του συνολικού αριθμού των ενεργών δυαδικών μεταβλητών αλληλουχίας $X_{ff'jn}$ και της δυαδικής μεταβλητής V_j, ισούται με τον συνολικό αριθμό των ενεργών δυαδικών μεταβλητών Y^f_{fjn}. Παραδείγματος χάριν, εάν παράγονται συνολικά 3 οικογένειες προϊόντων στη γραμμή παραγωγής j στο χρονικό διάστημα n τότε ο συνολικός αριθμός ενεργών δυαδικών μεταβλητών είναι ίσος με 2.

Παράλληλα, προστίθενται οι περιορισμοί (3.1.32), οι οποίοι διασφαλίζουν ότι μία γραμμή παραγωγής j βρίσκεται σε λειτουργία, μόνο εφόσον υπάρχει έστω και μία οικογένεια προϊόντων f που παράγεται σε αυτή τη γραμμή παραγωγής, σε κάποιο χρονικό διάστημα n.

Επιπρόσθετα, προστίθενται οι περιορισμοί (3.1.33), που διασφαλίζουν ότι ο μέγιστος χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής της οικογένειας προϊόντων f, στη γραμμή παραγωγής j, στο χρονικό διάστημα n, είναι μεγαλύτερος ή ίσος από τον χρόνο

παραγωγής της, σε αυτό το χρονικό διάστημα συν τις ώρες παραγωγής της, τις προηγούμενες ημέρες, εφόσον υπάρχουν.

$$\sum_{f\in F_j}\sum_{f'\neq f, f'\in F_j} X_{ff'jn} + V_j = \sum_{f\in F_j} Y^f_{fjn} \qquad \forall j,n \qquad (3.1.31)$$

$$V_j \geq Y^f_{fjn} \qquad \forall f, j\in J_f, n \qquad (3.1.32)$$

$$C_{max} \geq C_{fjn} + p\cdot(n-1)\cdot Y^f_{fjn} \qquad \forall f,j,n \qquad (3.1.33)$$

Οι αντικειμενικές συναρτήσεις, που πρέπει να βελτιστοποιηθούν είναι οι ακόλουθες: Η πρώτη αντικειμενική συνάρτηση, αποσκοπεί στην ελαχιστοποίηση των γραμμών παραγωγής που βρίσκονται σε λειτουργία, στη διάρκεια του διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα. Η δεύτερη αντικειμενική συνάρτηση, αποσκοπεί στην ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση του χρόνου εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων και του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής. Αναλυτικότερα, ο πρώτος όρος αντιπροσωπεύει τον συνολικό χρόνο εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων πολλαπλασιασμένο με το άθροισμα των δυαδικών μεταβλητών ακολουθίας $\left(X_{ff'jn}, \bar{X}_{ff'jn}\right)$, ενώ ο δεύτερος όρος αντιπροσωπεύει το συνολικό χρόνο ολοκλήρωσης της παραγωγής πολλαπλασιασμένο με τον κατάλληλο συντελεστή βαρύτητας. Στην περίπτωση αυτή, επιλέχθηκε ως συντελεστής βαρύτητας η τιμή 0.01, με σκοπό την αναγωγή των δύο διαφορετικής φύσεως αντικειμενικών συναρτήσεων στην ίδια τάξη μεγέθους.

$$min\left\{\sum_j V_j\right\} \qquad (3.1.34)$$

$$min\left\{\sum_f\sum_{f'\neq f}\sum_{j\in\left(J_f\cap J_{f'}\right)}\sum_n Ch_{ff'j}\cdot\left(X_{ff'jn}+\bar{X}_{ff'jn}\right) + C_{max}\cdot 0.01\right\} \qquad (3.1.35)$$

Αντίστοιχα, για το μοντέλο συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα οι περιορισμοί (3.2.7) αντικαθίστανται από τους περιορισμούς (3.2.22) σύμφωνα με τους οποίους, το άθροισμα του συνολικού αριθμού των ενεργών δυαδικών

μεταβλητών άμεσης προτεραιότητας $X_{ff'j}$ και της δυαδικής μεταβλητής V_j, είναι ίσο με τον συνολικό αριθμό των ενεργών δυαδικών μεταβλητών Y_{fjn}^{f}.

Παράλληλα, προστίθενται οι περιορισμοί (3.2.23), οι οποίοι διασφαλίζουν ότι μία γραμμή παραγωγής j βρίσκεται σε λειτουργία, μόνο εφόσον υπάρχει έστω και μία οικογένεια προϊόντων f που παράγεται σε αυτή τη γραμμή παραγωγής.

Επιπρόσθετα, προστίθενται οι περιορισμοί (3.2.24) οι οποίοι εξασφαλίζουν ότι ο μέγιστος χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής της οικογένειας προϊόντων f στη γραμμή παραγωγής j, είναι μεγαλύτερος ή ίσος του χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής της οικογένειας προϊόντων f στη γραμμή παραγωγής αυτή.

$$\sum_{f\in F_j}\sum_{f'\neq f, f'\in F_j} X_{ff'j} + V_j = \sum_{f\in F_j} Y_{fj}^{f} \qquad \forall j \qquad (3.2.22)$$

$$V_j \geq Y_{fj}^{f} \qquad \forall f, j \in J_f \qquad (3.2.23)$$

$$C_{max} \geq C_{fj} \qquad \forall f, j \qquad (3.2.24)$$

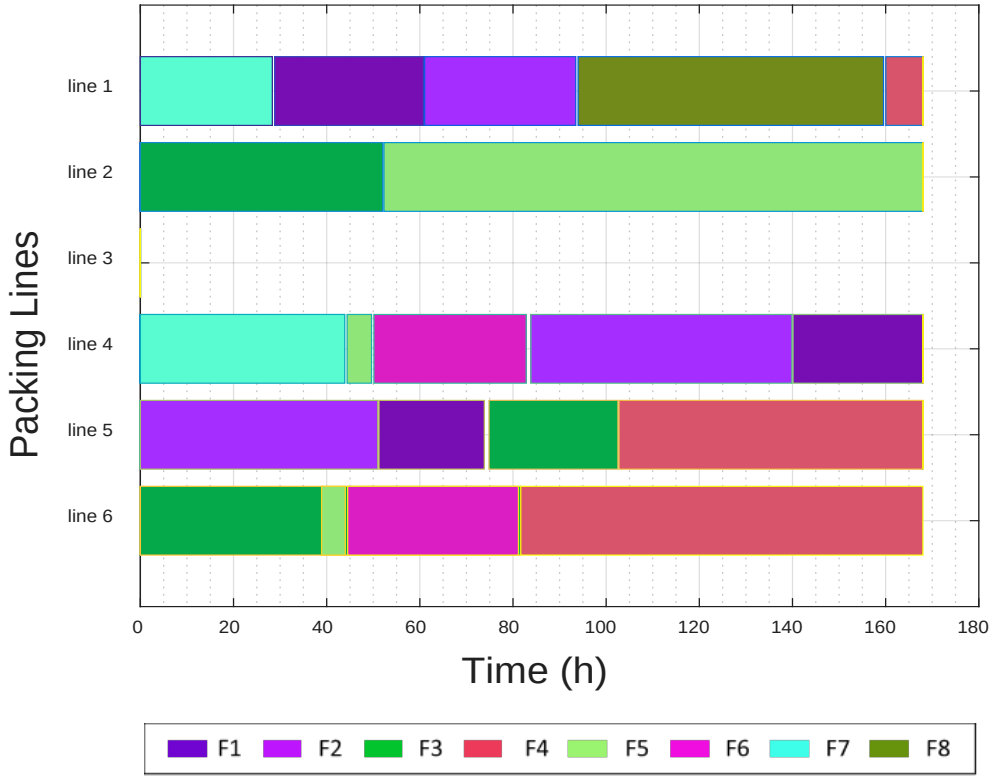
Αντίστοιχα, με το μοντέλο διακριτής/συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα η πρώτη αντικειμενική συνάρτηση, είναι ίδια με την συνάρτηση (3.1.34), ενώ η δεύτερη αντικειμενική συνάρτηση, αποσκοπεί στην ελαχιστοποίηση του συνολικού αριθμού εναλλαγών χρόνων μεταξύ των οικογενειών προϊόντων, πολλαπλασιασμένο με τη δυαδική μεταβλητή άμεσης προτεραιότητας ($X_{ff'j}$), και του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής πολλαπλασιασμένο με τον συντελεστή 0.01.

$$min\left\{\sum_{j} V_j\right\} \qquad (3.2.25)$$

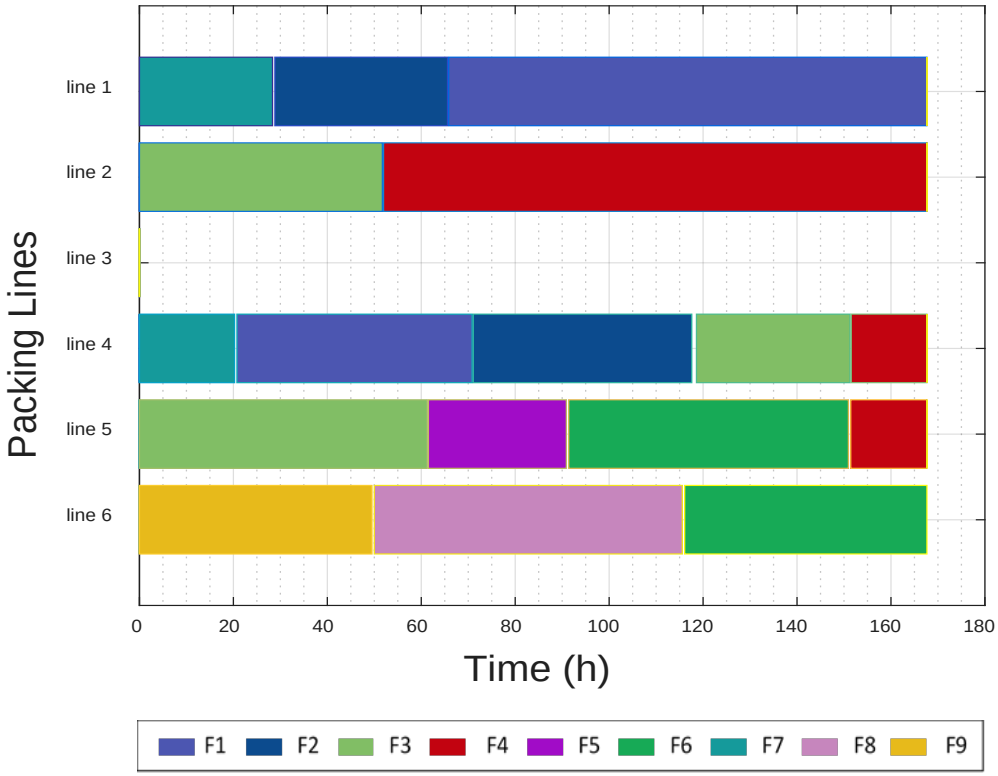
$$min\left\{\sum_{f}\sum_{f'\neq f}\sum_{j\in\left(J_f\cap J_{f'}\right)} Ch_{ff'j}\cdot\left(X_{ff'j}\right) + C_{max}\cdot 0.01\right\} \qquad (3.2.26)$$

4.3.1 Βελτιστοποίηση πολλαπλών κριτηρίων για το μοντέλο συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα

Στα Σχήματα 4.20 και 4.21 παρουσιάζεται ο βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής για το μοντέλο συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα με στόχο την ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση των περιορισμών (3.2.25) και (3.2.26), για την πρώτη και δεύτερη εβδομαδιαία ζήτηση, αντίστοιχα.



Σχήμα 4.20: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής με χρήση του μοντέλου πολλαπλών αντικειμενικών συναρτήσεων συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 1.



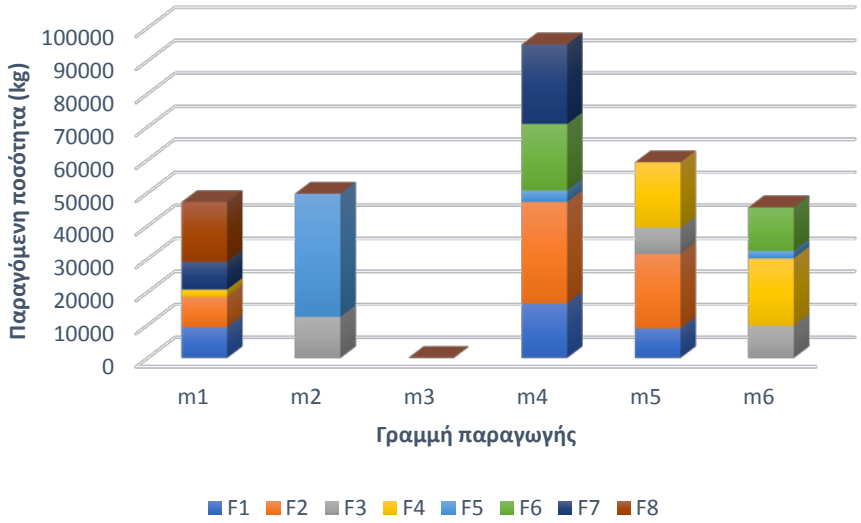
Σχήμα 4.21: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής με χρήση του μοντέλου πολλαπλών αντικειμενικών συναρτήσεων συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 2.

Από τα ανωτέρω διαγράμματα, διαφαίνεται πως η χρήση βελτιστοποίησης πολλαπλών κριτηρίων, οδηγεί σε ελαχιστοποίηση των γραμμών παραγωγής που βρίσκονται σε λειτουργία, και για τις δύο περιπτώσεις ζήτησης. Συγκεκριμένα, η γραμμή παραγωγής 3 τίθεται εκτός λειτουργίας, ενώ όλες οι υπόλοιπες γραμμές παραγωγής βρίσκονται σε συνεχή λειτουργία, καθ' όλη τη διάρκεια του χρονικού ορίζοντα, για την κάλυψη της ζήτησης. Συνεπώς, η θέση αυτής της γραμμής παραγωγής εκτός λειτουργίας συμβάλλει σημαντικά στην ελαχιστοποίηση του κόστους λειτουργίας της μονάδας.

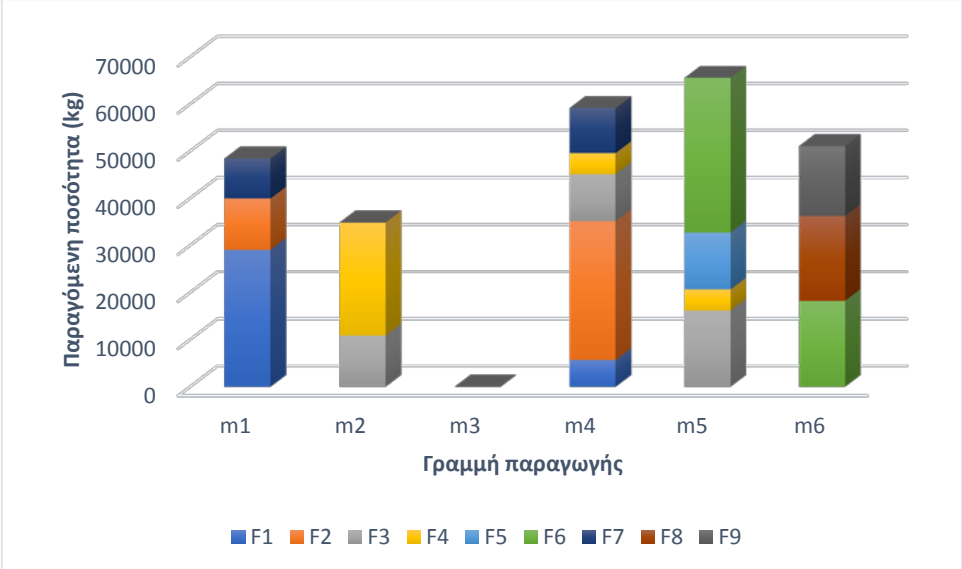
Ωστόσο, σε κάθε γραμμή παραγωγής που βρίσκεται σε λειτουργία, οι εναλλαγές μεταξύ των οικογενειών προϊόντων είναι περισσότερες σε σχέση με αυτές που προκύπτουν για την αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης του συνολικού χρόνου εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων, με τη συνολική τους διάρκεια να ανέρχεται στις 7 ώρες για την πρώτη εβδομαδιαία ζήτηση και στις 5 ώρες και 15 λεπτά για τη δεύτερη ζήτηση. Το γεγονός αυτό είναι αναμενόμενο, καθώς τα προϊόντα που πριν παράγονταν στη γραμμή παραγωγής 3, τώρα διαμοιράζονται στις

υπόλοιπες γραμμές παραγωγής που βρίσκονται σε λειτουργία, για την κάλυψη της ζήτησης, οδηγώντας σε περισσότερες εναλλαγές.

Στα Σχήματα 4.22 και 4.23 παρουσιάζονται τα διαγράμματα της παραγομένης ποσότητας σε κάθε γραμμή παραγωγής.



Σχήμα 4.22: Παραγόμενη ποσότητα οικογενειών προϊόντων σε κάθε γραμμή παραγωγής με χρήση του μοντέλου βελτιστοποίησης πολλαπλών κριτηρίων συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 1.



Σχήμα 4.23: Παραγόμενη ποσότητα οικογενειών προϊόντων σε κάθε γραμμή παραγωγής με χρήση του μοντέλου βελτιστοποίησης πολλαπλών κριτηρίων συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, για την ζήτηση 2.

Όπως παρατηρείται από το Σχήμα 4.22, η γραμμή παραγωγής 4 επιδίδεται στην παραγωγή της μεγαλύτερης ποσότητας τελικών προϊόντων. Συγκρίνοντας το ανωτέρω γράφημα, με το γράφημα της παραγόμενης ποσότητας του μοντέλου με αντικειμενική

συνάρτηση την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων (Σχήμα 4.6), η παραγωγικότητα της γραμμής παραγωγής 4 και στις δύο περιπτώσεις είναι η ίδια, με τη γραμμή να είναι πλήρης. Εν αντιθέσει με τη γραμμή 4, στην περίπτωση αυτή οι γραμμές παραγωγής 2, 5 και 6 επιδίδονται στην παραγωγή μεγαλύτερης ποσότητας, συγκριτικά με το γράφημα του Σχήματος 4.6, γεγονός που αιτιολογείται από την ανάγκη κάλυψης της ζήτησης, όταν η γραμμή παραγωγής 3 τίθεται εκτός λειτουργίας. Αντίστοιχα, από το Σχήμα 4.23, για την δεύτερη εβδομαδιαία ζήτηση, διαφαίνεται πως οι γραμμές παραγωγής 4 και 5 επιδίδονται στην παραγωγή της μεγαλύτερης ποσότητας τελικών προϊόντων, ενώ η παραγωγή των υπόλοιπων γραμμών παραγωγής κυμαίνεται στα ίδια επίπεδα με αυτή που προκύπτει με χρήση της αντικειμενικής συνάρτησης ελαχιστοποίησης του χρόνου εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων (Σχήμα 4.13). Και για τις δύο περιπτώσεις ζήτησης, η παραγόμενη ποσότητα κάθε προϊόντος είναι τόση ώστε να καλυφθεί επακριβώς η ζήτηση του, ενώ απόθεμα παράγεται μόνο για τα προϊόντα που η ζήτηση τους είναι μικρότερη από την ελάχιστη απαιτούμενη παραγόμενη ποσότητα τους και η συνολική του ποσότητα είναι μηδαμινή. Το γεγονός αυτό, συμβάλλει σημαντικά στη μείωση του κόστους αποθήκευσης και κατά συνέπεια στη μείωση του συνολικού κόστους λειτουργίας της μονάδας.

Στον Πίνακα 4.3, παρουσιάζονται συγκριτικά τα αποτελέσματα που προκύπτουν με βελτιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης ελαχιστοποίησης του συνολικού χρόνου εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων και με βελτιστοποίηση πολλαπλών κριτηρίων, για το μοντέλο συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα. Από τον πίνακα διαφαίνεται, ότι με χρήση βελτιστοποίησης πολλαπλών κριτηρίων, επιτυγχάνεται καλύτερος χρονοπρογραμματισμός της παραγωγής με ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση του λειτουργικού κόστους της μονάδας.

Πίνακας 4.3: Πίνακας συγκριτικών αποτελεσμάτων των μοντέλων βελτιστοποίησης μίας και πολλαπλών αντικειμενικών συναρτήσεων.

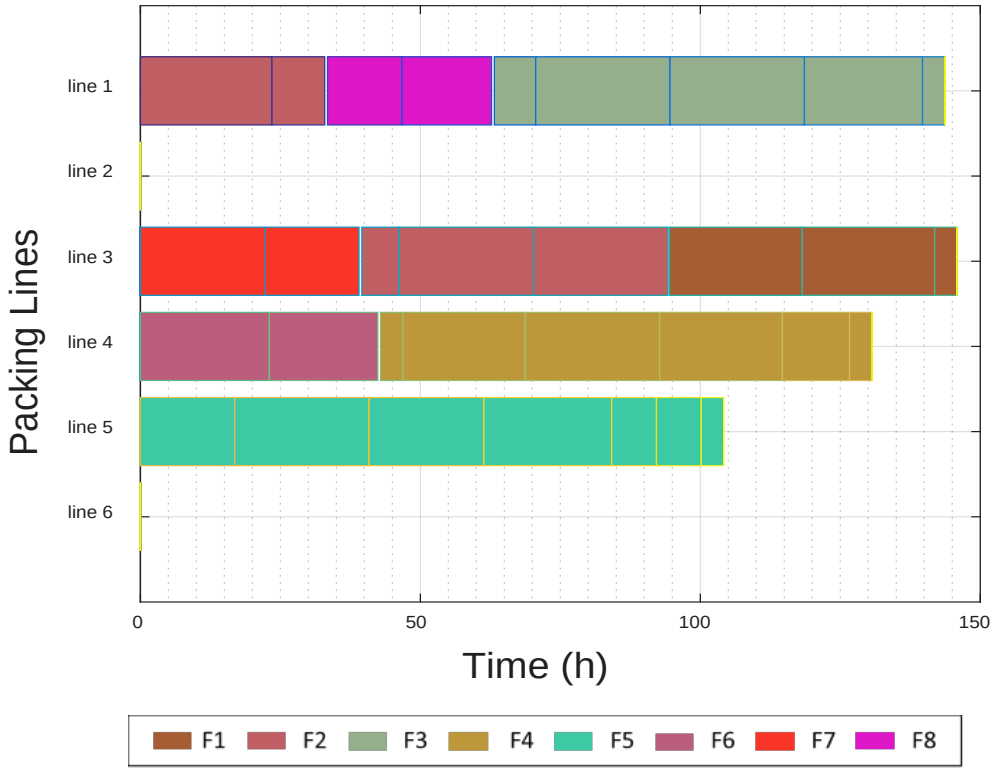
	Περίπτωση	**Γραμμές παραγωγής σε λειτουργία**	**Χρόνος εναλλαγών προϊόντων (hr)**	**Απόθεμα (kg)**
Ζήτηση 1	Ελαχιστοποίηση χρόνου εναλλαγών μεταξύ οικογενειών προϊόντων	6	2.0	38,471
	Βελτιστοποίηση πολλαπλών κριτηρίων	5	7.0	381
τη ση	Ελαχιστοποίηση χρόνου εναλλαγών μεταξύ	6	2.25	37,048

	οικογενειών προϊόντων			
	Βελτιστοποίηση πολλαπλών κριτηρίων	5	5.25	1,679

4.4 Καθορισμένες ημερομηνίες παράδοσης των προϊόντων και διαχείριση προϋπάρχοντος αποθέματος

Όπως έγινε εμφανές και από τα αποτελέσματα της υποενότητας 4.2, το υπολογιστικό κόστος των μοντέλων μικτού διακριτού/συνεχούς χρονικού ορίζοντα είναι σαφώς υψηλότερο σε σχέση με αυτό του συνεχούς χρονικού ορίζοντα. Ωστόσο, κρίνεται σκόπιμη η χρήση των μοντέλων μικτού διακριτού/συνεχούς χρονικού ορίζοντα σε συνθήκες ύπαρξης καθορισμένων ημερομηνιών, εντός του διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα, στις οποίες πρέπει να ολοκληρωθεί η παράδοση των προϊόντων καθώς επίσης και σε περιπτώσεις ύπαρξης αποθέματος των προϊόντων από προηγούμενες παραγωγές.

Ακολούθως, μελετάται για την πρώτη εβδομαδιαία ζήτηση, η περίπτωση παράδοσης καθορισμένων παραγγελιών την Παρασκευή και τη Δευτέρα της επόμενης εβδομάδας. Το γεγονός αυτό, απαιτεί την ολοκλήρωση της παραγωγής για κάλυψη της ζήτησης πριν τις μέρες αυτές ώστε η παράδοση τους να πραγματοποιηθεί εγκαίρως. Τα δεδομένα της ζήτησης σε αυτή την περίπτωση παρουσιάζονται στον Πίνακα Α.16 του Παραρτήματος Α. Παράλληλα, στην υπό μελέτη περίπτωση στις αποθήκες της εγκατάστασης υπάρχει απόθεμα 2000 κιλών, από κάθε ζητούμενο προϊόν ($S_{in=0} = 2000$). Για τη μελέτη αυτή, γίνεται χρήση της βελτιστοποίησης πολλαπλών κριτηρίων για το μοντέλο μικτής διακριτής/συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, η οποία περιεγράφηκε στην υποενότητα 4.3. Ακολούθως, παρουσιάζεται το διάγραμμα Gantt που προέκυψε από τη βελτιστοποίηση πολλαπλών κριτηρίων, για την περίπτωση που περιεγράφηκε παραπάνω.



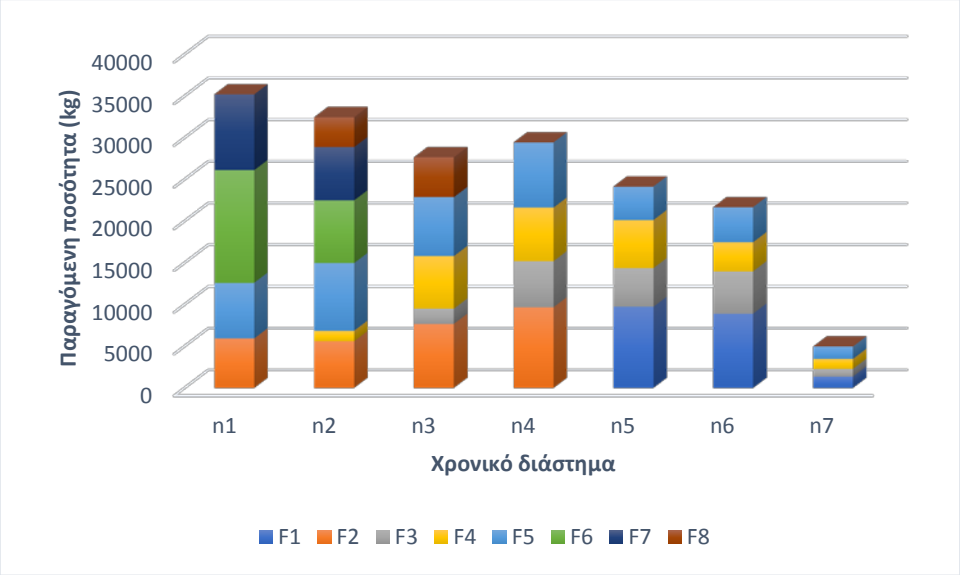
Σχήμα 4.24: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής με χρήση βελτιστοποίησης πολλαπλών κριτηρίων του μοντέλου μικτού διακριτού/συνεχούς χρονικού ορίζοντα για την πρώτη ζήτηση.

Από την επίλυση του μοντέλου, η «προτιμώμενη» λύση, θέτει τις γραμμές παραγωγής 2 και 6 εκτός λειτουργίας. Η γραμμή παραγωγής 5 επεξεργάζεται μόνο μία οικογένεια προϊόντων και η παραγωγή σε αυτήν είναι η συντομότερη σε χρονική διάρκεια, ενώ στις υπόλοιπες γραμμές παραγωγής παρατηρούνται εναλλαγές μεταξύ οικογενειών προϊόντων μικρής χρονικής διάρκειας. Ο συνολικός χρόνος εναλλαγής μεταξύ των οικογενειών προϊόντων ανέρχεται στις 3 ώρες και 44 λεπτά. Για όλες τις γραμμές παραγωγής που βρίσκονται σε λειτουργία, η παραγωγή ολοκληρώνεται συντομότερα και συγκεκριμένα επιτυγχάνεται 15%, 13%, 22% και 38% μείωση του χρόνου παραγωγής στις μηχανές 1, 2, 4 και 5 αντίστοιχα. Το αποτέλεσμα αυτό είναι ιδιαίτερα σημαντικό για την οικονομική αποδοτικότητα της μονάδας.

Όπως παρατηρήθηκε και από τα αποτελέσματα της υποενότητας 4.1, σε συνθήκες μέτριας ή χαμηλής ζήτησης στα μοντέλα μικτής διακριτής/συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα εμφανίζονται χρονικά διαστήματα στην αρχή του χρονικού ορίζοντα, κατά το οποία ορισμένες γραμμές παραγωγής παραμένουν αδρανείς. Το μειονέκτημα αυτό, φαίνεται να εξαλείφεται με χρήση βελτιστοποίησης πολλαπλών

αντικειμενικών συναρτήσεων. Στο Σχήμα 4.20 όλες οι γραμμές παραγωγής εκκινούν την παραγωγή στην αρχή του χρονικού ορίζοντα, αλλά ταυτόχρονα η παραγωγή τους ολοκληρώνεται νωρίτερα, και συγκεκριμένα σε κάθε γραμμή παραγωγής ο χρόνος ολοκλήρωσης της παραγωγής είναι διαφορετικός.

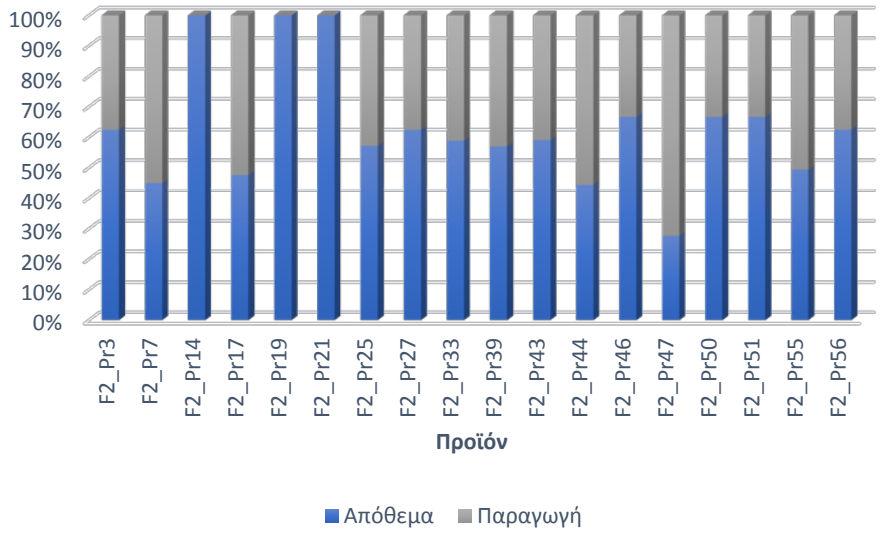
Ακολούθως παρουσιάζεται το διάγραμμα της παραγόμενης ποσότητας των προϊόντων σε κάθε χρονικό διάστημα, με χρήση βελτιστοποίησης πολλαπλών αντικειμενικών συναρτήσεων στην υπό μελέτη περίπτωση.



Σχήμα 4.25: Παραγόμενη ποσότητα προϊόντων σε κάθε χρονική περίοδο με χρήση βελτιστοποίησης πολλαπλών κριτηρίων του μοντέλου μικτού διακριτού/συνεχούς χρονικού ορίζοντα σε περίπτωση ύπαρξης αποθεμάτων και προκαθορισμένων ημερομηνιών παράδοσης των προϊόντων.

Από το γράφημα αυτό, γίνεται εμφανές ότι η παραγόμενη ποσότητα ακολουθεί φθίνουσα πορεία κατά τη διάρκεια του διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα. Αναλυτικότερα, στο πρώτο χρονικό διάστημα, παράγεται η μεγαλύτερη ποσότητα προϊόντων ενώ στο τελευταίο, η παραγόμενη ποσότητα είναι ελάχιστη καθώς οι περισσότερες γραμμές παραγωγής που βρίσκονται σε λειτουργία έχουν ολοκληρώσει την παραγωγή τους πριν την έναρξη της τελευταίας χρονικής περιόδου. Παράλληλα, η ύπαρξη αποθέματος 2000 κιλών από κάθε προϊόν στις αποθήκες της εγκατάστασης, οδηγεί στην παραγωγή σαφώς μικρότερης ποσότητας από κάθε ζητούμενο προϊόν και σε μηδενική παραγωγή για προϊόντα που έχουν ζήτηση μικρότερη ή ίση με το υπάρχον απόθεμα.

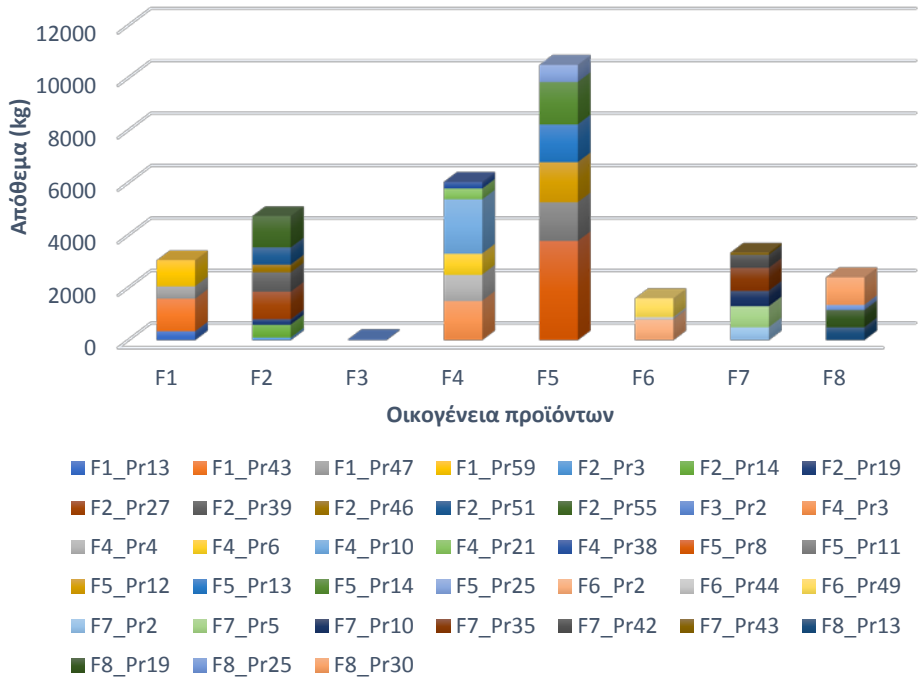
Στο Σχήμα 4.26 παρουσιάζεται για τα προϊόντα της δεύτερης οικογένειας προϊόντων η συνεισφορά του προϋπάρχοντος αποθέματος στην κάλυψη της ζήτησης κάθε προϊόντος. Αντίστοιχα διαγράμματα, παρουσιάζονται και για τα προϊόντα των υπόλοιπων οικογενειών προϊόντων στο Παράρτημα Β, για χάρη συντομίας.



Σχήμα 4.26: Ποσοστό συνεισφοράς προϋπάρχοντος αποθέματος στην κάλυψη της ζήτησης για τα προϊόντα της οικογένειας F2.

Από το ανωτέρω γράφημα διαφαίνεται πως η συνεισφορά του αποθέματος στην κάλυψη της ζήτησης είναι σημαντική και για το πλείστο των προϊόντων της οικογένειας F2 ξεπερνάει το 50%. Παράλληλα, υπάρχουν προϊόντα για τα οποία το προυπάρχον απόθεμα μπορεί να καλύψει ολόκληρη της ζητούμενη ποσότητα τους.

Στο Σχήμα 4.27 παρουσιάζεται υπό μορφή διαγράμματος το συνολικό παραγόμενο απόθεμα της εβδομάδας.



Σχήμα 4.27: Απόθεμα προϊόντων στο τέλος του διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα με χρήση βελτιστοποίησης πολλαπλών κριτηρίων του μοντέλου μικτού διακριτού/ συνεχούς χρονικού ορίζοντα σε περίπτωση ύπαρξης αποθεμάτων και προκαθορισμένων ημερομηνιών παράδοσης των προϊόντων.

Από το γράφημα αυτό διαφαίνεται πως το εναπομείναν απόθεμα στο τέλος της εβδομάδας είναι υψηλό και δύναται να καλύψει μέρος της ζήτησης των επόμενων εβδομάδων. Στο σημείο αυτό, υπενθυμίζεται πως η βιομηχανία διαθέτει αποθήκες προϊόντων με απεριόριστη αποθηκευτική δυναμικότητα, γεγονός που επιτρέπει την αποθήκευση οποιασδήποτε ποσότητας τελικών προϊόντων.

4.5 Μεταβολή της ζήτησης

Στην υποενότητα αυτή μελετάται η επίδραση της ποσοστιαίας μεταβολής της ζήτησης στη λύση που προκύπτει από τα μαθηματικά μοντέλα. Συγκεκριμένα, λαμβάνουν χώρα σενάρια σταδιακής αύξησης της ζήτησης κατά 10%, 15% και 20%, και για τις δύο περιπτώσεις ζήτησης που δόθηκαν από τη βιομηχανία. Για την μελέτη των περιπτώσεων μεταβολής της ζήτησης, γίνεται χρήση του μοντέλου βελτιστοποίησης πολλαπλών κριτηρίων με συνεχή αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα, καθώς δίνει την ευελιξία επιλογής των γραμμών παραγωγής που βρίσκονται σε λειτουργία

ανάλογα με τη ζήτηση. Στον Πίνακα 4.4 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των περιπτώσεων μεταβολής της ζήτησης για τις δύο εβδομαδιαίες ζητήσεις.

Πίνακας 4.4: Αποτελέσματα μεταβολής της ζήτησης.

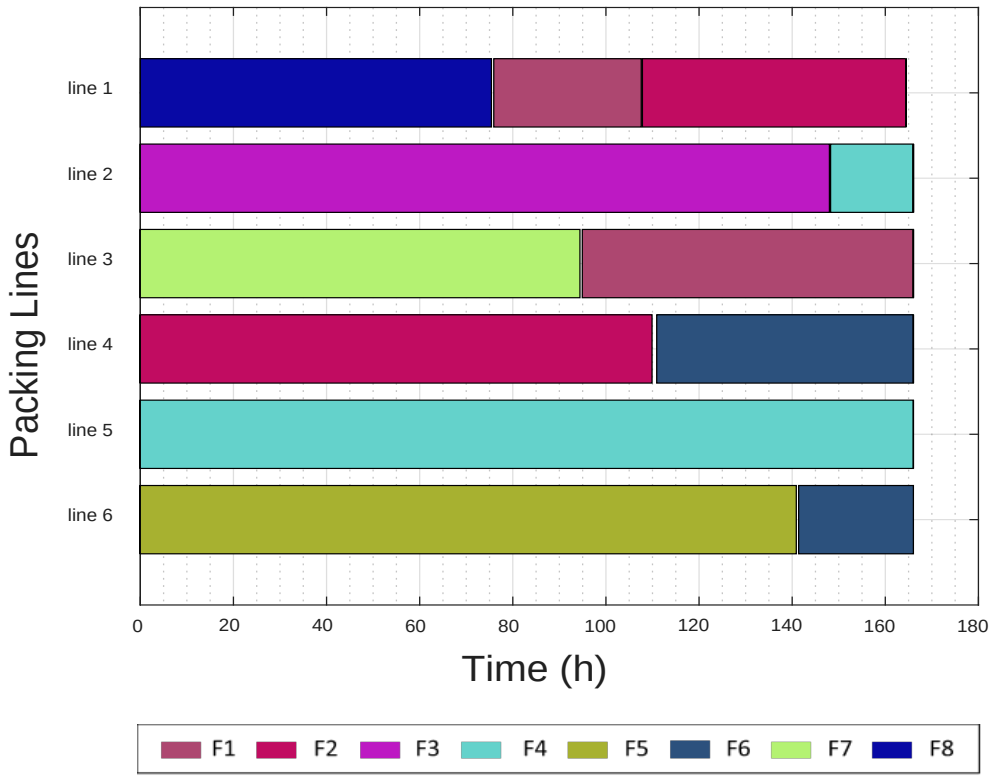
	Μεταβολή της ζήτησης	**Αντικειμενική συνάρτηση**	
		1(-)[1]	**2 (hr)[2]**
Ζήτηση 1	0%	5	8.68
	+10%	6	4.17
	+15%	6	4.66
	+20%	-	
Ζήτηση 2	0%	5	6.93
	+10%	6	4.65
	+15%	6	4.92
	+20%	-	

Όπως παρατηρείται από τον Πίνακα 4.4 αύξηση της ζήτησης οδηγεί και στις δύο περιπτώσεις εβδομαδιαίας ζήτησης σε πλήρη χρήση όλων των γραμμών παραγωγής. Η μέγιστη ζήτηση που μπορεί να καλυφθεί με τον υπάρχον μηχανολογικό εξοπλισμό, και για τις δύο περιπτώσεις ζήτησης, είναι επαυξημένη της αρχικής κατά 15%. Περαιτέρω αύξηση της ζήτησης οδηγεί σε αδυναμία κάλυψης της με τον διαθέσιμο μηχανολογικό εξοπλισμό εντός του διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα. Όσον αφορά τη δεύτερη αντικειμενική συνάρτηση, αυτή φαίνεται να μειώνεται με αύξηση της ζήτησης. Το γεγονός αυτό, είναι αναμενόμενο καθώς οι εναλλαγές χρόνων μεταξύ των οικογενειών προϊόντων ελαττώνονται με αύξηση της ζήτησης για την επίτευξη ενός εφικτού χρονοδιαγράμματος παραγωγής εντός του διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα.

Ακολούθως, παρουσιάζεται το διάγραμμα Gantt για τη μέγιστη ζήτηση, των προϊόντων της πρώτης εβδομαδιαίας ζήτησης, που μπορεί να καλυφθεί με το διαθέσιμο μηχανολογικό εξοπλισμό, στη διάρκεια του διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα.

[1] Αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης του αριθμού του μηχανολογικού εξοπλισμού που βρίσκεται σε λειτουργία

[2] Αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης του συνολικού χρόνου εναλλαγών μεταξύ των προϊόντων και του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής



Σχήμα 4.28: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής για τη μέγιστη ζήτηση προϊόντων, με το διαθέσιμο μηχανολογικό εξοπλισμό,

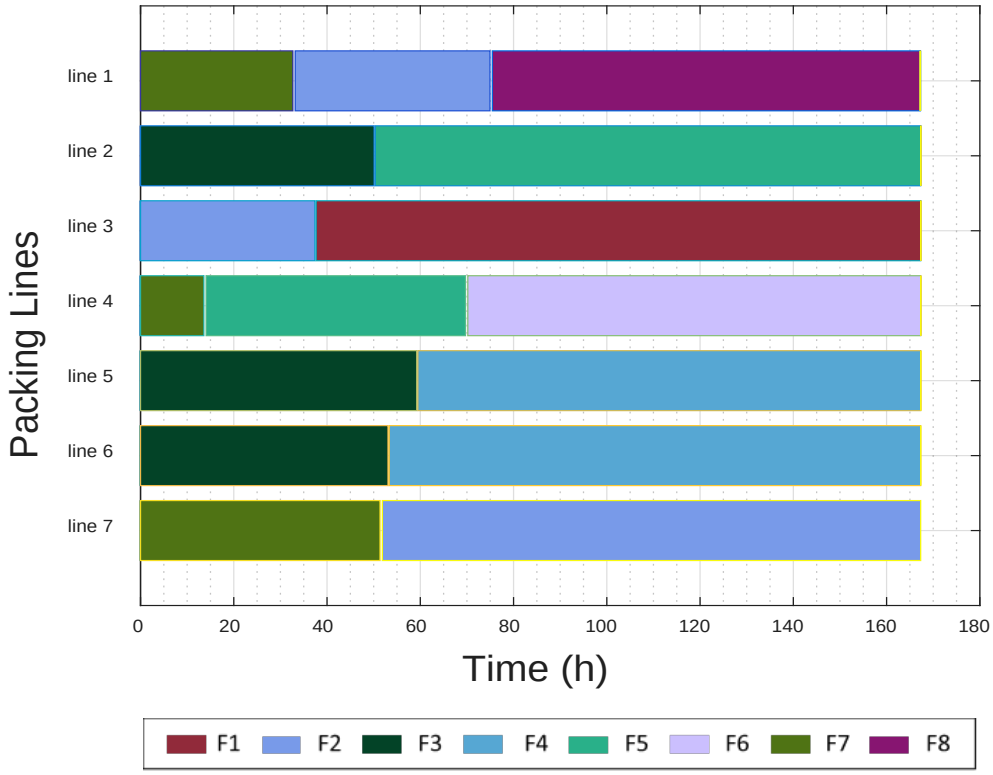
Από το Σχήμα 4.28 γίνεται εμφανές πως για την κάλυψη της μέγιστης ζήτησης όλες οι γραμμές παραγωγής είναι πλήρεις καθ' όλη τη διάρκεια του χρονικού ορίζοντα. Η γραμμή παραγωγής 5 δεσμεύεται αποκλειστικά για την παραγωγή μίας οικογένειας προϊόντων, συνεπώς δεν υφίστανται σε αυτήν εναλλαγές χρόνων μεταξύ των οικογενειών προϊόντων. Στις υπόλοιπες γραμμές παραγωγής παρατηρούνται ελάχιστες εναλλαγές μεταξύ των οικογενειών προϊόντων, με τη μεγαλύτερη σε διάρκεια εναλλαγή να λαμβάνει χώρα στην γραμμή παραγωγής 4. Αύξηση της ζήτησης, οδηγεί σε αδυναμία κάλυψης της με την υπάρχουσα δυναμικότητα του μηχανολογικού εξοπλισμού, εντός του διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα, γεγονός που συνεπάγεται την ολοκλήρωση της παραγωγής μετά το πέρας της εβδομάδας, στην περίπτωση αυτή.

4.6 Προσθήκη επιπλέον γραμμής παραγωγής

Στην υποενότητα αυτή μελετάται η περίπτωση προσθήκης μιας επιπλέον γραμμής παραγωγής προϊόντων, η χρήση της οποίας είναι μείζονος σημασίας για την κάλυψη αυξημένης ζήτησης, των προϊόντων της πρώτης εβδομαδιαίας ζήτησης.

Η γραμμή παραγωγής 4 εμφανίζει υψηλή παραγωγικότητα ως προς τα προϊόντα που παράγει, ενώ δύναται να παράξει το μεγαλύτερο αριθμό προϊόντων της εταιρίας. Για το λόγο αυτό, κρίνεται σκόπιμη η προσθήκη μίας γραμμής παραγωγής όμοιας με την γραμμή παραγωγής 4 ως προς την παραγωγική ικανότητα και τα προϊόντα που μπορεί να παράξει. Από δοκιμές που έλαβαν χώρα, προκύπτει πως η προσθήκη της νέας γραμμής παραγωγής συμβάλλει στην κάλυψη ζήτησης, έως 45% μεγαλύτερης της αρχικής.

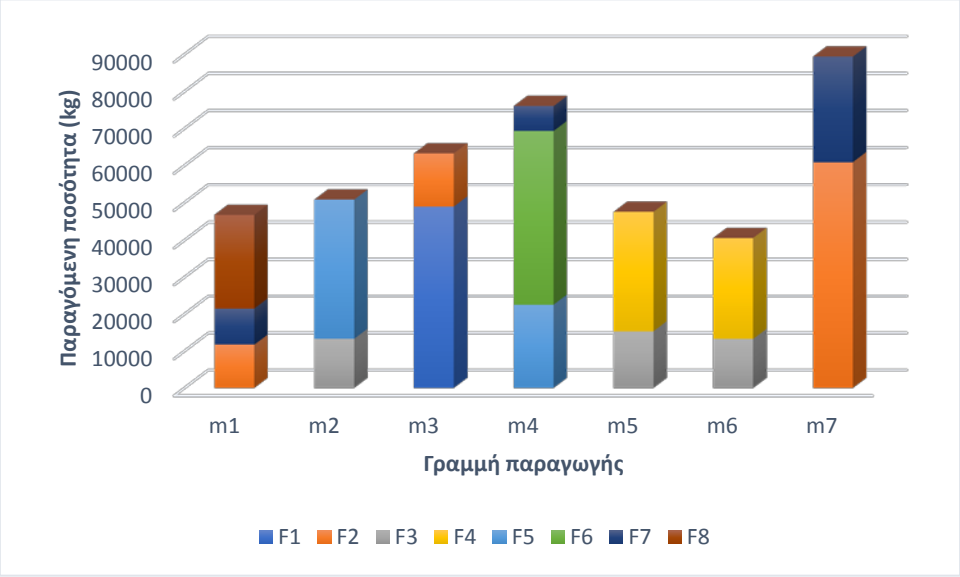
Για την επίλυση του προβλήματος, επιλέγεται, η χρήση βελτιστοποίησης πολλαπλών κριτηρίων για το μοντέλο συνεχούς χρονικού ορίζοντα, καθώς οδηγεί σε βέλτιστη λύση με μειωμένο υπολογιστικό κόστος. Στο Σχήμα 4.25 παρουσιάζεται ο βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής για την περίπτωση της μέγιστης ζήτησης που μπορεί να καλυφθεί με χρήση του νέου μηχανολογικού εξοπλισμού.



Σχήμα 4.29: Βέλτιστος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής για την προσθήκη επιπλέον γραμμής παραγωγής και αύξηση της ζήτησης κατά 45%.

Όπως διαφαίνεται από το παραπάνω διάγραμμα, όλες οι γραμμές παραγωγής βρίσκονται σε πλήρη λειτουργία κατά τη διάρκεια του διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα και η συνολική διάρκεια των εναλλαγών χρόνων μεταξύ των προϊόντων, ανέρχεται στις 5 ώρες και 10 λεπτά. Παράλληλα, σε όλες τις γραμμές παραγωγής λαμβάνει χώρα τουλάχιστον μία εναλλαγή προϊόντων, με τις μεγαλύτερες σε διάρκεια εναλλαγές να πραγματοποιούνται στις γραμμές παραγωγής 4 και 5. Σε όλες τις γραμμές παραγωγής, η παραγωγή λαμβάνει χώρα καθ' όλη τη διάρκεια του χρονικού ορίζοντα, για την κάλυψη της ζήτησης. Ωστόσο, περαιτέρω αύξηση της ζήτησης οδηγεί σε αδυναμία κάλυψης της με χρήση του διαθέσιμου μηχανολογικού εξοπλισμού.

Στο διάγραμμα που ακολουθεί παρουσιάζεται η συνολική παραγόμενη ποσότητα όλων των προϊόντων στις διαθέσιμες γραμμές παραγωγής.



Σχήμα 4.30: Παραγόμενη ποσότητα προϊόντων σε κάθε γραμμή παραγωγής με την προσθήκη νέας γραμμής παραγωγής και αύξηση της ζήτησης κατά 45%.

Η προσθήκη νέας γραμμής παραγωγής, σύμφωνα με το Σχήμα 4.30, συμβάλλει σημαντικά στην αύξηση της παραγωγικότητας και στην κάλυψη υψηλής ζήτησης, που μπορεί να υπερβεί της κανονικής μέχρι και 45%. Η νέα γραμμή παραγωγής, επιδίδεται στην παραγωγή της μεγαλύτερης ποσότητας τελικών προϊόντων, με τις υπόλοιπες γραμμές να είναι πλήρεις για την κάλυψη της ζήτησης. Παράλληλα, σε περιπτώσεις ζήτησης μικρότερης από τη μέγιστη δυνατή, η προσθήκη της γραμμής

παραγωγής 7 συμβάλλει σημαντικά στην αποσυμφόρηση των υπόλοιπων γραμμών παραγωγής, λόγω της υψηλής παραγωγικής της ικανότητας και των προϊόντων που μπορεί να παράξει.

5 Συμπεράσματα - Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

5.1 Συμπεράσματα

Αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας, αποτελεί η ανάπτυξη δύο μαθηματικών μοντέλων, μικτού-ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP), για τη βελτιστοποίηση του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής μίας βιομηχανικής μονάδας μορφοποίησης πολυμερών. Τα μοντέλα, βασίζονται σε μικτή διακριτή/συνεχή και αμιγώς συνεχή αναπαράσταση του χρονικού ορίζοντα, αντίστοιχα. Η επίλυση των μοντέλων πραγματοποιήθηκε με τη βοήθεια του υπολογιστικού εργαλείου GAMS και συγκεκριμένα με χρήση του επιλυτή ILOG CPLEX.

Τα ανωτέρω μαθηματικά μοντέλα, αξιοποιήθηκαν για την εξέταση πολλαπλών σεναρίων, που αφορούν την ταυτόχρονη βελτιστοποίηση πολλαπλών αντικειμενικών συναρτήσεων (Multi-objective), την διαχείριση προϋπαρχόντων αποθεμάτων και περιορισμών διάθεσης των ζητούμενων προϊόντων στους πελάτες σε καθορισμένες ημερομηνίες, και την εξέταση μεταβολών της ζήτησης των προϊόντων και του αριθμού του διαθέσιμου μηχανολογικού εξοπλισμού.

Πιο αναλυτικά, τα μοντέλα που περιεγράφηκαν εκτενώς στην 3η ενότητα εφαρμόστηκαν για το βέλτιστο χρονοπρογραμματισμό παραγωγής της μονάδας παραγωγής πολυμερικών φιλμ, που αποτελείται από 6 παράλληλες γραμμές παραγωγής. Κάθε γραμμή παραγωγής επεξεργάζεται πλήθος προϊόντων τα οποία κατηγοριοποιούνται σε 9 οικογένειες προϊόντων. Η διαδικασία παραγωγής των πολυμερικών φιλμ, είναι συνεχούς λειτουργίας ενός σταδίου και ο χρονοπρογραμματισμός της παραγωγής έλαβε χώρα για δύο διαφορετικές εβδομαδιαίας ζητήσεις, έχοντας ως διαθέσιμο χρονικό ορίζοντα τη μία εβδομάδα. Τα δύο μοντέλα, επιλύθηκαν για δύο αντικειμενικές συναρτήσεις, που αποσκοπούν στην ελαχιστοποίηση του χρόνου εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων και του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής, αντίστοιχα.

Αρχικά, πραγματοποιήθηκε επίλυση των μοντέλων για την αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης του συνολικού χρόνου εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων, για τις δύο εβδομαδιαίες ζητήσεις. Για την πρώτη εβδομαδιαία ζήτηση, ο

συνολικός χρόνος εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων ανήλθε στις 2 ώρες και 9 λεπτά, για το μοντέλο μικτής διακριτής/συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα, και στις 2 ώρες για το μοντέλο συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα. Για την δεύτερη εβδομαδιαία ζήτηση, ο συνολικός χρόνος εναλλαγών μεταξύ των προϊόντων ανήλθε στις 2 ώρες και 15 λεπτά, και για τα δύο μοντέλα. Από την επίλυση των μοντέλων, για την αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης του χρόνου εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων, έγινε εμφανές πως η χρήση του μοντέλου συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα οδηγεί σε πιο αποδοτικές λύσεις με μειωμένο υπολογιστικό κόστος.

Εν συνεχεία, πραγματοποιήθηκε επίλυση των δύο μοντέλων με στόχο την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής. Στην περίπτωση αυτή, από την επίλυση των δύο μαθηματικών μοντέλων για την πρώτη εβδομαδιαία ζήτηση επήλθε ελάττωση του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής κατά 12% και 16%, αντίστοιχα, ενώ για τη δεύτερη ζήτηση κατά 12% και 17% για τα δύο μαθηματικά μοντέλα, αντίστοιχα. Αν και σε αυτή την περίπτωση το υπολογιστικό κόστος επίλυσης των δύο μοντέλων είναι όμοιο, το μοντέλο συνεχούς χρονικού ορίζοντα οδήγησε σε πιο αποδοτικές λύσεις.

Έπειτα, εξετάστηκε η επίλυση των μαθηματικών μοντέλων με χρήση βελτιστοποίησης πολλαπλών κριτηρίων (Multi-Objective). Ο στόχος στην περίπτωση αυτή, εντοπίστηκε στην ταυτόχρονη βελτιστοποίηση δύο αντικειμενικών συναρτήσεων. Η πρώτη αποσκοπούσε στην ελαχιστοποίηση του αριθμού των γραμμών παραγωγής που βρίσκονται σε λειτουργία κατά τη διάρκεια του διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα, ενώ η δεύτερη στην ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση του χρόνου εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων και του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής. Η επίλυση του μοντέλου συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα με χρήση βελτιστοποίησης πολλαπλών κριτηρίων, για τις δύο εβδομαδιαίας ζητήσεις, οδήγησε σε αδράνεια της γραμμής παραγωγής 3 καθ’ όλη τη διάρκεια της εβδομάδας, συμβάλλοντας σημαντικά στην μείωση του λειτουργικού κόστους της μονάδας. Ο συνολικός χρόνος εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων που παράγονται σε όλες τις γραμμές παραγωγής που βρίσκονται σε λειτουργία ανήλθε στις 7 ώρες για την πρώτη ζήτηση και στις 5 ώρες και 15 λεπτά για τη δεύτερη ζήτηση. Παράλληλα, το παραγόμενο απόθεμα στην περίπτωση αυτή

ελαχιστοποιείται σημαντικά, γεγονός που συμβάλει στην ελαχιστοποίηση του κόστους αποθήκευσης.

Ακολούθως, εξετάσθηκε η δυνατότητα διαχείρισης του προϋπάρχοντος αποθέματος στις αποθήκες τις βιομηχανίας και περιορισμών καθορισμένων ημερομηνιών διάθεσης των παραγόμενων προϊόντων στην αγορά. Το πρόβλημα επιλύθηκε με βελτιστοποίηση πολλαπλών κριτηρίων για το μοντέλο μικτής διακριτής/συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα. Η «προτιμώμενη» λύση, περιλαμβάνει την αδράνεια των γραμμών παραγωγής 2 και 6 στην υπό μελέτη εβδομάδα, μείωση του συνολικού χρόνου παραγωγής των μονάδων 1, 2, 4 και 5 κατά 15%, 13%, 22% και 38%, αντίστοιχα, και μείωση του συνολικού χρόνου εναλλαγών μεταξύ των οικογενειών προϊόντων τις 3 ώρες και 44 λεπτά. Από τα ανωτέρω, συμπεραίνεται πως η ύπαρξη προϋπάρχοντος αποθέματος συμβάλλει σημαντικά στην οικονομική αποδοτικότητα της μονάδας.

Κατόπιν, έλαβαν χώρα σενάρια σταδιακής αύξησης της ζήτησης κατά 10%, 15% και 20%, για τις δύο περιπτώσεις εβδομαδιαίας ζήτησης. Και σε αυτή την περίπτωση έγινε χρήση βελτιστοποίησης πολλαπλών κριτηρίων για το μοντέλο συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα. Από την επίλυση του μοντέλου, προέκυψε πως η μέγιστη ζήτηση που μπορεί να καλυφθεί με χρήση του διαθέσιμου μηχανολογικού εξοπλισμού, είναι αυξημένη της αρχικής κατά 15% και για τις δύο ζητήσεις. Στην περίπτωση αυτή, όλες οι γραμμές παραγωγής είναι πλήρεις καθ' όλη την εβδομάδα. Περαιτέρω αύξηση της ζήτησης οδηγεί σε αδυναμία κάλυψης της, με το διαθέσιμο μηχανολογικό εξοπλισμό, εντός του διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα.

Στο τελευταίο στάδιο της μελέτης, εξετάστηκε το σενάριο προσθήκης μια επιπλέον γραμμής παραγωγής, όμοιας με τη γραμμή παραγωγής 4 ως προς την παραγωγική ικανότητα και τα προϊόντα που μπορεί να επεξεργαστεί, για κάλυψη της υπέρμετρης ζήτησης. Το πρόβλημα, επιλύθηκε με βελτιστοποίηση πολλαπλών κριτηρίων, για το μοντέλο συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα. Η προσθήκη της νέας γραμμής παραγωγής, δίνει τη δυνατότητα κάλυψης της ζήτησης των προϊόντων της πρώτης εβδομαδιαίας ζήτησης, έως και 45% μεγαλύτερης της αρχικής, με όλες τις γραμμές παραγωγής να βρίσκονται σε πλήρη λειτουργία καθ' όλη τη διάρκεια του διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα. Περαιτέρω αύξηση της ζήτησης οδηγεί σε αδυναμία

κάλυψης της με τον υπάρχον μηχανολογικό εξοπλισμό, εντός του διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα.

5.2 Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

Τα μαθηματικά μοντέλα μικτού-ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού που αναπτύχθηκαν στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής εργασίας και επιλύθηκαν για δύο διαφορετικές αντικειμενικές συναρτήσεις, οδήγησαν σε βέλτιστα αποτελέσματα με αυξημένο ωστόσο υπολογιστικό κόστος στο πλείστο των περιπτώσεων που μελετήθηκαν. Κρίνεται σκόπιμη λοιπόν η ανάπτυξη επιπλέον τεχνικών βελτίωσης της απόδοσης των μοντέλων ώστε να καθίσταται δυνατή η ταχύτατη επίλυση τους.

Επιπρόσθετα, στα αναπτυσσόμενα μοντέλα, περιορισμοί που αφορούν τους διαθέσιμους πόρους (π.χ. ανθρώπινο δυναμικό) και τις βοηθητικές παροχές, δεν λαμβάνονται υπ’ όψιν. Η προσθήκη των εν λόγω περιορισμών, σε επόμενες μελέτες, είναι ιδιαίτερα σημαντική καθώς συμβάλλει σε μια πιο ενδελεχή μελέτη του προβλήματος. Σημαντική σε αυτή την προσπάθεια είναι και η προσθήκη στα μοντέλα περιορισμών που αφορούν την ορθή εκμετάλλευση των παραγόμενων πόρων από την μονάδα ανακύκλωσης.

Παράλληλα, συσχέτιση όλων των παραγωγικών πόρων με οικονομικά δεδομένα και στοιχεία κόστους που αφορούν κόστη παραγωγής αποθήκευσης και εναλλαγών μεταξύ των προϊόντων, δίνει τη δυνατότητα μιας πληρέστερης μελέτης του προβλήματος με αντικειμενικές συναρτήσεις που εστιάζουν στην ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους ή στη μεγιστοποίηση του συνολικού κέρδους.

Σε ρεαλιστικά βιομηχανικά περιβάλλοντα, υπεισέρχονται πολλοί αντικρουόμενοι αντικειμενικοί στόχοι που ζητείται να βελτιστοποιηθούν ταυτόχρονα. Στην παρούσα εργασία, εξετάσθηκε η περίπτωση ταυτόχρονης βελτιστοποίησης δύο αντικειμενικών συναρτήσεων. Ωστόσο, κρίνεται σκόπιμη, η επέκταση του μοντέλου πολλαπλών αντικειμενικών συναρτήσεων με τρόπο τέτοιο ώστε να περιλαμβάνει όλους τους αντικρουόμενους στόχους που εντοπίζονται κατά τη διάρκεια της παραγωγής και χρήζουν βελτιστοποίησης. Τέτοιοι στόχοι είναι η μεγιστοποίηση του κέρδους, της παραγωγής κ.λ.π. Παράλληλα, σε αυτή την κατεύθυνση, πρέπει να λάβει χώρα διεξοδική έρευνα του συντελεστή βαρύτητας κάθε αντικειμενικής συνάρτησης, κατά

τρόπο ώστε να ανταποκρίνεται στο μέγεθος της επιρροής της στο ρεαλιστικό πρόβλημα.

Το περιβάλλον παραγωγής, αποτελεί ένα ιδιαίτερα δυναμικό περιβάλλον, με την εμφάνιση συχνά αστάθμητων παραγόντων (π.χ. ακυρώσεις παραγγελιών, καθυστερήσεις στις αποστολές των πρώτων υλών, διακοπές ρεύματος) που δεν μπορούν να προβλεφθούν ενδιαμέσου του χρονικού ορίζοντα, και συχνά καθιστούν ανέφικτη την εξασφάλιση ενός εφικτού χρονοδιαγράμματος παραγωγής. Για το λόγο αυτό, προτείνεται μία επέκταση των μαθηματικών μοντέλων, ώστε να λαμβάνουν υπ' όψιν αποφάσεις επαναπρογραμματισμού της παραγωγής (re-scheduling), όταν υπεισέρχονται τέτοιου είδους παράγοντες. Σε αυτή την κατεύθυνση η βελτιστοποίηση χρονοπρογραμματισμού υπό αβεβαιότητα, κρίνεται απαραίτητη σε μία επερχόμενη μελέτη, καθώς δίνεται η δυνατότητα να ληφθούν υπ' όψιν αυτού του είδους οι κίνδυνοι και να προβλεφθούν κατά τρόπο στοχαστικό.

6 Βιβλιογραφία

Aguirre, A. M., Liu, S., & Papageorgiou, L. G. (2017). Mixed integer linear programming based approaches for medium-term planning and scheduling in multiproduct multistage continuous plants. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, *56*(19), 5636-5651.

Brook, A., Kendrick, D., & Meeraus, A. (1988). GAMS, a user's guide. *ACM Signum Newsletter*, *23*(3-4), 10-11.

Bukchin, Y., Masin, M., & Kirshner, R. (2010). Modeling and analysis of multiobjective lot splitting for N -product M - machine
Research Logistics (NRL), *57*(4), 354-366.

Cantor, K. (2018). *Blown film extrusion*. Carl Hanser Verlag GmbH Co KG.

Castro, P. M., Barbosa-Póvoa, A. P., Matos, H. A., & Novais, A. Q. (2004). Simple continuous-time formulation for short-term scheduling of batch and continuous processes. *Industrial & engineering chemistry research*, *43*(1), 105-118.

Castro, P., Barbosa-Póvoa, A. P. F. D., & Matos, H. (2002). Short-term scheduling of a polymer compounding plant. In *Computer Aided Chemical Engineering* (Vol. 10, pp. 649-654). Elsevier.

Chen, P., Papageorgiou, L. G., & Pinto, J. M. (2008). Medium-term planning of single-stage single-unit multiproduct plants using a hybrid discrete/continuous-time MILP model. *Industrial & engineering chemistry research*, *47*(6), 1925-1934.

Elekidis, A. P., Corominas, F., & Georgiadis, M. C. (2019). Production scheduling of consumer goods industries. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, *58*(51), 23261-23275.

GAMS Development Corporation. General Algebraic Modeling System (GAMS) Release 24.1.3, Fairfax, VA, USA, 2013.

Georgiadis, G. P., Pampín, B. M., Cabo, D. A., & Georgiadis, M. C. (2020). Optimal production scheduling of food process industries. *Computers & Chemical Engineering*, *134*, 106682.

Giannelos, N. F., & Georgiadis, M. C. (2002). A novel event-driven formulation for short-term scheduling of multipurpose continuous processes. *Industrial & engineering chemistry research*, *41*(10), 2431-2439.

Gupta, S., & Karimi, I. A. (2003). An improved MILP formulation for scheduling multiproduct, multistage batch plants. *Industrial & engineering chemistry research*, *42*(11), 2365-2380.

Harjunkoski, I., Maravelias, C. T., Bongers, P., Castro, P. M., Engell, S., Grossmann, I. E., ... & Wassick, J. (2014). Scope for industrial applications of production scheduling models and solution methods. *Computers & Chemical Engineering*, *62*, 161-193.

Herrmann, J. W. (2006). A history of production scheduling. In *Handbook of production scheduling* (pp. 1-22). Springer, Boston, MA.

Kondili, E., Pantelides, C. C., & Sargent, R. W. (1993). A general algorithm for short-term scheduling of batch operations—I. MILP formulation. *Computers & Chemical Engineering*, *17*(2), 211-227.

Kopanos, G. (2011). *Techniques for the efficient solution of Large-scale production scheduling & planning problems in the process industries*. (PhD Thesis). Universitat Politècnica de Catalunya.

Kopanos, G. M., Laínez, J. M., & Puigjaner, L. (2009). An efficient mixed-integer linear programming scheduling framework for addressing sequence-dependent setup issues in batch plants. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, *48*(13), 6346-6357.

Kopanos, G. M., Puigjaner, L., & Maravelias, C. T. (2011). Production planning and scheduling of parallel continuous processes with product families. *Industrial & engineering chemistry research*, *50*(3), 1369-1378.

Lei, D. (2009). Multi-objective production scheduling: a survey. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, *43*(9-10), 926.

Leung, M. (2009). *Production scheduling optimization of a plastics compounding plant with quality constraints* (Master's thesis, University of Waterloo).

Liu, S., Pinto, J. M., & Papageorgiou, L. G. (2008). A TSP-based MILP model for medium-term planning of single-stage continuous multiproduct plants. *Industrial & Engineering Chemistry Research, 47*(20), 7733-7743.

MATLAB. (2010). *version 8.6.0 (R2015b)*. Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc.

Mavrotas, G. (2009). Effective implementation of the ε-constraint method in multi-objective mathematical programming problems. *Applied mathematics and computation, 213*(2), 455-465.

Méndez, C. A., Cerdá, J., Grossmann, I. E., Harjunkoski, I., & Fahl, M. (2006). State-of-the-art review of optimization methods for short-term scheduling of batch processes. *Computers & chemical engineering, 30*(6-7), 913-946.

Méndez, C. A., Henning, G. P., & Cerdá, J. (2000). Optimal scheduling of batch plants satisfying multiple product orders with different due-dates. *Computers & Chemical Engineering, 24*(9-10), 2223-2245.

Pantelides, C. C. (1994). Unified frameworks for optimal process planning and scheduling. In *Proceedings on the second conference on foundations of computer aided operations* (pp. 253-274). Cache Publications New York.

Pinedo, M. (2012). *Scheduling* (Vol. 5). New York: Springer.

Pinto, J. M., & Grossmann, I. E. (1995). A continuous time mixed integer linear programming model for short term scheduling of multistage batch plants. *Industrial & Engineering Chemistry Research, 34*(9), 3037-3051.

Rauwendaal, C. (2014). *Polymer extrusion*. Carl Hanser Verlag GmbH Co KG.

Sawik, T. (2007). Multi-objective master production scheduling in make-to-order manufacturing. *International Journal of Production Research, 45*(12), 2629-2653.

Schilling, G., & Pantelides, C. C. (1996). A simple continuous-time process scheduling formulation and a novel solution algorithm. *Computers & Chemical Engineering, 20*, S1221-S1226.

Schulz, C., Engell, S., & Rudolf, R. (1998). *Scheduling of a multi-product polymer batch plant*. Technikum Joanneum.

Shaik, M. A., Floudas, C. A., Kallrath, J., & Pitz, H. J. (2007). Production scheduling of a large-scale industrial continuous plant: Short-term and medium-term scheduling. In *Computer Aided Chemical Engineering* (Vol. 24, pp. 613-618). Elsevier.

Subbiah, S., & Engell, S. (2010). Short-term scheduling of multi-product batch plants with sequence-dependent changeovers using timed automata models. In *Computer Aided Chemical Engineering* (Vol. 28, pp. 1201-1206). Elsevier.

Wang, K., Löhl, T., Stobbe, M., & Engell, S. (2000). A genetic algorithm for online-scheduling of a multiproduct polymer batch plant. *Computers & Chemical Engineering*, *24*(2-7), 393-400.

Yi, G., & Reklaitis, G. V. (2003). Optimal scheduling of multi-stage polymer plants. In *Proceedings of FOCAPO* (pp. 331-334).

Younes, A., Elkamel, A., Leung, M., Tzoganakis, C., & Lohi, A. (2013). The quality -*The Canadian* scheduling problem *Journal of Chemical Engineering*, *91*(7), 1229-1243.

Παναγιώτου, Κ. (2006). *Επιστήμη και Τεχνολογία Πολυμερών* (3η έκδοση). Θεσσαλονίκη: Εκδόσεις Πήγασος.

Παράρτημα Α-Δεδομένα Παραγωγικής διαδικασίας

Πίνακας Α.1: Πρώτη εβδομαδιαία ζήτηση προϊόντων, σε κιλά.

Προϊόν	Ζήτηση	Προϊόν	Ζήτηση	Προϊόν	Ζήτηση	Προϊόν	Ζήτηση
F1_Pr13	2800	**F2_Pr43**	3380	**F4_Pr5**	6000	**F6_Pr44**	4500
F1_Pr14	4150	**F2_Pr44**	4500	**F4_Pr6**	5000	**F6_Pr49**	3300
F1_Pr17	5200	**F2_Pr46**	2700	**F4_Pr7**	6200	**F6_Pr60**	8200
F1_Pr25	3800	**F2_Pr47**	7200	**F4_Pr10**	1500	**F7_Pr2**	1500
F1_Pr43	2400	**F2_Pr50**	3000	**F4_Pr12**	2100	**F7_Pr5**	1200
F1_Pr47	3300	**F2_Pr51**	2350	**F4_Pr21**	3200	**F7_Pr10**	2500
F1_Pr52	4600	**F2_Pr55**	2850	**F4_Pr37**	2000	**F7_Pr27**	4500
F1_Pr58	5500	**F2_Pr56**	3200	**F4_Pr38**	2800	**F7_Pr35**	2500
F1_Pr59	3200	**F2_Pr59**	4100	**F5_Pr8**	3400	**F7_Pr42**	1500
F2_Pr3	3100	**F3_Pr1**	4230	**F5_Pr10**	14200	**F7_Pr43**	5200
F2_Pr7	4450	**F3_Pr2**	4700	**F5_Pr11**	8100	**F7_Pr51**	4500
F2_Pr14	1500	**F3_Pr5**	6200	**F5_Pr12**	2200	**F7_Pr59**	4250
F2_Pr17	4200	**F3_Pr6**	5100	**F5_Pr13**	5300	**F7_Pr60**	4500
F2_Pr19	1800	**F3_Pr27**	4200	**F5_Pr14**	7200	**F8_Pr6**	5600
F2_Pr21	2000	**F3_Pr29**	5500	**F5_Pr25**	2500	**F8_Pr13**	2500
F2_Pr25	3500	**F4_Pr1**	5200	**F6_Pr2**	2500	**F8_Pr15**	3400
F2_Pr27	2150	**F4_Pr2**	3500	**F6_Pr5**	4200	**F8_Pr19**	2550
F2_Pr33	3400	**F4_Pr3**	2800	**F6_Pr11**	4500	**F8_Pr25**	1800
F2_Pr39	2770	**F4_Pr4**	2200	**F6_Pr27**	6200	**F8_Pr30**	2150

Πίνακας Α.2: Δεύτερη εβδομαδιαία ζήτηση προϊόντων, σε κιλά.

Προϊόν	Ζήτηση	Προϊόν	Ζήτηση	Προϊόν	Ζήτηση	Προϊόν	Ζήτηση
F1_Pr10	1500	**F2_Pr59**	3600	**F4_Pr14**	3100	**F7_Pr2**	1500
F1_Pr13	7150	**F2_Pr60**	14400	**F4_Pr19**	1330	**F7_Pr5**	1200
F1_Pr14	1950	**F3_Pr6**	3600	**F4_Pr23**	1850	**F7_Pr10**	2500
F1_Pr17	7250	**F3_Pr17**	3300	**F4_Pr29**	2980	**F7_Pr27**	4500
F1_Pr18	1100	**F3_Pr29**	1950	**F4_Pr37**	2500	**F7_Pr35**	2500
F1_Pr25	11340	**F3_Pr31**	2000	**F4_Pr45**	1900	**F7_Pr42**	2350
F1_Pr27	4440	**F3_Pr37**	5750	**F4_Pr47**	1100	**F7_Pr59**	3200
F1_Pr43	5350	**F3_Pr38**	4440	**F5_Pr8**	1500	**F8_Pr6**	5600
F1_Pr47	6800	**F3_Pr39**	3400	**F5_Pr11**	2000	**F8_Pr13**	2500
F1_Pr59	8420	**F3_Pr41**	2600	**F5_Pr18**	4300	**F8_Pr15**	3400
F2_Pr14	2850	**F3_Pr45**	3650	**F5_Pr25**	3200	**F8_Pr19**	2550
F2_Pr17	2100	**F3_Pr48**	3200	**F6_Pr1**	2500	**F8_Pr25**	1800
F2_Pr25	2400	**F3_Pr57**	3100	**F6_Pr2**	5250	**F8_Pr30**	2150
F2_Pr26	4000	**F4_Pr5**	5950	**F6_Pr7**	9500	**F9_Pr6**	4200
F2_Pr29	1650	**F4_Pr6**	5550	**F6_Pr8**	10650	**F9_Pr14**	5650
F2_Pr44	3330	**F4_Pr8**	1750	**F6_Pr11**	12800	**F9_Pr20**	5000
F2_Pr51	3500	**F4_Pr9**	1150	**F6_Pr15**	3200	-	-
F2_Pr55	2450	**F4_Pr10**	3600	**F6_Pr44**	7200	-	-

Πίνακας Α.3: Χρόνοι εναλλαγής οικογενειών προϊόντων, στη γραμμή παραγωγής m1, σε min.

	F1	**F2**	**F3**	**F4**	**F5**	**F6**	**F7**	**F8**	**F9**
F1	0	15	60	60	60	-	-	30	-
F2	15	0	60	60	60	-	-	30	-
F3	60	60	0	15	15	-	-	30	-
F4	120	120	120	0	60	-	-	300	-
F5	60	60	60	60	0	-	-	30	-
F6	-	-	-	-	-	0	-	-	-
F7	30	30	60	60	30	-	0	30	-
F8	30	30	30	30	30	-	-	0	-
F9	-	-	-	-	-	-	-	-	0

(*)Με (–) παριστάνονται οι αδύνατες και απαγορευμένες εναλλαγές μεταξύ οικογενειών προϊόντων.

Πίνακας Α.4: Χρόνοι εναλλαγής οικογενειών προϊόντων, στη γραμμή παραγωγής m2, σε min.

	F1	**F2**	**F3**	**F4**	**F5**	**F6**	**F7**	**F8**	**F9**
F1	0	15	60	60	60	-	-	30	-
F2	15	0	60	60	60	-	-	30	-
F3	60	60	0	15	15	-	-	30	-
F4	120	120	120	0	60	-	-	300	-
F5	60	60	60	60	0	-	-	30	-
F6	-	-	-	-	-	0	-	-	-
F7	30	30	60	60	30	-	0	30	-
F8	30	30	30	30	30	-	-	0	-
F9	-	-	-	-	-	-	-	-	0

(*)Με (–) παριστάνονται οι αδύνατες και απαγορευμένες εναλλαγές μεταξύ οικογενειών προϊόντων.

Πίνακας Α.5: Χρόνοι εναλλαγής οικογενειών προϊόντων, στη γραμμή παραγωγής m3, σε min.

	F1	**F2**	**F3**	**F4**	**F5**	**F6**	**F7**	**F8**	**F9**
F1	0	15	-	-	30	-	500	-	-
F2	15	0	-	-	30	-	500	-	-
F3	-	-	0	-	-	-	-	-	-
F4	-	-	-	0	-	-	-	-	-
F5	30	30	-	-	0	-	30	-	-
F6	-	-	-	-	-	0	-	-	-
F7	30	30	60	60	30	-	0	30	-
F8	-	-	-	-	-	-	-	0	-
F9	-	-	-	-	-	-	-	-	0

(*)Με (–) παριστάνονται οι αδύνατες και απαγορευμένες εναλλαγές μεταξύ οικογενειών προϊόντων

Πίνακας Α.6: Χρόνοι εναλλαγής οικογενειών προϊόντων, στη γραμμή παραγωγής m4, σε min.

	F1	**F2**	**F3**	**F4**	**F5**	**F6**	**F7**	**F8**	**F9**
F1	0	15	60	60	60	60	-	-	-
F2	15	0	60	60	60	60	-	-	-
F3	60	60	0	15	15	60	-	-	-
F4	300	300	300	0	60	60	-	-	-
F5	60	60	60	60	0	30	-	-	-
F6	60	60	60	30	60	0	-	-	-
F7	30	30	60	60	30	60	0	30	-
F8	-	-	-	-	-	-	-	0	-
F9	-	-	-	-	-	-	-	-	0

(*)Με (–) παριστάνονται οι αδύνατες και απαγορευμένες εναλλαγές μεταξύ οικογενειών προϊόντων.

Πίνακας Α.7: Χρόνοι εναλλαγής οικογενειών προϊόντων, στη γραμμή παραγωγής m5, σε min.

	F1	**F2**	**F3**	**F4**	**F5**	**F6**	**F7**	**F8**	**F9**
F1	0	15	60	60	60	60	-	-	-
F2	15	0	60	60	60	60	-	-	-
F3	60	60	0	15	15	60	-	-	-
F4	120	120	120	0	60	120	-	-	-
F5	60	60	60	60	0	30	-	-	-
F6	120	120	120	30	60	0	-	-	-
F7	30	30	60	60	30	60	0	30	-
F8	-	-	-	-	-	-	-	0	-
F9	-	-	-	-	-	-	-	-	0

(*)Με (–) παριστάνονται οι αδύνατες και απαγορευμένες εναλλαγές μεταξύ οικογενειών προϊόντων.

Πίνακας Α.8: Χρόνοι εναλλαγής οικογενειών προϊόντων, στη γραμμή παραγωγής m6, σε min.

	F1	**F2**	**F3**	**F4**	**F5**	**F6**	**F7**	**F8**	**F9**
F1	0	15	60	60	60	60	-	30	30
F2	15	0	60	60	60	60	-	30	30
F3	60	60	0	15	15	60	-	30	30
F4	120	120	120	0	60	120	-	120	120
F5	60	60	60	60	0	30	-	30	30
F6	120	120	120	30	60	0	-	120	120
F7	30	30	60	60	30	60	0	30	60
F8	30	30	30	30	30	30	-	0	60
F9	30	30	30	30	30	30	-	30	0

(*)Με (–) παριστάνονται οι αδύνατες και απαγορευμένες εναλλαγές μεταξύ οικογενειών προϊόντων

Πίνακας Α.9: Προϊόντα που ανήκουν σε κάθε οικογένεια προϊόντων.

Οικογένεια	**Προϊόν**											
F1	F1_Pr1	F1_Pr6	F1_Pr11	F1_Pr16	F1_Pr21	F1_Pr26	F1_Pr31	F1_Pr36	F1_Pr41	F1_Pr46	F1_Pr51	F1_Pr56
	F1_Pr2	F1_Pr7	F1_Pr12	F1_Pr17	F1_Pr22	F1_Pr27	F1_Pr32	F1_Pr37	F1_Pr42	F1_Pr47	F1_Pr52	F1_Pr57
	F1_Pr3	F1_Pr8	F1_Pr13	F1_Pr18	F1_Pr23	F1_Pr28	F1_Pr33	F1_Pr38	F1_Pr43	F1_Pr48	F1_Pr53	F1_Pr58
	F1_Pr4	F1_Pr9	F1_Pr14	F1_Pr19	F1_Pr24	F1_Pr29	F1_Pr34	F1_Pr39	F1_Pr44	F1_Pr49	F1_Pr54	F1_Pr59
	F1_Pr5	F1_Pr10	F1_Pr15	F1_Pr20	F1_Pr25	F1_Pr30	F1_Pr35	F1_Pr40	F1_Pr45	F1_Pr50	F1_Pr55	F1_Pr60
F2	F2_Pr1	F2_Pr6	F2_Pr11	F2_Pr16	F2_Pr21	F2_Pr26	F2_Pr31	F2_Pr36	F2_Pr41	F2_Pr46	F2_Pr51	F2_Pr56
	F2_Pr2	F2_Pr7	F2_Pr12	F2_Pr17	F2_Pr22	F2_Pr27	F2_Pr32	F2_Pr37	F2_Pr42	F2_Pr47	F2_Pr52	F2_Pr57
	F2_Pr3	F2_Pr8	F2_Pr13	F2_Pr18	F2_Pr23	F2_Pr28	F2_Pr33	F2_Pr38	F2_Pr43	F2_Pr48	F2_Pr53	F2_Pr58
	F2_Pr4	F2_Pr9	F2_Pr14	F2_Pr19	F2_Pr24	F2_Pr29	F2_Pr34	F2_Pr39	F2_Pr44	F2_Pr49	F2_Pr54	F2_Pr59
	F2_Pr5	F2_Pr10	F2_Pr15	F2_Pr20	F2_Pr25	F2_Pr30	F2_Pr35	F2_Pr40	F2_Pr45	F2_Pr50	F2_Pr55	F2_Pr60
F3	F3_Pr1	F3_Pr6	F3_Pr11	F3_Pr16	F3_Pr21	F3_Pr26	F3_Pr31	F3_Pr36	F3_Pr41	F3_Pr46	F3_Pr51	F3_Pr56
	F3_Pr2	F3_Pr7	F3_Pr12	F3_Pr17	F3_Pr22	F3_Pr27	F3_Pr32	F3_Pr37	F3_Pr42	F3_Pr47	F3_Pr52	F3_Pr57
	F3_Pr3	F3_Pr8	F3_Pr13	F3_Pr18	F3_Pr23	F3_Pr28	F3_Pr33	F3_Pr38	F3_Pr43	F3_Pr48	F3_Pr53	F3_Pr58
	F3_Pr4	F3_Pr9	F3_Pr14	F3_Pr19	F3_Pr24	F3_Pr29	F3_Pr34	F3_Pr39	F3_Pr44	F3_Pr49	F3_Pr54	F3_Pr59
	F3_Pr5	F3_Pr10	F3_Pr15	F3_Pr20	F3_Pr25	F3_Pr30	F3_Pr35	F3_Pr40	F3_Pr45	F3_Pr50	F3_Pr55	F3_Pr60
F4	F4_Pr1	F4_Pr6	F4_Pr11	F4_Pr16	F4_Pr21	F4_Pr26	F4_Pr31	F4_Pr36	F4_Pr41	F4_Pr46	F4_Pr51	F4_Pr56
	F4_Pr2	F4_Pr7	F4_Pr12	F4_Pr17	F4_Pr22	F4_Pr27	F4_Pr32	F4_Pr37	F4_Pr42	F4_Pr47	F4_Pr52	F4_Pr57
	F4_Pr3	F4_Pr8	F4_Pr13	F4_Pr18	F4_Pr23	F4_Pr28	F4_Pr33	F4_Pr38	F4_Pr43	F4_Pr48	F4_Pr53	F4_Pr58
	F4_Pr4	F4_Pr9	F4_Pr14	F4_Pr19	F4_Pr24	F4_Pr29	F4_Pr34	F4_Pr39	F4_Pr44	F4_Pr49	F4_Pr54	F4_Pr59
	F4_Pr5	F4_Pr10	F4_Pr15	F4_Pr20	F4_Pr25	F4_Pr30	F4_Pr35	F4_Pr40	F4_Pr45	F4_Pr50	F4_Pr55	F4_Pr60

Πίνακας Α.9 (συνέχεια)

Οικογένεια	**Προϊόν**											
F5	F5_Pr1	F5_Pr6	F5_Pr11	F5_Pr16	F5_Pr21	F5_Pr26	F5_Pr31	F5_Pr36	F5_Pr41	F5_Pr46	F5_Pr51	F5_Pr56
	F5_Pr2	F5_Pr7	F5_Pr12	F5_Pr17	F5_Pr22	F5_Pr27	F5_Pr32	F5_Pr37	F5_Pr42	F5_Pr47	F5_Pr52	F5_Pr57
	F5_Pr3	F5_Pr8	F5_Pr13	F5_Pr18	F5_Pr23	F5_Pr28	F5_Pr33	F5_Pr38	F5_Pr43	F5_Pr48	F5_Pr53	F5_Pr58
	F5_Pr4	F5_Pr9	F5_Pr14	F5_Pr19	F5_Pr24	F5_Pr29	F5_Pr34	F5_Pr39	F5_Pr44	F5_Pr49	F5_Pr54	F5_Pr59
	F5_Pr5	F5_Pr10	F5_Pr15	F5_Pr20	F5_Pr25	F5_Pr30	F5_Pr35	F5_Pr40	F5_Pr45	F5_Pr50	F5_Pr55	F5_Pr60
F6	F6_Pr1	F6_Pr6	F6_Pr11	F6_Pr16	F6_Pr21	F6_Pr26	F6_Pr31	F6_Pr36	F6_Pr41	F6_Pr46	F6_Pr51	F6_Pr56
	F6_Pr2	F6_Pr7	F6_Pr12	F6_Pr17	F6_Pr22	F6_Pr27	F6_Pr32	F6_Pr37	F6_Pr42	F6_Pr47	F6_Pr52	F6_Pr57
	F6_Pr3	F6_Pr8	F6_Pr13	F6_Pr18	F6_Pr23	F6_Pr28	F6_Pr33	F6_Pr38	F6_Pr43	F6_Pr48	F6_Pr53	F6_Pr58
	F6_Pr4	F6_Pr9	F6_Pr14	F6_Pr19	F6_Pr24	F6_Pr29	F6_Pr34	F6_Pr39	F6_Pr44	F6_Pr49	F6_Pr54	F6_Pr59
	F6_Pr5	F6_Pr10	F6_Pr15	F6_Pr20	F6_Pr25	F6_Pr30	F6_Pr35	F6_Pr40	F6_Pr45	F6_Pr50	F6_Pr55	F6_Pr60
F7	F7_Pr1	F7_Pr6	F7_Pr11	F7_Pr16	F7_Pr21	F7_Pr26	F7_Pr31	F7_Pr36	F7_Pr41	F7_Pr46	F7_Pr51	F7_Pr56
	F7_Pr2	F7_Pr7	F7_Pr12	F7_Pr17	F7_Pr22	F7_Pr27	F7_Pr32	F7_Pr37	F7_Pr42	F7_Pr47	F7_Pr52	F7_Pr57
	F7_Pr3	F7_Pr8	F7_Pr13	F7_Pr18	F7_Pr23	F7_Pr28	F7_Pr33	F7_Pr38	F7_Pr43	F7_Pr48	F7_Pr53	F7_Pr58
	F7_Pr4	F7_Pr9	F7_Pr14	F7_Pr19	F7_Pr24	F7_Pr29	F7_Pr34	F7_Pr39	F7_Pr44	F7_Pr49	F7_Pr54	F7_Pr59
	F7_Pr5	F7_Pr10	F7_Pr15	F7_Pr20	F7_Pr25	F7_Pr30	F7_Pr35	F7_Pr40	F7_Pr45	F7_Pr50	F7_Pr55	F7_Pr60
F8	F8_Pr1	F8_Pr6	F8_Pr11	F8_Pr16	F8_Pr21	F8_Pr26	F8_Pr31	F8_Pr36	F8_Pr41	F8_Pr46	F8_Pr51	
	F8_Pr2	F8_Pr7	F8_Pr12	F8_Pr17	F8_Pr22	F8_Pr27	F8_Pr32	F8_Pr37	F8_Pr42	F8_Pr47	F8_Pr52	
	F8_Pr3	F8_Pr8	F8_Pr13	F8_Pr18	F8_Pr23	F8_Pr28	F8_Pr33	F8_Pr38	F8_Pr43	F8_Pr48		
	F8_Pr4	F8_Pr9	F8_Pr14	F8_Pr19	F8_Pr24	F8_Pr29	F8_Pr34	F8_Pr39	F8_Pr44	F8_Pr49		
	F8_Pr5	F8_Pr10	F8_Pr15	F8_Pr20	F8_Pr25	F8_Pr30	F8_Pr35	F8_Pr40	F8_Pr45	F8_Pr50		
F9	F9_Pr1	F9_Pr3	F9_Pr5	F9_Pr7	F9_Pr9	F9_Pr11	F9_Pr13	F9_Pr15	F9_Pr17	F9_Pr19	F9_Pr21	F9_Pr23
	F9_Pr2	F9_Pr4	F9_Pr6	F9_Pr8	F9_Pr10	F9_Pr12	F9_Pr14	F9_Pr16	F9_Pr18	F9_Pr20	F9_Pr22	F9_Pr24

Πίνακας Α.10: Προϊόντα που μπορούν να παραχθούν στην γραμμή παραγωγής m1.

Προϊόντα											
F1_Pr1	F1_Pr23	F2_Pr13	F3_Pr3	F3_Pr25	F4_Pr11	F4_Pr33	F5_Pr19	F5_Pr19	F7_Pr27	F8_Pr17	F8_Pr39
F1_Pr2	F1_Pr24	F2_Pr14	F3_Pr4	F3_Pr26	F4_Pr12	F4_Pr34	F5_Pr20	F5_Pr20	F7_Pr28	F8_Pr18	F8_Pr40
F1_Pr3	F1_Pr25	F2_Pr15	F3_Pr5	F3_Pr27	F4_Pr13	F4_Pr35	F5_Pr21	F5_Pr21	F7_Pr29	F8_Pr19	F8_Pr41
F1_Pr4	F1_Pr26	F2_Pr16	F3_Pr6	F3_Pr28	F4_Pr14	F4_Pr36	F5_Pr22	F5_Pr22	F7_Pr30	F8_Pr20	F8_Pr42
F1_Pr5	F1_Pr27	F2_Pr17	F3_Pr7	F3_Pr29	F4_Pr15	F5_Pr1	F5_Pr23	F5_Pr23	F7_Pr31	F8_Pr21	F8_Pr43
F1_Pr6	F1_Pr28	F2_Pr18	F3_Pr8	F3_Pr30	F4_Pr16	F5_Pr2	F5_Pr24	F5_Pr24	F7_Pr32	F8_Pr22	F8_Pr44
F1_Pr7	F1_Pr29	F2_Pr19	F3_Pr9	F3_Pr31	F4_Pr17	F5_Pr3	F5_Pr25	F5_Pr25	F8_Pr1	F8_Pr23	F8_Pr45
F1_Pr8	F1_Pr30	F2_Pr20	F3_Pr10	F3_Pr32	F4_Pr18	F5_Pr4	F5_Pr26	F5_Pr26	F8_Pr2	F8_Pr24	F8_Pr46
F1_Pr9	F1_Pr31	F2_Pr21	F3_Pr11	F3_Pr33	F4_Pr19	F5_Pr5	F5_Pr27	F5_Pr27	F8_Pr3	F8_Pr25	F8_Pr47
F1_Pr10	F1_Pr32	F2_Pr22	F3_Pr12	F3_Pr34	F4_Pr20	F5_Pr6	F5_Pr28	F5_Pr28	F8_Pr4	F8_Pr26	F8_Pr48
F1_Pr11	F2_Pr1	F2_Pr23	F3_Pr13	F3_Pr35	F4_Pr21	F5_Pr7	F5_Pr29	F5_Pr29	F8_Pr5	F8_Pr27	F8_Pr49
F1_Pr12	F2_Pr2	F2_Pr24	F3_Pr14	F3_Pr36	F4_Pr22	F5_Pr8	F5_Pr30	F5_Pr30	F8_Pr6	F8_Pr28	F8_Pr50
F1_Pr13	F2_Pr3	F2_Pr25	F3_Pr15	F4_Pr1	F4_Pr23	F5_Pr9	F5_Pr31	F5_Pr31	F8_Pr7	F8_Pr29	F8_Pr51
F1_Pr14	F2_Pr4	F2_Pr26	F3_Pr16	F4_Pr2	F4_Pr24	F5_Pr10	F5_Pr32	F5_Pr32	F8_Pr8	F8_Pr30	F8_Pr52
F1_Pr15	F2_Pr5	F2_Pr27	F3_Pr17	F4_Pr3	F4_Pr25	F5_Pr11	F5_Pr33	F5_Pr33	F8_Pr9	F8_Pr31	
F1_Pr16	F2_Pr6	F2_Pr28	F3_Pr18	F4_Pr4	F4_Pr26	F5_Pr12	F5_Pr34	F5_Pr34	F8_Pr10	F8_Pr32	
F1_Pr17	F2_Pr7	F2_Pr29	F3_Pr19	F4_Pr5	F4_Pr27	F5_Pr13	F5_Pr35	F5_Pr35	F8_Pr11	F8_Pr33	
F1_Pr18	F2_Pr8	F2_Pr30	F3_Pr20	F4_Pr6	F4_Pr28	F5_Pr14	F5_Pr36	F5_Pr36	F8_Pr12	F8_Pr34	
F1_Pr19	F2_Pr9	F2_Pr31	F3_Pr21	F4_Pr7	F4_Pr29	F5_Pr15	F7_Pr1	F7_Pr1	F8_Pr13	F8_Pr35	
F1_Pr20	F2_Pr10	F2_Pr32	F3_Pr22	F4_Pr8	F4_Pr30	F5_Pr16	F7_Pr2	F7_Pr2	F8_Pr14	F8_Pr36	
F1_Pr21	F2_Pr11	F3_Pr1	F3_Pr23	F4_Pr9	F4_Pr31	F5_Pr17	F7_Pr3	F7_Pr3	F8_Pr15	F8_Pr37	
F1_Pr22	F2_Pr12	F3_Pr2	F3_Pr24	F4_Pr10	F4_Pr32	F5_Pr18	F7_Pr4	F7_Pr4	F8_Pr16	F8_Pr38	

Πίνακας Α.11: Προϊόντα που μπορούν να παραχθούν στην γραμμή παραγωγής m2.

Προϊόντα											
F1_Pr1	F1_Pr18	F2_Pr3	F2_Pr20	F3_Pr5	F3_Pr22	F4_Pr3	F4_Pr20	F5_Pr1	F5_Pr18	F5_Pr35	F7_Pr16
F1_Pr2	F1_Pr19	F2_Pr4	F2_Pr21	F3_Pr6	F3_Pr23	F4_Pr4	F4_Pr21	F5_Pr2	F5_Pr19	F5_Pr36	F7_Pr17
F1_Pr3	F1_Pr20	F2_Pr5	F2_Pr22	F3_Pr7	F3_Pr24	F4_Pr5	F4_Pr22	F5_Pr3	F5_Pr20	F7_Pr1	F7_Pr18
F1_Pr4	F1_Pr21	F2_Pr6	F2_Pr23	F3_Pr8	F3_Pr25	F4_Pr6	F4_Pr23	F5_Pr4	F5_Pr21	F7_Pr2	F7_Pr19
F1_Pr5	F1_Pr22	F2_Pr7	F2_Pr24	F3_Pr9	F3_Pr26	F4_Pr7	F4_Pr24	F5_Pr5	F5_Pr22	F7_Pr3	F7_Pr20
F1_Pr6	F1_Pr23	F2_Pr8	F2_Pr25	F3_Pr10	F3_Pr27	F4_Pr8	F4_Pr25	F5_Pr6	F5_Pr23	F7_Pr4	F7_Pr21
F1_Pr7	F1_Pr24	F2_Pr9	F2_Pr26	F3_Pr11	F3_Pr28	F4_Pr9	F4_Pr26	F5_Pr7	F5_Pr24	F7_Pr5	F7_Pr22
F1_Pr8	F1_Pr25	F2_Pr10	F2_Pr27	F3_Pr12	F3_Pr29	F4_Pr10	F4_Pr27	F5_Pr8	F5_Pr25	F7_Pr6	F7_Pr23
F1_Pr9	F1_Pr26	F2_Pr11	F2_Pr28	F3_Pr13	F3_Pr30	F4_Pr11	F4_Pr28	F5_Pr9	F5_Pr26	F7_Pr7	F7_Pr24
F1_Pr10	F1_Pr27	F2_Pr12	F2_Pr29	F3_Pr14	F3_Pr31	F4_Pr12	F4_Pr29	F5_Pr10	F5_Pr27	F7_Pr8	F7_Pr25
F1_Pr11	F1_Pr28	F2_Pr13	F2_Pr30	F3_Pr15	F3_Pr32	F4_Pr13	F4_Pr30	F5_Pr11	F5_Pr28	F7_Pr9	F7_Pr26
F1_Pr12	F1_Pr29	F2_Pr14	F2_Pr31	F3_Pr16	F3_Pr33	F4_Pr14	F4_Pr31	F5_Pr12	F5_Pr29	F7_Pr10	F7_Pr27
F1_Pr13	F1_Pr30	F2_Pr15	F2_Pr32	F3_Pr17	F3_Pr34	F4_Pr15	F4_Pr32	F5_Pr13	F5_Pr30	F7_Pr11	F7_Pr28
F1_Pr14	F1_Pr31	F2_Pr16	F3_Pr1	F3_Pr18	F3_Pr35	F4_Pr16	F4_Pr33	F5_Pr14	F5_Pr31	F7_Pr12	F7_Pr29
F1_Pr15	F1_Pr32	F2_Pr17	F3_Pr2	F3_Pr19	F3_Pr36	F4_Pr17	F4_Pr34	F5_Pr15	F5_Pr32	F7_Pr13	F7_Pr30
F1_Pr16	F2_Pr1	F2_Pr18	F3_Pr3	F3_Pr20	F4_Pr1	F4_Pr18	F4_Pr35	F5_Pr16	F5_Pr33	F7_Pr14	F7_Pr31
F1_Pr17	F2_Pr2	F2_Pr19	F3_Pr4	F3_Pr21	F4_Pr2	F4_Pr19	F4_Pr36	F5_Pr17	F5_Pr34	F7_Pr15	F7_Pr32

Πίνακας Α.12: Προϊόντα που μπορούν να παραχθούν στην γραμμή παραγωγής m3.

Προϊόντα											
F1_Pr1	F1_Pr26	F1_Pr51	F2_Pr16	F2_Pr41	F3_Pr12	F4_Pr3	F4_Pr52	F5_Pr21	F5_Pr46	F7_Pr11	F7_Pr36
F1_Pr2	F1_Pr27	F1_Pr52	F2_Pr17	F2_Pr42	F3_Pr15	F4_Pr4	F4_Pr55	F5_Pr22	F5_Pr47	F7_Pr12	F7_Pr37
F1_Pr3	F1_Pr28	F1_Pr53	F2_Pr18	F2_Pr43	F3_Pr16	F4_Pr7	F4_Pr56	F5_Pr23	F5_Pr48	F7_Pr13	F7_Pr38
F1_Pr4	F1_Pr29	F1_Pr54	F2_Pr19	F2_Pr44	F3_Pr19	F4_Pr8	F4_Pr59	F5_Pr24	F5_Pr49	F7_Pr14	F7_Pr39
F1_Pr5	F1_Pr30	F1_Pr55	F2_Pr20	F2_Pr45	F3_Pr20	F4_Pr11	F4_Pr60	F5_Pr25	F5_Pr50	F7_Pr15	F7_Pr40
F1_Pr6	F1_Pr31	F1_Pr56	F2_Pr21	F2_Pr46	F3_Pr23	F4_Pr12	F5_Pr1	F5_Pr26	F5_Pr51	F7_Pr16	F7_Pr41
F1_Pr7	F1_Pr32	F1_Pr57	F2_Pr22	F2_Pr47	F3_Pr24	F4_Pr15	F5_Pr2	F5_Pr27	F5_Pr52	F7_Pr17	F7_Pr42
F1_Pr8	F1_Pr33	F1_Pr58	F2_Pr23	F2_Pr48	F3_Pr27	F4_Pr16	F5_Pr3	F5_Pr28	F5_Pr53	F7_Pr18	F7_Pr43
F1_Pr9	F1_Pr34	F1_Pr59	F2_Pr24	F2_Pr49	F3_Pr28	F4_Pr19	F5_Pr4	F5_Pr29	F5_Pr54	F7_Pr19	F7_Pr44
F1_Pr10	F1_Pr35	F1_Pr60	F2_Pr25	F2_Pr50	F3_Pr31	F4_Pr20	F5_Pr5	F5_Pr30	F5_Pr55	F7_Pr20	F7_Pr45
F1_Pr11	F1_Pr36	F2_Pr1	F2_Pr26	F2_Pr51	F3_Pr32	F4_Pr23	F5_Pr6	F5_Pr31	F5_Pr56	F7_Pr21	F7_Pr46
F1_Pr12	F1_Pr37	F2_Pr2	F2_Pr27	F2_Pr52	F3_Pr35	F4_Pr24	F5_Pr7	F5_Pr32	F5_Pr57	F7_Pr22	F7_Pr47
F1_Pr13	F1_Pr38	F2_Pr3	F2_Pr28	F2_Pr53	F3_Pr36	F4_Pr27	F5_Pr8	F5_Pr33	F5_Pr58	F7_Pr23	F7_Pr48
F1_Pr14	F1_Pr39	F2_Pr4	F2_Pr29	F2_Pr54	F3_Pr39	F4_Pr28	F5_Pr9	F5_Pr34	F5_Pr59	F7_Pr24	F7_Pr49
F1_Pr15	F1_Pr40	F2_Pr5	F2_Pr30	F2_Pr55	F3_Pr40	F4_Pr31	F5_Pr10	F5_Pr35	F5_Pr60	F7_Pr25	F7_Pr50
F1_Pr16	F1_Pr41	F2_Pr6	F2_Pr31	F2_Pr56	F3_Pr43	F4_Pr32	F5_Pr11	F5_Pr36	F7_Pr1	F7_Pr26	F7_Pr51
F1_Pr17	F1_Pr42	F2_Pr7	F2_Pr32	F2_Pr57	F3_Pr44	F4_Pr35	F5_Pr12	F5_Pr37	F7_Pr2	F7_Pr27	F7_Pr52
F1_Pr18	F1_Pr43	F2_Pr8	F2_Pr33	F2_Pr58	F3_Pr47	F4_Pr36	F5_Pr13	F5_Pr38	F7_Pr3	F7_Pr28	F7_Pr53
F1_Pr19	F1_Pr44	F2_Pr9	F2_Pr34	F2_Pr59	F3_Pr48	F4_Pr39	F5_Pr14	F5_Pr39	F7_Pr4	F7_Pr29	F7_Pr54
F1_Pr20	F1_Pr45	F2_Pr10	F2_Pr35	F2_Pr60	F3_Pr51	F4_Pr40	F5_Pr15	F5_Pr40	F7_Pr5	F7_Pr30	F7_Pr55
F1_Pr21	F1_Pr46	F2_Pr11	F2_Pr36	F3_Pr3	F3_Pr52	F4_Pr43	F5_Pr16	F5_Pr41	F7_Pr6	F7_Pr31	F7_Pr56
F1_Pr22	F1_Pr47	F2_Pr12	F2_Pr37	F3_Pr4	F3_Pr55	F4_Pr44	F5_Pr17	F5_Pr42	F7_Pr7	F7_Pr32	F7_Pr57
F1_Pr23	F1_Pr48	F2_Pr13	F2_Pr38	F3_Pr7	F3_Pr56	F4_Pr47	F5_Pr18	F5_Pr43	F7_Pr8	F7_Pr33	F7_Pr58
F1_Pr24	F1_Pr49	F2_Pr14	F2_Pr39	F3_Pr8	F3_Pr59	F4_Pr48	F5_Pr19	F5_Pr44	F7_Pr9	F7_Pr34	F7_Pr59
F1_Pr25	F1_Pr50	F2_Pr15	F2_Pr40	F3_Pr11	F3_Pr60	F4_Pr51	F5_Pr20	F5_Pr45	F7_Pr10	F7_Pr35	F7_Pr60

Πίνακας Α.13: Προϊόντα που μπορούν να παραχθούν στην γραμμή παραγωγής m4.

Προϊόντα											
F1_Pr1	F1_Pr36	F2_Pr11	F2_Pr46	F3_Pr21	F3_Pr56	F4_Pr31	F5_Pr6	F5_Pr41	F6_Pr16	F6_Pr51	F7_Pr26
F1_Pr2	F1_Pr37	F2_Pr12	F2_Pr47	F3_Pr22	F3_Pr57	F4_Pr32	F5_Pr7	F5_Pr42	F6_Pr17	F6_Pr52	F7_Pr27
F1_Pr3	F1_Pr38	F2_Pr13	F2_Pr48	F3_Pr23	F3_Pr58	F4_Pr33	F5_Pr8	F5_Pr43	F6_Pr18	F6_Pr53	F7_Pr28
F1_Pr4	F1_Pr39	F2_Pr14	F2_Pr49	F3_Pr24	F3_Pr59	F4_Pr34	F5_Pr9	F5_Pr44	F6_Pr19	F6_Pr54	F7_Pr29
F1_Pr5	F1_Pr40	F2_Pr15	F2_Pr50	F3_Pr25	F3_Pr60	F4_Pr35	F5_Pr10	F5_Pr45	F6_Pr20	F6_Pr55	F7_Pr30
F1_Pr6	F1_Pr41	F2_Pr16	F2_Pr51	F3_Pr26	F4_Pr1	F4_Pr36	F5_Pr11	F5_Pr46	F6_Pr21	F6_Pr56	F7_Pr31
F1_Pr7	F1_Pr42	F2_Pr17	F2_Pr52	F3_Pr27	F4_Pr2	F4_Pr37	F5_Pr12	F5_Pr47	F6_Pr22	F6_Pr57	F7_Pr32
F1_Pr8	F1_Pr43	F2_Pr18	F2_Pr53	F3_Pr28	F4_Pr3	F4_Pr38	F5_Pr13	F5_Pr48	F6_Pr23	F6_Pr58	F7_Pr33
F1_Pr9	F1_Pr44	F2_Pr19	F2_Pr54	F3_Pr29	F4_Pr4	F4_Pr39	F5_Pr14	F5_Pr49	F6_Pr24	F6_Pr59	F7_Pr34
F1_Pr10	F1_Pr45	F2_Pr20	F2_Pr55	F3_Pr30	F4_Pr5	F4_Pr40	F5_Pr15	F5_Pr50	F6_Pr25	F6_Pr60	F7_Pr35
F1_Pr11	F1_Pr46	F2_Pr21	F2_Pr56	F3_Pr31	F4_Pr6	F4_Pr41	F5_Pr16	F5_Pr51	F6_Pr26	F7_Pr1	F7_Pr36
F1_Pr12	F1_Pr47	F2_Pr22	F2_Pr57	F3_Pr32	F4_Pr7	F4_Pr42	F5_Pr17	F5_Pr52	F6_Pr27	F7_Pr2	F7_Pr37
F1_Pr13	F1_Pr48	F2_Pr23	F2_Pr58	F3_Pr33	F4_Pr8	F4_Pr43	F5_Pr18	F5_Pr53	F6_Pr28	F7_Pr3	F7_Pr38
F1_Pr14	F1_Pr49	F2_Pr24	F2_Pr59	F3_Pr34	F4_Pr9	F4_Pr44	F5_Pr19	F5_Pr54	F6_Pr29	F7_Pr4	F7_Pr39
F1_Pr15	F1_Pr50	F2_Pr25	F2_Pr60	F3_Pr35	F4_Pr10	F4_Pr45	F5_Pr20	F5_Pr55	F6_Pr30	F7_Pr5	F7_Pr40
F1_Pr16	F1_Pr51	F2_Pr26	F3_Pr1	F3_Pr36	F4_Pr11	F4_Pr46	F5_Pr21	F5_Pr56	F6_Pr31	F7_Pr6	F7_Pr41
F1_Pr17	F1_Pr52	F2_Pr27	F3_Pr2	F3_Pr37	F4_Pr12	F4_Pr47	F5_Pr22	F5_Pr57	F6_Pr32	F7_Pr7	F7_Pr42
F1_Pr24	F1_Pr59	F2_Pr34	F3_Pr9	F3_Pr44	F4_Pr19	F4_Pr54	F5_Pr29	F6_Pr4	F6_Pr39	F7_Pr14	F7_Pr49
F1_Pr25	F1_Pr60	F2_Pr35	F3_Pr10	F3_Pr45	F4_Pr20	F4_Pr55	F5_Pr30	F6_Pr5	F6_Pr40	F7_Pr15	F7_Pr50
F1_Pr26	F2_Pr1	F2_Pr36	F3_Pr11	F3_Pr46	F4_Pr21	F4_Pr56	F5_Pr31	F6_Pr6	F6_Pr41	F7_Pr16	F7_Pr51
F1_Pr27	F2_Pr2	F2_Pr37	F3_Pr12	F3_Pr47	F4_Pr22	F4_Pr57	F5_Pr32	F6_Pr7	F6_Pr42	F7_Pr17	F7_Pr52
F1_Pr28	F2_Pr3	F2_Pr38	F3_Pr13	F3_Pr48	F4_Pr23	F4_Pr58	F5_Pr33	F6_Pr8	F6_Pr43	F7_Pr18	F7_Pr53

Πίνακας Α.13 (συνέχεια)

Προϊόντα											
F1_Pr29	F2_Pr4	F2_Pr39	F3_Pr14	F3_Pr49	F4_Pr24	F4_Pr59	F5_Pr34	F6_Pr9	F6_Pr44	F7_Pr19	F7_Pr54
F1_Pr30	F2_Pr5	F2_Pr40	F3_Pr15	F3_Pr50	F4_Pr25	F4_Pr60	F5_Pr35	F6_Pr10	F6_Pr45	F7_Pr20	F7_Pr55
F1_Pr31	F2_Pr6	F2_Pr41	F3_Pr16	F3_Pr51	F4_Pr26	F5_Pr1	F5_Pr36	F6_Pr11	F6_Pr46	F7_Pr21	F7_Pr56
F1_Pr32	F2_Pr7	F2_Pr42	F3_Pr17	F3_Pr52	F4_Pr27	F5_Pr2	F5_Pr37	F6_Pr12	F6_Pr47	F7_Pr22	F7_Pr57
F1_Pr33	F2_Pr8	F2_Pr43	F3_Pr18	F3_Pr53	F4_Pr28	F5_Pr3	F5_Pr38	F6_Pr13	F6_Pr48	F7_Pr23	F7_Pr58
F1_Pr34	F2_Pr9	F2_Pr44	F3_Pr19	F3_Pr54	F4_Pr29	F5_Pr4	F5_Pr39	F6_Pr14	F6_Pr49	F7_Pr24	F7_Pr59
F1_Pr35	F2_Pr10	F2_Pr45	F3_Pr20	F3_Pr55	F4_Pr30	F5_Pr5	F5_Pr40	F6_Pr15	F6_Pr50	F7_Pr25	F7_Pr60

Πίνακας Α.14: Προϊόντα που μπορούν να παραχθούν στην γραμμή παραγωγής m5.

Προϊόντα											
F1_Pr1	F1_Pr30	F2_Pr15	F2_Pr44	F3_Pr29	F4_Pr14	F4_Pr43	F5_Pr28	F6_Pr13	F6_Pr42	F7_Pr27	F8_Pr24
F1_Pr2	F1_Pr31	F2_Pr16	F3_Pr1	F3_Pr30	F4_Pr15	F4_Pr44	F5_Pr29	F6_Pr14	F6_Pr43	F7_Pr28	F8_Pr25
F1_Pr3	F1_Pr32	F2_Pr17	F3_Pr2	F3_Pr31	F4_Pr16	F5_Pr1	F5_Pr30	F6_Pr15	F6_Pr44	F7_Pr29	F8_Pr26
F1_Pr4	F1_Pr33	F2_Pr18	F3_Pr3	F3_Pr32	F4_Pr17	F5_Pr2	F5_Pr31	F6_Pr16	F7_Pr1	F7_Pr30	F8_Pr27
F1_Pr5	F1_Pr34	F2_Pr19	F3_Pr4	F3_Pr33	F4_Pr18	F5_Pr3	F5_Pr32	F6_Pr17	F7_Pr2	F7_Pr31	F8_Pr28
F1_Pr6	F1_Pr35	F2_Pr20	F3_Pr5	F3_Pr34	F4_Pr19	F5_Pr4	F5_Pr33	F6_Pr18	F7_Pr3	F7_Pr32	F8_Pr29
F1_Pr7	F1_Pr36	F2_Pr21	F3_Pr6	F3_Pr35	F4_Pr20	F5_Pr5	F5_Pr34	F6_Pr19	F7_Pr4	F7_Pr33	F8_Pr30
F1_Pr8	F1_Pr37	F2_Pr22	F3_Pr7	F3_Pr36	F4_Pr21	F5_Pr6	F5_Pr35	F6_Pr20	F7_Pr5	F7_Pr34	F8_Pr31
F1_Pr9	F1_Pr38	F2_Pr23	F3_Pr8	F3_Pr37	F4_Pr22	F5_Pr7	F5_Pr36	F6_Pr21	F7_Pr6	F7_Pr35	F8_Pr32

Πίνακας Α.14 (συνέχεια)

F1_Pr10	**F1_Pr39**	**F2_Pr24**	**F3_Pr9**	**F3_Pr38**	**F4_Pr23**	**F5_Pr8**	**F5_Pr37**	**F6_Pr22**	**F7_Pr7**	**F7_Pr36**	**F8_Pr33**
F1_Pr11	F1_Pr40	F2_Pr25	F3_Pr10	F3_Pr39	F4_Pr24	F5_Pr9	F5_Pr38	F6_Pr23	F7_Pr8	F7_Pr37	F8_Pr34
F1_Pr12	F1_Pr41	F2_Pr26	F3_Pr11	F3_Pr40	F4_Pr25	F5_Pr10	F5_Pr39	F6_Pr24	F7_Pr9	F7_Pr38	F8_Pr35
F1_Pr13	F1_Pr42	F2_Pr27	F3_Pr12	F3_Pr41	F4_Pr26	F5_Pr11	F5_Pr40	F6_Pr25	F7_Pr10	F7_Pr39	F8_Pr36
F1_Pr14	F1_Pr43	F2_Pr28	F3_Pr13	F3_Pr42	F4_Pr27	F5_Pr12	F5_Pr41	F6_Pr26	F7_Pr11	F7_Pr40	F8_Pr37
F1_Pr15	F1_Pr44	F2_Pr29	F3_Pr14	F3_Pr43	F4_Pr28	F5_Pr13	F5_Pr42	F6_Pr27	F7_Pr12	F7_Pr41	F8_Pr38
F1_Pr16	F2_Pr1	F2_Pr30	F3_Pr15	F3_Pr44	F4_Pr29	F5_Pr14	F5_Pr43	F6_Pr28	F7_Pr13	F7_Pr42	F8_Pr39
F1_Pr17	F2_Pr2	F2_Pr31	F3_Pr16	F4_Pr1	F4_Pr30	F5_Pr15	F5_Pr44	F6_Pr29	F7_Pr14	F7_Pr43	F8_Pr40
F1_Pr18	F2_Pr3	F2_Pr32	F3_Pr17	F4_Pr2	F4_Pr31	F5_Pr16	F6_Pr1	F6_Pr30	F7_Pr15	F7_Pr44	F8_Pr41
F1_Pr19	F2_Pr4	F2_Pr33	F3_Pr18	F4_Pr3	F4_Pr32	F5_Pr17	F6_Pr2	F6_Pr31	F7_Pr16	F8_Pr13	F8_Pr42
F1_Pr20	F2_Pr5	F2_Pr34	F3_Pr19	F4_Pr4	F4_Pr33	F5_Pr18	F6_Pr3	F6_Pr32	F7_Pr17	F8_Pr14	F8_Pr43
F1_Pr21	F2_Pr6	F2_Pr35	F3_Pr20	F4_Pr5	F4_Pr34	F5_Pr19	F6_Pr4	F6_Pr33	F7_Pr18	F8_Pr15	F8_Pr44
F1_Pr22	F2_Pr7	F2_Pr36	F3_Pr21	F4_Pr6	F4_Pr35	F5_Pr20	F6_Pr5	F6_Pr34	F7_Pr19	F8_Pr16	F8_Pr45
F1_Pr23	F2_Pr8	F2_Pr37	F3_Pr22	F4_Pr7	F4_Pr36	F5_Pr21	F6_Pr6	F6_Pr35	F7_Pr20	F8_Pr17	F8_Pr46
F1_Pr24	F2_Pr9	F2_Pr38	F3_Pr23	F4_Pr8	F4_Pr37	F5_Pr22	F6_Pr7	F6_Pr36	F7_Pr21	F8_Pr18	F8_Pr47
F1_Pr25	F2_Pr10	F2_Pr39	F3_Pr24	F4_Pr9	F4_Pr38	F5_Pr23	F6_Pr8	F6_Pr37	F7_Pr22	F8_Pr19	F8_Pr48
F1_Pr26	F2_Pr11	F2_Pr40	F3_Pr25	F4_Pr10	F4_Pr39	F5_Pr24	F6_Pr9	F6_Pr38	F7_Pr23	F8_Pr20	F8_Pr49
F1_Pr27	F2_Pr12	F2_Pr41	F3_Pr26	F4_Pr11	F4_Pr40	F5_Pr25	F6_Pr10	F6_Pr39	F7_Pr24	F8_Pr21	F8_Pr50
F1_Pr28	F2_Pr13	F2_Pr42	F3_Pr27	F4_Pr12	F4_Pr41	F5_Pr26	F6_Pr11	F6_Pr40	F7_Pr25	F8_Pr22	F8_Pr51
F1_Pr29	F2_Pr14	F2_Pr43	F3_Pr28	F4_Pr13	F4_Pr42	F5_Pr27	F6_Pr12	F6_Pr41	F7_Pr26	F8_Pr23	F8_Pr52

Πίνακας Α.15: Προϊόντα που μπορούν να παραχθούν στην γραμμή παραγωγής m6.

Προϊόντα											
F1_Pr1	F1_Pr24	F2_Pr19	F3_Pr14	F4_Pr9	F5_Pr4	F5_Pr27	F6_Pr22	F7_Pr17	F8_Pr12	F8_Pr35	F9_Pr6
F1_Pr2	F1_Pr25	F2_Pr20	F3_Pr15	F4_Pr10	F5_Pr5	F5_Pr28	F6_Pr23	F7_Pr18	F8_Pr13	F8_Pr36	F9_Pr7
F1_Pr3	F1_Pr26	F2_Pr21	F3_Pr16	F4_Pr11	F5_Pr6	F6_Pr1	F6_Pr24	F7_Pr19	F8_Pr14	F8_Pr37	F9_Pr8
F1_Pr4	F1_Pr27	F2_Pr22	F3_Pr17	F4_Pr12	F5_Pr7	F6_Pr2	F6_Pr25	F7_Pr20	F8_Pr15	F8_Pr38	F9_Pr9
F1_Pr5	F1_Pr28	F2_Pr23	F3_Pr18	F4_Pr13	F5_Pr8	F6_Pr3	F6_Pr26	F7_Pr21	F8_Pr16	F8_Pr39	F9_Pr10
F1_Pr6	F2_Pr1	F2_Pr24	F3_Pr19	F4_Pr14	F5_Pr9	F6_Pr4	F6_Pr27	F7_Pr22	F8_Pr17	F8_Pr40	F9_Pr11
F1_Pr7	F2_Pr2	F2_Pr25	F3_Pr20	F4_Pr15	F5_Pr10	F6_Pr5	F6_Pr28	F7_Pr23	F8_Pr18	F8_Pr41	F9_Pr12
F1_Pr8	F2_Pr3	F2_Pr26	F3_Pr21	F4_Pr16	F5_Pr11	F6_Pr6	F7_Pr1	F7_Pr24	F8_Pr19	F8_Pr42	F9_Pr13
F1_Pr9	F2_Pr4	F2_Pr27	F3_Pr22	F4_Pr17	F5_Pr12	F6_Pr7	F7_Pr2	F7_Pr25	F8_Pr20	F8_Pr43	F9_Pr14
F1_Pr10	F2_Pr5	F2_Pr28	F3_Pr23	F4_Pr18	F5_Pr13	F6_Pr8	F7_Pr3	F7_Pr26	F8_Pr21	F8_Pr44	F9_Pr15
F1_Pr11	F2_Pr6	F3_Pr1	F3_Pr24	F4_Pr19	F5_Pr14	F6_Pr9	F7_Pr4	F7_Pr27	F8_Pr22	F8_Pr45	F9_Pr16
F1_Pr12	F2_Pr7	F3_Pr2	F3_Pr25	F4_Pr20	F5_Pr15	F6_Pr10	F7_Pr5	F7_Pr28	F8_Pr23	F8_Pr46	F9_Pr17
F1_Pr13	F2_Pr8	F3_Pr3	F3_Pr26	F4_Pr21	F5_Pr16	F6_Pr11	F7_Pr6	F8_Pr1	F8_Pr24	F8_Pr47	F9_Pr18
F1_Pr14	F2_Pr9	F3_Pr4	F3_Pr27	F4_Pr22	F5_Pr17	F6_Pr12	F7_Pr7	F8_Pr2	F8_Pr25	F8_Pr48	F9_Pr19
F1_Pr15	F2_Pr10	F3_Pr5	F3_Pr28	F4_Pr23	F5_Pr18	F6_Pr13	F7_Pr8	F8_Pr3	F8_Pr26	F8_Pr49	F9_Pr20
F1_Pr16	F2_Pr11	F3_Pr6	F4_Pr1	F4_Pr24	F5_Pr19	F6_Pr14	F7_Pr9	F8_Pr4	F8_Pr27	F8_Pr50	F9_Pr21
F1_Pr17	F2_Pr12	F3_Pr7	F4_Pr2	F4_Pr25	F5_Pr20	F6_Pr15	F7_Pr10	F8_Pr5	F8_Pr28	F8_Pr51	F9_Pr22
F1_Pr18	F2_Pr13	F3_Pr8	F4_Pr3	F4_Pr26	F5_Pr21	F6_Pr16	F7_Pr11	F8_Pr6	F8_Pr29	F8_Pr52	F9_Pr23
F1_Pr19	F2_Pr14	F3_Pr9	F4_Pr4	F4_Pr27	F5_Pr22	F6_Pr17	F7_Pr12	F8_Pr7	F8_Pr30	F9_Pr1	F9_Pr24
F1_Pr20	F2_Pr15	F3_Pr10	F4_Pr5	F4_Pr28	F5_Pr23	F6_Pr18	F7_Pr13	F8_Pr8	F8_Pr31	F9_Pr2	
F1_Pr21	F2_Pr16	F3_Pr11	F4_Pr6	F5_Pr1	F5_Pr24	F6_Pr19	F7_Pr14	F8_Pr9	F8_Pr32	F9_Pr3	
F1_Pr22	F2_Pr17	F3_Pr12	F4_Pr7	F5_Pr2	F5_Pr25	F6_Pr20	F7_Pr15	F8_Pr10	F8_Pr33	F9_Pr4	
F1_Pr23	F2_Pr18	F3_Pr13	F4_Pr8	F5_Pr3	F5_Pr26	F6_Pr21	F7_Pr16	F8_Pr11	F8_Pr34	F9_Pr5	

Πίνακας Α.16: Ζήτηση προϊόντων με καθορισμένες ημερομηνίες παράδοσης, σε κιλά

	Δευτέρα (n1)	**Τρίτη (n2)**	**Τετάρτη (n3)**	**Πέμπτη (n4)**	**Παρασκευή (n5)**	**Σάββατο (n6)**	**Κυριακή (n7)**
F1_Pr13	0	0	0	0	0	0	2800
F1_Pr14	0	0	0	0	0	0	4150
F1_Pr17	0	0	0	0	0	0	5200
F1_Pr25	0	0	0	0	0	0	3800
F1_Pr43	0	0	0	0	0	0	2400
F1_Pr47	0	0	0	0	0	0	3300
F1_Pr52	0	0	0	0	0	0	4600
F1_Pr58	0	0	0	0	0	0	5500
F1_Pr59	0	0	0	0	0	0	3200
F2_Pr3	0	0	0	3100	0	0	0
F2_Pr7	0	0	0	4450	0	0	0
F2_Pr14	0	0	0	1500	0	0	0
F2_Pr17	0	0	0	4200	0	0	0
F2_Pr19	0	0	0	1800	0	0	0
F2_Pr21	0	0	0	2000	0	0	0
F2_Pr25	0	0	0	3500	0	0	0
F2_Pr27	0	0	0	2150	0	0	0
F2_Pr33	0	0	0	3400	0	0	0
F2_Pr39	0	0	0	2770	0	0	0
F2_Pr43	0	0	0	3380	0	0	0
F2_Pr44	0	0	0	0	0	0	4500
F2_Pr46	0	0	0	0	0	0	2700
F2_Pr47	0	0	0	7200	0	0	0
F2_Pr50	0	0	0	3000	0	0	0
F2_Pr51	0	0	0	0	0	0	2350
F2_Pr55	0	0	0	0	0	0	2850
F2_Pr56	0	0	0	3200	0	0	0
F2_Pr59	0	0	0	4100	0	0	0
F3_Pr1	0	0	0	4230	0	0	0
F3_Pr2	0	0	0	0	0	0	4700
F3_Pr5	0	0	0	6200	0	0	0
F3_Pr6	0	0	0	0	0	0	5100
F3_Pr27	0	0	0	0	0	0	4200
F3_Pr29	0	0	0	0	0	0	5500
F4_Pr1	0	0	0	0	0	0	5200
F4_Pr2	0	0	0	3500	0	0	0
F4_Pr3	0	0	0	2800	0	0	0
F4_Pr4	0	0	0	0	0	0	2200
F4_Pr5	0	0	0	0	0	0	6000
F4_Pr6	0	0	0	0	0	0	5000
F4_Pr7	0	0	0	6200	0	0	0
F4_Pr10	0	0	0	0	0	0	1500

Πίνακας Α.16 (συνέχεια)

	Δευτέρα (n1)	**Τρίτη (n2)**	**Τετάρτη (n3)**	**Πέμπτη (n4)**	**Παρασκευή (n5)**	**Σάββατο (n6)**	**Κυριακή (n7)**
F4_Pr12	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**2100**
F4_Pr21	0	0	0	0	0	0	3200
F4_Pr37	0	0	0	0	0	0	2000
F4_Pr38	0	0	0	2800	0	0	0
F5_Pr8	0	0	0	0	0	0	3400
F5_Pr10	0	0	0	14200	0	0	0
F5_Pr11	0	0	0	8100	0	0	0
F5_Pr12	0	0	0	2200	0	0	0
F5_Pr13	0	0	0	5300	0	0	0
F5_Pr14	0	0	0	7200	0	0	0
F5_Pr25	0	0	0	2500	0	0	0
F6_Pr2	0	0	0	2500	0	0	0
F6_Pr5	0	0	0	4200	0	0	0
F6_Pr11	0	0	0	4500	0	0	0
F6_Pr27	0	0	0	6200	0	0	0
F6_Pr44	0	0	0	4500	0	0	0
F6_Pr49	0	0	0	3300	0	0	0
F6_Pr60	0	0	0	8200	0	0	0
F7_Pr2	0	0	0	1500	0	0	0
F7_Pr5	0	0	0	1200	0	0	0
F7_Pr10	0	0	0	2500	0	0	0
F7_Pr27	0	0	0	4500	0	0	0
F7_Pr35	0	0	0	2500	0	0	0
F7_Pr42	0	0	0	1500	0	0	0
F7_Pr43	0	0	0	5200	0	0	0
F7_Pr51	0	0	0	4500	0	0	0
F7_Pr59	0	0	0	4250	0	0	0
F7_Pr60	0	0	0	4500	0	0	0
F8_Pr6	0	0	0	5600	0	0	0
F8_Pr13	0	0	0	2500	0	0	0
F8_Pr15	0	0	0	3400	0	0	0
F8_Pr19	0	0	0	2550	0	0	0
F8_Pr25	0	0	0	1800	0	0	0
F8_Pr30	0	0	0	2150	0	0	0

Παράρτημα Β-Αποτελέσματα

Πίνακας Β.1: Χρόνοι επεξεργασίας προϊόντων της πρώτης εβδομαδιαίας ζήτησης για το μοντέλο μικτής διακριτής/συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα για την πρώτη αντικειμενική συνάρτηση, σε ώρες.

Προϊόν	**Γραμμή παραγωγής**	**Δευτέρα (n1)**	**Τρίτη (n2)**	**Τετάρτη (n3)**	**Πέμπτη (n4)**	**Παρασκευή (n5)**	**Σάββατο (n6)**	**Κυριακή (n7)**
F2_Pr14	**m1**				4.00			4.47
F2_Pr17	**m1**							19.53
F2_Pr19	**m1**				4.00	4.00		
F2_Pr21	**m1**					8.44		
F2_Pr25	**m1**				7.50		4.78	
F2_Pr27	**m1**						11.22	
F2_Pr3	**m1**					6.33	4.00	
F2_Pr7	**m1**					5.22	4.00	
F8_Pr13	**m1**	4.00	5.88	13.67				
F8_Pr15	**m1**	7.33		4.00				
F8_Pr19	**m1**		10.12					
F8_Pr25	**m1**	8.33						
F8_Pr30	**m1**		4.00		4.00			
F8_Pr6	**m1**	4.33	4.00	6.33	4.00			
F3_Pr1	**m2**			19.58				
F3_Pr2	**m2**						19.58	
F3_Pr27	**m2**		24.00	4.42	6.29	24.00		
F3_Pr29	**m2**	24.00						4.29
F3_Pr5	**m2**						4.42	19.50
F3_Pr6	**m2**				17.71			
F1_Pr13	**m3**							4.73
F1_Pr14	**m3**				4.95			7.18
F1_Pr17	**m3**					7.20	4.00	4.00
F1_Pr25	**m3**						8.58	8.09
F1_Pr43	**m3**					5.85		
F1_Pr47	**m3**						7.42	
F1_Pr52	**m3**				4.98	4.63		
F1_Pr58	**m3**						4.00	
F1_Pr59	**m3**					5.85		
F4_Pr3	**m3**					0.47		
F7_Pr10	**m3**	4.00			5.14			
F7_Pr2	**m3**	4.00						
F7_Pr27	**m3**		11.78	4.67				
F7_Pr35	**m3**			9.93				

Πίνακας Β.1 (συνέχεια)

Προϊόν	Γραμμή παραγωγής	Δευτέρα (n1)	Τρίτη (n2)	Τετάρτη (n3)	Πέμπτη (n4)	Παρασκευή (n5)	Σάββατο (n6)	Κυριακή (n7)
F7_Pr42	**m3**			4.00				
F7_Pr43	**m3**	8.23			4.44			
F7_Pr5	**m3**		4.00					
F7_Pr51	**m3**		4.00	5.40				
F7_Pr59	**m3**	7.77						
F7_Pr60	**m3**		4.22		4.00			
F1_Pr13	**m4**	4.64						
F1_Pr58	**m4**	6.05						
F2_Pr33	**m4**			10.85				
F2_Pr39	**m4**		5.89					
F2_Pr43	**m4**			5.15	4.80			
F2_Pr44	**m4**	8.22						
F2_Pr46	**m4**				6.07			
F2_Pr47	**m4**	4.84	8.12					
F2_Pr50	**m4**			4.00	4.00			
F2_Pr51	**m4**			4.00				
F2_Pr55	**m4**				4.44			
F2_Pr56	**m4**				4.68			
F2_Pr59	**m4**		5.99					
F2_Pr7	**m4**		4.00					
F6_Pr11	**m4**							12.18
F6_Pr2	**m4**							7.72
F6_Pr27	**m4**					10.27	6.51	
F6_Pr44	**m4**						6.94	
F6_Pr49	**m4**						6.55	
F6_Pr5	**m4**					5.61		4.11
F6_Pr60	**m4**					7.12	4.00	
F4_Pr1	**m5**					24.00		
F4_Pr10	**m5**		4.74					4.00
F4_Pr12	**m5**						6.77	4.00
F4_Pr2	**m5**							16.00
F4_Pr21	**m5**		5.32	13.39				
F4_Pr3	**m5**						9.90	
F4_Pr37	**m5**				7.94			
F4_Pr38	**m5**	4.00		6.61				
F4_Pr4	**m5**						7.33	
F4_Pr5	**m5**	20.00						

Πίνακας Β.1 (συνέχεια)

Προϊόν	Γραμμή παραγωγής	Δευτέρα (n1)	Τρίτη (n2)	Τετάρτη (n3)	Πέμπτη (n4)	Παρασκευή (n5)	Σάββατο (n6)	Κυριακή (n7)
F4_Pr6	**m5**				16.06			
F4_Pr7	**m5**		13.94	4.00				
F5_Pr10	**m6**	24.00			24.00			
F5_Pr11	**m6**			24.00			6.64	
F5_Pr12	**m6**					5.09		
F5_Pr13	**m6**		20.00					
F5_Pr14	**m6**		4.00			18.91		
F5_Pr25	**m6**						17.36	
F5_Pr8	**m6**							10.49

Πίνακας Β. 2: Χρόνοι επεξεργασίας προϊόντων της πρώτης εβδομαδιαίας ζήτησης για το μοντέλο συνεχούς αναπαράστασης του χρονικού ορίζοντα για την πρώτη αντικειμενική συνάρτηση, σε ώρες.

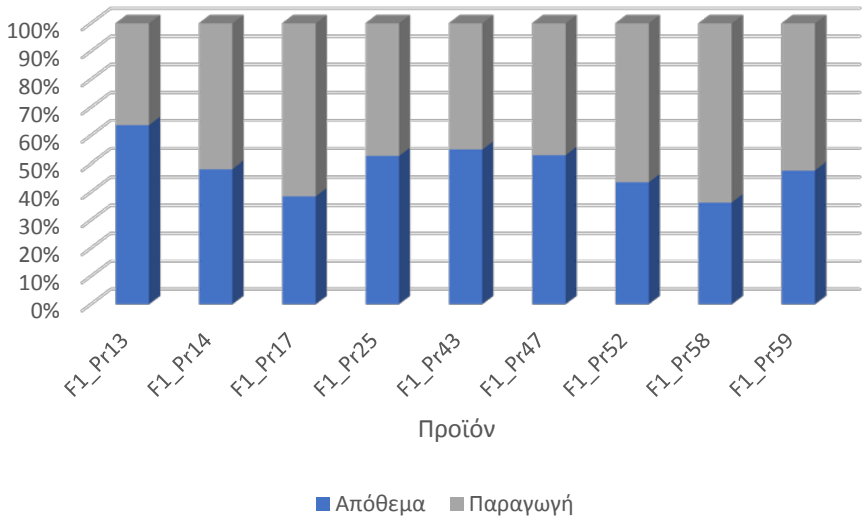
Προϊόν	Γραμμή παραγωγής					
	m1	**m2**	**m3**	**m4**	**m5**	**m6**
F1_Pr13			9.82			
F1_Pr14	4.26		11.26			
F1_Pr17	24.19					
F1_Pr25	13.33					
F1_Pr43			5.85			
F1_Pr47			7.42			
F1_Pr52			9.61			
F1_Pr58			10.05			
F1_Pr59			5.85			
F2_Pr3	10.33					
F2_Pr7	17.12					
F2_Pr14	5.00					
F2_Pr17			12.28			
F2_Pr19			4.39			
F2_Pr21	8.00					
F2_Pr25	12.28					
F2_Pr27	7.17					
F2_Pr33			11.93			
F2_Pr39			7.36			
F2_Pr43			8.24			

Πίνακας Β.2 (συνέχεια)

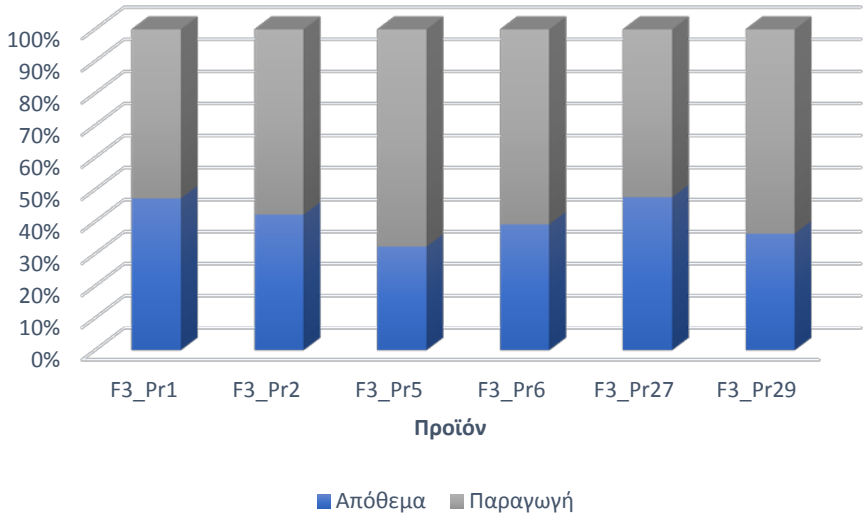
Προϊόν	**Γραμμή παραγωγής**					
	m1	**m2**	**m3**	**m4**	**m5**	**m6**
F2_Pr44			10.96			
F2_Pr46			6.07			
F2_Pr47			16.19			
F2_Pr50			6.27			
F2_Pr51			4.91			
F2_Pr55			5.56			
F2_Pr56			6.24			
F2_Pr59			7.49			
F3_Pr1		58.89				
F3_Pr2		19.58				
F3_Pr5		23.92				
F3_Pr6		17.71				
F3_Pr27		19.61				
F3_Pr29		28.29				
F4_Pr1					30.20	
F4_Pr2					13.26	
F4_Pr3					9.72	
F4_Pr4					7.33	
F4_Pr5					19.84	
F4_Pr6					15.78	
F4_Pr7					17.94	
F4_Pr10					8.74	
F4_Pr12					10.77	
F4_Pr21					15.87	
F4_Pr37					7.94	
F4_Pr38					10.61	
F5_Pr8						55.98
F5_Pr10						43.83
F5_Pr11						21.92
F5_Pr12						5.09
F5_Pr13						14.72
F5_Pr14						17.78
F5_Pr25						8.68
F6_Pr2				7.72		
F6_Pr5				9.72		
F6_Pr11				12.18		
F6_Pr27				16.77		
F6_Pr44				6.94		

Πίνακας Β.2 (συνέχεια)

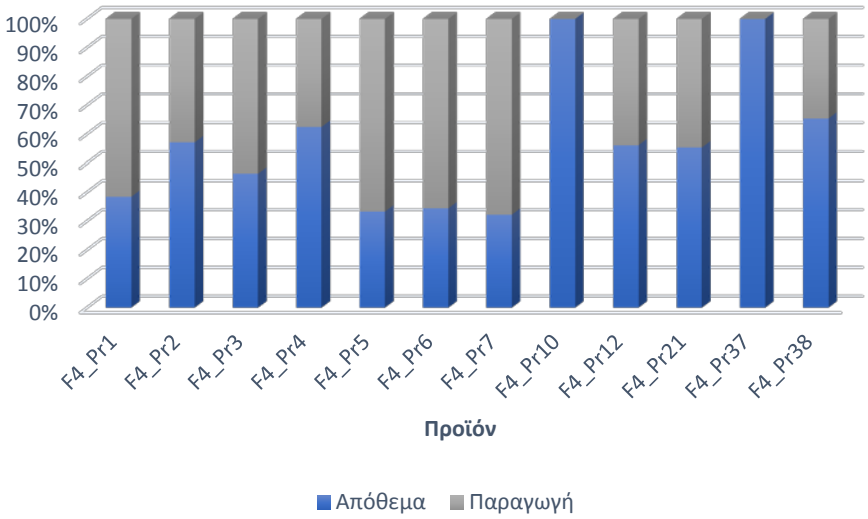
Προϊόν	Γραμμή παραγωγής					
	m1	**m2**	**m3**	**m4**	**m5**	**m6**
F6_Pr49				6.55		
F6_Pr60				9.49		
F7_Pr2				31.45		
F7_Pr5				4.00		
F7_Pr10				9.14		
F7_Pr27				13.16		
F7_Pr35				5.85		
F7_Pr42				4.00		
F7_Pr43				10.14		
F7_Pr51				7.52		
F7_Pr59				6.21		
F7_Pr60				6.17		
F8_Pr6	18.67					
F8_Pr13	11.57					
F8_Pr15	11.33					
F8_Pr19	8.50					
F8_Pr25	8.33					
F8_Pr30	7.17					



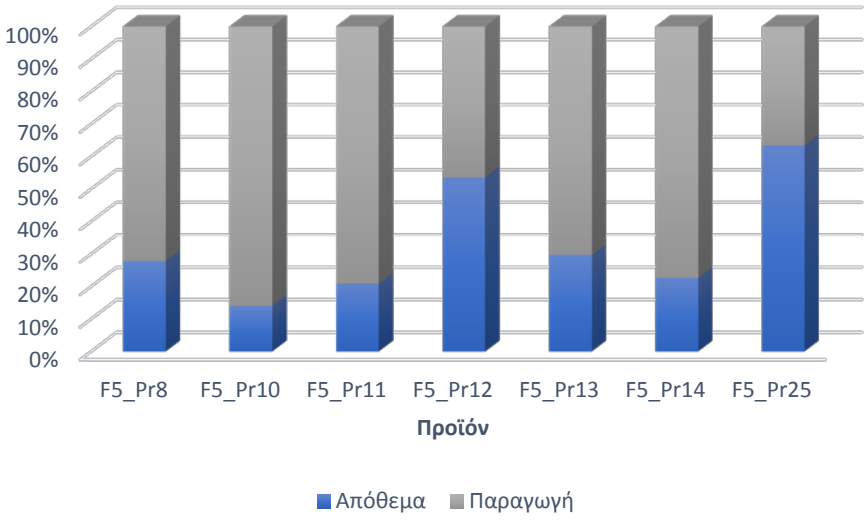
Σχήμα Β.1: Ποσοστό συνεισφοράς προϋπάρχοντος αποθέματος στην κάλυψη της ζήτησης για τα προϊόντα της οικογένειας F1.



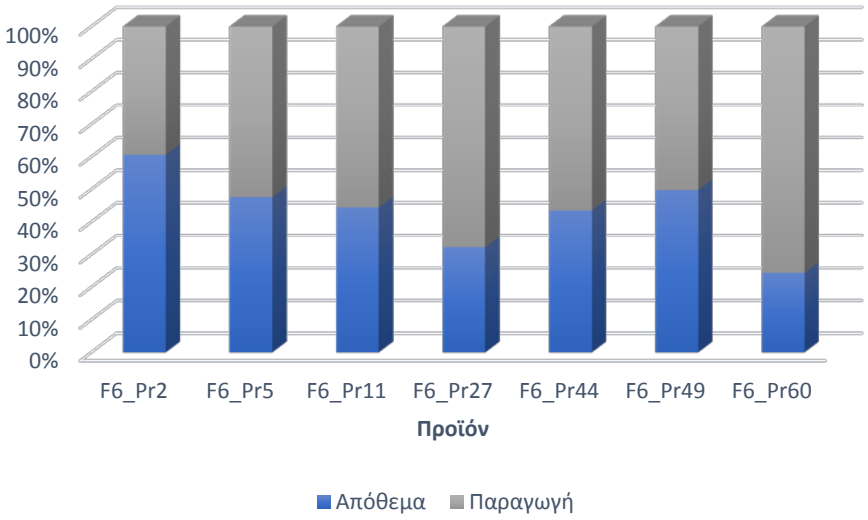
Σχήμα Β.2: Ποσοστό συνεισφοράς προϋπάρχοντος αποθέματος στην κάλυψη της ζήτησης για τα προϊόντα της οικογένειας F3.



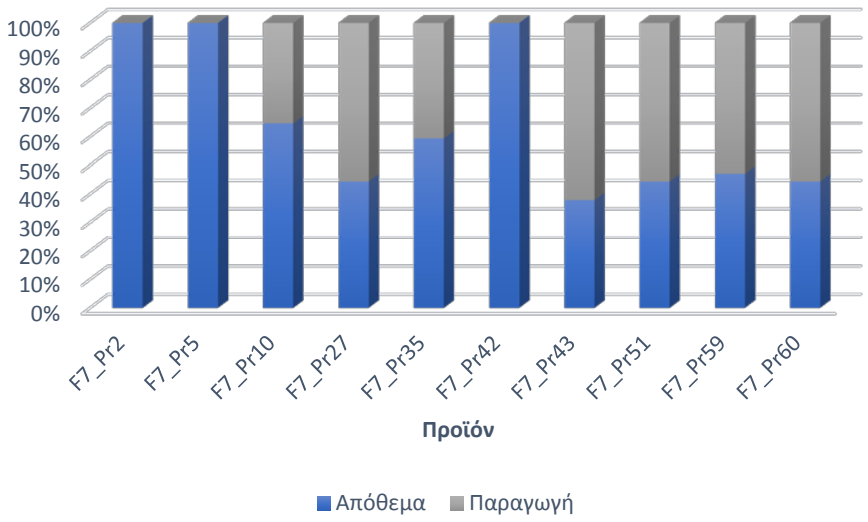
Σχήμα Β.3: Ποσοστό συνεισφοράς προϋπάρχοντος αποθέματος στην κάλυψη της ζήτησης για τα προϊόντα της οικογένειας F4.



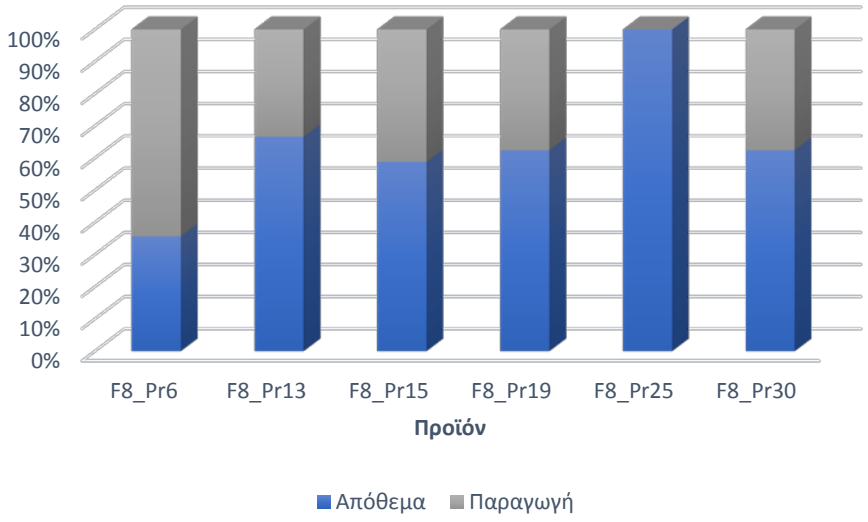
Σχήμα Β.4: Ποσοστό συνεισφοράς προϋπάρχοντος αποθέματος στην κάλυψη της ζήτησης για τα προϊόντα της οικογένειας F5.



Σχήμα Β.5: Ποσοστό συνεισφοράς προϋπάρχοντος αποθέματος στην κάλυψη της ζήτησης για τα προϊόντα της οικογένειας F6.



Σχήμα Β.6: Ποσοστό συνεισφοράς προϋπάρχοντος αποθέματος στην κάλυψη της ζήτησης για τα προϊόντα της οικογένειας F7.



Σχήμα Β.7: Ποσοστό συνεισφοράς προϋπάρχοντος αποθέματος στην κάλυψη της ζήτησης για τα προϊόντα της οικογένειας F8.